Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 25 (1970)
Heft: 1

Rubrik: Literaturüberschau

Neue Aufgaben

Aufgabe 614. Wird

$$e_n(m) = \sum_{k=1}^{n} \frac{2^k}{(k+m)(k+m+1)\dots(k+2m)} \qquad (m \geqslant 0 \text{ ganz})$$

als reduzierter Bruch dargestellt und ist $\alpha_n(m)$ der Exponent von 2 in der Primzahlpotenzzerlegung des Zählers, so gilt für jedes m

$$\alpha_n(m) \to \infty \text{ für } n \to \infty .$$

(Aufgabe 551 behandelte den Fall $m = 0$). E. TEUFFEL, Korntal/Stuttgart

Aufgabe 615. Prove the inequalities

$$n = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \sqrt[n]{(n+1)!} \geqslant 1 + \sqrt[n]{n!}\,, \qquad \sqrt[n]{(n+1)!!} \geqslant 1 + \sqrt[n]{n!!}$$

where $n!! = 1! \cdot 2! \cdot \dots \cdot n!$. Ž. MITROVIĆ, Vranje (Yugoslavia)

Aufgabe 616. Show that for $m > 3$ the Diophantine equation

$$x^{2^{m-2}} + y^{2^{m-2}} = p\, z^{2^{m-2}}$$

has no solution with coprime integers x, y, z if $p \not\equiv 1$ or $2 \pmod{2^m}$.

J. M. GANDHI, Edmonton (Canada)

Aufgabe 617. Démontrer que pour tout nombre naturel m il existe au moins un nombre triangulaire qui est, de m façons au moins, une somme de deux nombres triangulaires. W. SIERPIŃSKI, Varsovie

Literaturüberschau

Introduction to Analytic Number Theory. Von K. CHANDRASEKHARAN. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 148. 140 Seiten mit 4 Figuren. DM 28,–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg und New York 1969.

Die ersten vier Kapitel dieses aus einer Vorlesung an der ETH hervorgegangenen Buches sind der elementaren Zahlentheorie gewidmet (Primfaktorzerlegung, Kongruenzen, Rationale Approximationen von Irrationalzahlen (Satz von Hurwitz), Quadratische Reste, Summen von zwei und vier Quadraten). Die analytischen Methoden setzen im 5. Kapitel beim Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes ein, das aus einer (mit komplexer Integration gewonnenen) Reziprozitätsformel für verallgemeinerte Gauss'sche Summen hergeleitet wird. Nur reelle Analysis ist notwendig für die Untersuchung der arithmetischen Funktionen und ihrer summatorischen Funktionen (6. Kapitel) sowie für die elementare Theorie der Primzahlverteilung (Satz von Chebyshev, Bertrandsche Vermutung, Formeln von Euler und Mertens) im 7. Kapitel. Kapitel 8 behandelt Sätze von Weyl und Kronecker über Gleichverteilung mod 1. Kapitel 9 enthält einen Beweis von Siegel für den Satz von Minkowski über Gitterpunkte in konvexen Bereichen. Die komplexe Funktionentheorie kommt in den letzten beiden Kapiteln beim Beweis des Dirichletschen Satzes über die arithmetische Progression und des Primzahlsatzes nochmals zur Anwendung.

Dieses sorgfältig und klar abgefasste Werk bietet die willkommene Möglichkeit, sich von berufenster Hand in klassische Gebiete von unvergänglicher Schönheit einführen zu lassen. E. TROST

Les nombres premiers. Von J. ITARD. «Que Sais-je?», Nr. 571. 126 Seiten. Presses universitaires de France, Paris 1969.

Dieses Büchlein ist eine Fortsetzung (bis zu den quadratischen Resten) der vom gleichen Verfasser in der gleichen Sammlung (2. Aufl. Nr. 1093) gegebenen Einführung in die Zahlentheorie. Im Zentrum stehen nicht die Primzahlen sondern die Ideale in kommutativen Ringen. Am Beispiel von $\boldsymbol{Z}(\sqrt{-5})$ wird die Primidealzerlegung demonstriert. Die letzten Kapitel enthalten einige Spezialitäten: Darstellung einer natürlichen Zahl als Summe von 4 Quadraten, Endliche Körper und der Nachweis ihrer Kommutativität, p-adische Körper. E. TROST

Übungen für junge Mathematiker, Teil 1, Zahlentheorie. Von E. LEHMANN. Mathematische Schülerbücherei, Nr. 36. 159 Seiten mit 22 Abbildungen. M 6.50. B. G. Teubner, Leipzig 1968.

Die mit diesem Heft beginnende Serie soll Arbeitsmaterial aus dem Grenzgebiet zwischen Hoch- und Mittelschulmathematik für das Selbststudium oder die Gruppenarbeit bereitstellen. Hier handelt es sich um Aufgaben (mit Lösungen) aus der elementaren Zahlentheorie, hauptsächlich für das Rechnen mit Kongruenzen. E. TROST

Vorlesungen über Grundlagen der Geometrie. Von K. REIDEMEISTER. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 32. 147 Seiten mit 37 Figuren. DM 18,–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg und New York. Berichtigter Neudruck 1968.

Zu den Neudrucken aus der gelben Springer-Reihe gehören erfreulicherweise auch K. Reidemeisters Grundlagen der Geometrie aus dem Jahre 1930. In der Zwischenzeit neu entstandene Zweige der geometrischen Grundlagenforschung wie etwa die Theorie der metrischen, der affinen und der projektiven Ebenen machen dieses Buch heute wiederum höchst aktuell. Zur Rechtfertigung dieser Einstufung seien die Hauptakzente herausgestrichen: Axiomatisierung der linearen Geometrie für beliebige Dimensionen auf der Basis der Transformationsgruppen; eingehende Untersuchungen über das Beziehungsgefüge der zentralen Schliessungsfiguren in der ebenen Geometrie (Figuren von Desargues und Pappus-Pascal) und Übertragung dieser Figuren in eine algebraische Struktur; Einführung gewebegeometrischer Gesichtspunkte in die Axiomatik der Geometrie. Damit sind zugleich die Ideenkreise abgesteckt, bei denen Reidemeister anknüpft, nämlich das Erlanger-Programm von F. KLEIN, die Hilbertschen Grundlagen der Geometrie und die Gewebe-Geometrie von W. BLASCHKE.

Für den Geometer, der sich mit Grundlagenfragen befasst, dürfte das Buch unentbehrlich sein. M. JEGER

Foundations of Projective Geometry. Von ROBIN HARTSHORNE. Lecture note of the Harvard University. 167 Seiten mit 63 Figuren. $ 2.95. W. A. Benjamin, Inc., New York 1967.

Die vorliegende Ausarbeitung einer Vorlesung über die Grundlagen der projektiven Geometrie in moderner Sicht, präsentiert mit einem vereinfachten Druckverfahren, kann bestens empfohlen werden. Sie scheint mir in der Konzeption eine recht glückliche Synthese zwischen der klassischen projektiven Geometrie und den neueren Entwicklungen in der Mathematik. Die einzelnen Kapitel tragen folgende Überschriften: 1. Affine und projektive Ebenen als Inzidenzstrukturen. 2. Die Schliessungsfigur von Desargues. 3. Gruppen, insbesondere Gruppen von Kollineationen. 4. Elementare synthetische projektive Geometrie. 5. Die Schliessungsfigur von Pappus-Pascal und der Fundamentalsatz der 1-dimensionalen projektiven Geometrie. 6. Projektive Ebenen über Schiefkörpern. 7. Einführung von Koordinaten bei projektiven Ebenen. 8. Projektive Kollineationen.

Auffallend ist die starke Herausarbeitung finiter affiner und projektiver Ebenen, womit der Autor eine weitgehende Befreiung der Kernprobleme der projektiven Geometrie von unnötigem Ballast (z.B. Kegelschnitte) erreicht. Das didaktische Potential, das der finiten Mathematik innewohnt, wurde hier für ein spezielles Gebiet voll ausgeschöpft.

Auch hat sich der Autor in verschiedener Hinsicht eine wohltuende Beschränkung auferlegt und damit ein Buch geschaffen, das ganz auf den Studienanfänger zugeschnitten ist. So zielt er etwa bei der Einführung von Koordinaten in projektiven Ebenen nicht einfach auf die Ternärkörper los; durch Voraussetzung geeigneter Schliessungsfiguren wird vielmehr erreicht, dass schlimmstenfalls ein Schiefkörper auftritt.

Zur Selbstkontrolle des Lesers sind in einem Anhang 47 Aufgaben beigefügt. M. JEGER

Géometrie différentielle et systèmes extérieurs. Par Mme Y. CHOQUET-BRUHAT. 328 pages. Dunod, Paris 1968.

Préfacé par M. André LICHNEROWICZ, Membre de l'Institut et Professeur au Collège de France, cet excellent ouvrage a pour auteur un professeur de la Faculté des Sciences de Paris. Issu des cours donnés par Mme Choquet-Bruhat entre les années 1960–1967, il s'adresse aux étudiants du 3me cycle et sert d'utile introduction aux développements modernes multiples et variés de la Géométrie différentielle. La matière est répartie en sept chapitres intitulés: Variétés différentiables. Fibrés vectoriels; Formes différentielles extérieures. Intégration; Variétés riemaniennes; Groupes de transformations différentiables: Systèmes différentiels extérieurs; Connexions; Applications aux sciences physiques. On sait que la Géométrie différentielle trouve un vaste champ d'application en Physique théorique. L'Auteur indique quelques applications à la mécanique analytique classique, à la relativité restreinte, à la relativité générale et à l'électromagnétisme. Précis et riche en contenu, ce livre rendra de précieux services aux étudiants en mathématiques. S. PICCARD

Théorie des groupes en physique classique et quantique. Par TH. KAHAN, avec la collaboration de P. Cavallès, T. D. Newton, G. Lochak, R. Gouarné, G. Rideau et R. Nataf. Tome I: Structures mathématiques et fondements quantiques. 664 pages. Dunod, Paris 1960.

On sait le rôle important que joue la Théorie des groupes en Physique théorique et tout particulièrement dans l'électrodynamique, la physique des cristaux, en physique quantique, en chimie physique, en physique nucléaire, dans la théorie des particules élémentaires, etc. Ces applications font l'objet de recherches modernes et sont loin d'être épuisées.

Le premier volume de l'important ouvrage de M. Kahan et de ses collaborateurs se compose de six parties ayant pour objet respectivement la théorie des groupes et mathématique axiomatisée à l'usage des physiciens, le groupe inhomogène de Lorentz, la théorie des groupes abstraits, la théorie des représentations, les groupes de permutations, la théorie des groupes et axiomatique de la mécanique quantique et le groupe des rotations. Les auteurs se sont posés pour tâche un exposé aussi complet que possible de la théorie des groupes en vue de ces applications en physique et chimie théorique. Soulignons le souci de précision et la variété des sujets traités. S. PICCARD

Exercices d'algèbre et d'analyse. Par G. LEFORT. Premier cycle, Mathématique-Physique, tome 1, 1re année. 384 pages. Dunod, Paris 1968.

Destiné aux étudiants en mathématique et physique du premier cycle ainsi qu'aux candidats aux examens de concours des Grandes Ecoles parisiennes, le livre de M. Lefort comprend une collection de 538 exercices et de leurs corrigés répartis en cinq parties, dont la première traite de notions générales et structures algébriques fondamentales, la seconde, des polynomes et fractions rationnelles ainsi que des nombres complexes, la troisième est consacrée à l'algèbre linéaire, la quatrième, aux suites et séries numériques, aux fonctions réelles d'une ou plusieurs variables réelles ainsi qu'aux notions de continuité, de limite, de dérivée et différentielle. La cinquième et dernière partie a pour objet le calcul des primitives et intégrales ainsi que les équations différentielles. Chaque partie est précédée d'un rappel des théorèmes qu'il convient d'utiliser pour la résolution des problèmes posés. Ces problèmes ont pour but d'approfondir les connaissances théoriques et de rendre les étudiants capables d'un travail personnel. Des questions théoriques importantes généralement négligées dans les cours du premier cycle font également l'objet de ces exercices judicieusement composés et qui rendront d'appréciables services à tous ceux qui prendront la peine de les faire. S. PICCARD

Elementary Topology. Von DONALD W. BLACKETT. A Combinatorial and Algebraic Approach. IX und 224 Seiten mit 159 Abbildungen. $ 9.50. Academic Press Inc., New York und London 1967.

Heute lernen die Studenten meistens zuerst die mengentheoretische Topologie als Grundlage der Analysis kennen. Unter bewusster Übergehung der Fragen, die in die mengentheoretische Topologie gehören, will der Verfasser in diesem kleinen Werk das Interesse an den kombinatorischen und algebraischen Gesichtspunkten der Topologie wecken.

Vorbereitend werden vom genannten Standpunkt aus die Kugel, der Torus, der Zylinder, das Möbiussche Band und die reelle projektive Ebene behandelt. Es folgen die Klassifikation der Flächen, eine Einführung in Riemannsche Flächen und Überlagerungsflächen, Umlaufzahl einer Kurve und Brouwerscher Abbildungsgrad mit Anwendungen, Vektorfelder und Netzwerktopologie. Den Abschluss bildet eine Einführung in dreidimensionale Mannigfaltigkeiten.

Jedem Kapitel sind eine Reihe von Aufgaben beigefügt. Die zahlreichen Figuren sind dem Leser eine gute Hilfe. J. M. EBERSOLD

Lessons on Rings, Modules and Multiplicities. Von D. G. NORTHCOTT. XIV und 444 Seiten. 90s. Cambridge University Press 1968.

Dieses umfangreiche Buch des bekannten englischen Mathematikers ist eine sehr gründliche Einführung in die kommutative Algebra. Nach einem einleitenden Kapitel, das die elementare Theorie von Ringen und Moduln behandelt, folgen Kapitel über Prim- und Primärideale, Quotientenringe und Noethersche Moduln. Ein kurzer Abschnitt erläutert die Theorie des Grades (der Codimension) von Idealen, ein weiterer gruppiert sich um den Hilbertschen Nullstellensatz. Die zweite Hälfte des Buches ist der Theorie der Multiplizitäten, des Koszul Komplexes und der gefilterten Ringe und Moduln gewidmet.

Einige positive und negative Aspekte des Buches: Es ist ausserordentlich gründlich geschrieben, alle Beweise sind voll ausgeführt, so dass der Leser sich über die behandelten Gebiete lückenlos orientieren kann. Allerdings fehlt jede Anregung, selber nachzudenken; die leichten bis mittelschweren Aufgaben am Ende jeden Kapitels bieten dafür keinen rechten Ersatz. (Vgl. z.B. die lebendigen Lecture Notes «Commutative Rings» von I. Kaplansky, Queen Mary College 1966.) Ob es wirklich nötig war, in einem Buch, das z.B den Koszul Komplex behandelt, drei Seiten für die peinlich genaue Definition von Ringen und Moduln zu verwenden?

Obwohl ein Buch über kommutative Algebra, werden nicht-kommutative Ringe zugelassen, wo immer das möglich ist; wie der Autor zeigt, ist das erstaunlicherweise sehr oft möglich, solange man das Interesse auf die Zentrumselemente des Rings konzentriert. Homologische Algebra wird nur in rudimentärer Form verwendet. Es empfiehlt sich daher, das Buch zusammen etwa mit Serre's «Algèbre Locale. Multiplicités», Springer Lecture Notes 11 (1965) zu lesen, in dem die gegenteilige Tendenz vertreten ist. Alle Definitionen und Sätze sind sorgfältig herausgearbeitet, es fehlt aber jede Motivierung des Stoffs, so dass ein uneingeweihter Leser von Anfang bis zum Ende des Buchs nicht weiss, von was es im Grunde genommen handelt. Gänzlich unverständlich ist das Fehlen nicht nur des geringsten Literaturhinweises, sondern auch jeder Jahrzahl. Die Arbeit «Codimension and Multiplicity» von Auslander-Buchsbaum 1958 wird im Vorwort als «classic paper» zitiert, aber für den Leser könnte sie gerade so gut im 19. Jahrhundert geschrieben worden sein. Diese Kritik sollte aber niemanden an kommutativer Algebra Interessierten davon abhalten, dieses sehr fundierte Buch zu Rate zu ziehen. P. WILKER

Introduction to Business Statistics. Von G. HADLEY. X und 463 Seiten. $ 10.75. Holden-Day, San Francisco 1968.

Die Wirtschaftsstatistik bedient sich in den letzten 10–15 Jahren in vermehrtem Masse quantitativer Methoden, insbesondere des Wahrscheinlichkeitsmodells. Dieser Gegenstand wird denn auch in zwei einleitenden Kapiteln sorgfältig behandelt, wobei auf mathematische Finessen (mit Recht) verzichtet wird.

Der klassischen Schätz- und Testtheorie folgt ein Kapitel über *moderne Entscheidungstheorie* (*Bayessche Theorie*), illustriert anhand konkreter Situationen aus dem Wirtschaftsleben. Für das allgemeine einstufige Bestellmengenproblem wird die im Sinne der Bayesschen Theorie optimale Bestellmenge explizite ermittelt.

Regression, Korrelation und Zeitreihenanalyse in stochastischer Behandlung sind die abschliessenden Kapitel des in einem romanhaften Stil geschriebenen Buches. Es wendet sich in erster Linie an Studenten der Wirtschaftswissenschaften und Oekonomen, die sich mit den modernen statistischen Methoden auseinandersetzen möchten. An mathematischen Vorkenntnissen wird, abgesehen von der elementaren Algebra, nichts vorausgesetzt. Die zahlreichen Probleme (leider ohne Lösung) aus den verschiedensten Anwendungsgebieten dienen dazu, das theoretische Wissen praktisch zu erproben; eine Tätigkeit, die gerade in der Statistik von grosser Bedeutung ist. H. LOEFFEL

Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. Von FELIX KLEIN.

Erster Band: *Arithmetik, Algebra, Analysis.* Band 14 der Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. 4. Auflage. XII und 309 Seiten mit 125 Abbildungen. DM 24,–. Springer-Verlag, Berlin 1933.

Zweiter Band: *Geometrie.* Band 15 der Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. 3. Auflage. XI und 302 Seiten mit 157 Abbildungen. DM 24,–. Springer-Verlag, Berlin 1925.

Dritter Band: *Präzisions- und Approximationsmathematik.* Band 16 der Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. 3. Auflage. X und 238 Seiten mit 156 Abbildungen. DM 19,60. Springer-Verlag, Berlin 1928.

Die vorliegenden Bände sind im Jahre 1968 hergestellte unveränderte Nachdrucke der ursprünglichen Ausgaben.

Diese bekannten Vorlesungen von Felix Klein sind, wie er es selbst betont, keine Lehrgänge, sondern Orientierungen und vor allem Anregungen für die Unterrichtenden. Die Entwicklung der Mathematik in den letzten Jahrzehnten hat auch für die Betrachtung der Elementarmathematik zum Teil neue Gesichtspunkte geliefert. Das bringt es mit sich, dass für manches, was Klein behandelt, heute geringes Interesse vorhanden sein wird. Auch sind die Literaturangaben und die Abschnitte über Unterrichtsfragen nicht mehr aktuell. Trotzdem wird der Leser auch heute noch viele Anregungen durch dieses bedeutende Werk erhalten. J. M. EBERSOLD

Bericht

Premier Congrès International de l'Enseignement Mathématique, Lyon, 24.–30. 8. 1969

Unter der Schirmherrschaft des französischen Unterrichtsministers fand im Palais des Congrès in Lyon die internationale IMUK-Tagung statt, die bisher eine Sektion der internationalen Kongresse der IMU bildete.

Die Gesamtleitung hatte Prof. Dr. FREUDENTHAL, der Präsident der IMUK, der örtliche Leiter war Prof. Dr. GLAYMANN (Universität Lyon).

Prof. FREUDENTHAL erwähnte in seiner Eröffnungsansprache u.a., dass man von der Mathematik Rechentechniken erwarte, die nie versagen sollen. Das ist jedoch nicht möglich, da man nicht alle Lagen mathematisieren kann. Die Rechentechnik sollte man besser den Maschinen überlassen. Die Mathematik ist «der Schleifstein für den Geist», sie soll daher nicht Selbstzweck sein und nicht für eine Minderheit bestimmt sein, sie soll vielmehr von *allen* erlernt werden. Der Mathematikunterricht an der höheren Schule macht derzeit eine weitreichende Reform durch; die Mathematiklehrer haben sich auf ein neues Programm und auf neue Methoden umzustellen.

Nach dieser Einleitung setzte eine reichhaltige Vortragstätigkeit ein. Über die Persönlichkeit des Lehrers, über seine Ausbildung, Tätigkeit (Leistung) und Beurteilung sprachen DELESSERT und BEGLE. «Trotz jahrelanger Untersuchungen in den USA wissen wir noch immer wenig über das Geheimnis, was den guten Lehrer ausmacht» (BEGLE). Erst nach