

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 24 (1969)  
**Heft:** 5

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 02.05.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

**Aufgabe 608.** Unter Verwendung von Kollineationen konstruiere man eine Parabel durch vier gegebene Punkte (ohne Verwendung einer Involution). K. PRACHAR, Wien

**Aufgabe 609.** In der Gauss'schen Zahlenebene werde dem «Punkt»  $z = x + iy$  der Punkt

$$z' = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z - \alpha}, \quad \gamma \neq 0; \quad \alpha, \beta, \gamma \text{ komplexe Zahlen}$$

zugeordnet. Welches ist die Bahn eines variablen Punktes, dessen Bewegung in jedem Moment auf den jeweils zugeordneten Punkt hin gerichtet ist?

C. BINDSCHEDLER, Küsnacht

## Literaturüberschau

*Lesebuch zur Mathematik* (Quellen von Euklid bis heute). Von J. J. BURCKHARDT. 79 Seiten mit 34 Figuren. Fr. 13.80. Räder-Verlag, Luzern und Stuttgart 1968.

Die Einzelschriften zur Gestaltung des mathematisch-physikalischen Unterrichts widmen sich in erster Linie aktuellen Fragen der Unterrichtsgestaltung.

Das «Lesebuch zur Mathematik», als Heft 5 erschienen, nimmt eine gewisse Sonderstellung ein. Anhand sorgfältig ausgesuchter Quellen wird dem Leser mathematisches Ideengut in möglichst originaler Form vermittelt. Koryphäen wie Euklid, Euler, Gauss und Hilbert kommen dabei zu Wort, und der geniale John von Neumann spricht im XVII. Kapitel in fast unüberbietbarer Weise über das Wesen mathematischer Forschung. Ein Stück Geschichte der Mathematik wird so auf unkonventionelle und lebendige Weise vorgetragen.

Wir stehen in einer Zeit des Umbruchs und sprechen von «moderner» Mathematik. Um diese aber wirklich verstehen zu können, muss die geschichtliche Entwicklung mit einbezogen werden. Das genannte Lesebuch schliesst damit eine seit langem (zumindest was die Mittelschule betrifft) bestehende Lücke. Die 18 originalen Kurzabhandlungen dienen der mathematischen «Allgemeinbildung» vortrefflich. Eine Flut hochspezialisierter Fachpublikationen ergiesst sich heutzutage über jeden Mathematiker. Um so mehr tut es Not, in mathematischen Mussestunden seinen Horizont zu erweitern. Das in ansprechender Form gedruckte Büchlein sollte zumindest in keiner Fachbibliothek eines Mathematiklehrers fehlen; denn für ihn und die ihm anvertrauten Klassen bieten sich ideale Ansatzpunkte und Impulse zu Querverbindungen mit andern Fächern. Aber auch dem Mathematiker schlechthin kann das Studium einzelner Abhandlungen (z.B. der Aufgabe über kollineare Punkte) Schönheit und Eleganz mathematischer Denkweise vor Augen führen.

HANS LOEFFEL

*A History of Vector Analysis*. Von MICHAEL J. CROWE. 270 Seiten. \$ 12.95. University of Notre Dame Press, Notre Dame, London 1967.

In diesem interessanten Buch wird die Entwicklung der Idee eines vektoriiellen Systems in drei Perioden eingeteilt. Die erste Periode beginnt mit den Untersuchungen WESSELS über die Natur der komplexen Zahlen gegen Ende des 18. Jahrhunderts. Der Schwerpunkt dieser Periode liegt in den Arbeiten HAMILTONS (Quaternionen) und GRASSMANN'S (Ausdehnungslehre). Die nach dem Tod HAMILTONS (1865) beginnende zweite Periode, die einen Ausbau der grundlegenden Ideen HAMILTONS und GRASSMANN'S brachte, ist durch die Namen TAIT, PEIRCE, MAXWELL und CLIFFORD gekennzeichnet. Am Anfang der dritten Periode (1880–1910) steht die Formulierung der modernen Theorie der Vektoren durch GIBBS und HEAVISIDE, die nach der Jahrhundertwende von verschiedenen Autoren in Lehrbüchern verbreitet wurde.

Die Frage, ob die Quaternionen oder die Ausdehnungslehre für die moderne Auffassung der Vektoren grössere Bedeutung hatten, zieht sich durch das ganze Buch hindurch. Der Verfasser vertritt und belegt die Ansicht, dass einerseits ein direkter Weg von den Quaternionen herführt, dass aber andererseits auch die Ausdehnungslehre alle Möglich-

keiten einer weiteren Entwicklung durch Modifikation geboten hätte. Die Studie konzentriert sich auf die Geschichte der grundlegenden Aspekte der Vektorrechnung im Raum: Addition und Subtraktion, die verschiedenen Produkte, Division (soweit im System vorhanden), Spezifikation der Vektortypen. Die Analysis (Differentiation von Vektoren, Vektorfunktionen) wird nur gestreift. Zur Abrundung der Darstellung dienen die Ausführungen über die Lebensumstände und die Persönlichkeit der wichtigsten Forscher.

E. TROST

*Cours de calcul mathématique moderne.* Par M. LABOUREUR, M. CHOSSAT et C. CARDOT. Tome 1. Théorie et exercices; tome 2. Applications pratiques et compléments. Dunod, Paris 1968.

Le premier volume paraît en seconde édition revue et complétée. Il s'agit d'un cours mettant sous une forme aussi claire que possible l'essentiel des mathématiques modernes à la portée des praticiens. La matière de ce premier volume est répartie en six livres: I. Calcul vectoriel, II. Calcul matriciel, III. Calcul opérationnel, IV. Calcul tensoriel, V. Calcul des probabilités et statistique, VI. Les méthodes dérivées de la théorie des ensembles. On trouve dans le livre VI des notions sur la Théorie de l'information et celle des jeux de stratégie. L'exposé assez succinct est illustré d'applications pratiques et l'on trouve à la fin de ce premier volume un ensemble de 34 exercices dont les solutions sont données dans le second volume et en forment le livre I. Dans le livre II, tome 2, intitulé: *Applications générales* il est question de fonctions eulériennes, des fonctions de Bessel, de celles de Green, des polynômes de Légendre, d'équations intégrales, de transformations de Laplace, de Fourier, de Mellin et de Hankel, de programmation linéaire, des applications générales de la statistique et des treillis distributifs. Le livre III, tome 2, intitulé: *Applications usuelles* donne des applications des théories qui précèdent aux mathématiques, à la mécanique, à la physique, à l'électricité, à la recherche opérationnelle ainsi qu'à l'économie proprement dite, à l'industrie et à l'agriculture. Le livre IV du second volume est consacré aux outils du calculateur. Il parle des calculatrices numériques, des calculateurs analogiques et des tables numériques dont il donne des extraits. On trouve en appendice de ce second volume quelques compléments sur les théories de l'algèbre moderne.

S. PICCARD

*Vorlesungen über Artinsche Ringe.* Von A. KERTÉSZ. 281 Seiten. \$ 7.50. Akadémiai Kiado, Budapest 1968.

Als artinschen Ring bezeichnet man einen Ring, bei dem jede absteigende Kette von Rechtsidealen nach endlich vielen Gliedern abbricht (Minimalbedingung). ARTIN hat bemerkt, dass sich die wesentlichen Ergebnisse der Strukturtheorie der assoziativen Algebren endlichen Ranges über einem Körper auf Ringe mit Minimalbedingung übertragen lassen. Diese Entdeckung hat die Ringtheorie sehr befruchtet und zu einer Fülle interessanter Ergebnisse geführt. Das vorliegende Werk ist zur Einführung in diese moderne Theorie nichtkommutativer Ringe hervorragend geeignet, da die Darstellung sorgfältig und durchsichtig ist und vom Leser ausser einer gewissen Vertrautheit mit der abstrakten Algebra keine speziellen Vorkenntnisse verlangt werden. Zu jedem Kapitel gehören Übungsaufgaben, wobei für die schwierigeren Anleitungen zur Lösung am Ende des Buches gegeben werden. Das Literaturverzeichnis umfasst mehr als 200 Titel und ermöglicht ein vertieftes Studium. Inhalt der einzelnen Kapitel: I. Mengen, Relationen; II. Der Ringbegriff; III. Ringkonstruktionen; IV. Moduln und Algebren; V. Das Radikal; VI. Allgemeines über artinsche Ringe; VII. Ringe linearer Transformationen. VIII. Halbeinfache Ringe und vollständig primäre Ringe. IX. Moduln über halbeinfachen Ringen; X. Die additive Struktur der artinschen Ringe; Anhang: Abelsche Gruppen.

E. TROST

*Endliche Graphen und Netzwerke.* Von R. G. BUSACKER und T. L. SAATY. 410 Seiten mit 180 Abbildungen. DM 74,-. R. Oldenbourg Verlag, München 1968.

Die Theorie der Graphen hat sich in den letzten Jahren stark entwickelt, da sie neben interessanten theoretischen Fragestellungen zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten in den

verschiedensten Gebieten bietet. Diesen Anwendungen ist mehr als die Hälfte des Umfangs des vorliegenden Werkes gewidmet, was schon beim Erscheinen der amerikanischen Originalausgabe 1965 als Vorzug bezeichnet wurde. Zum Verständnis der grundlegenden Begriffe und Methoden genügen einige Kenntnisse aus der Mengenlehre, der Theorie der Vektorräume und der Matrizenrechnung. Da die Verfasser der Darstellung die Form einer «relativ zwanglosen Diskussion der zentralen Begriffe» gegeben haben, eignet sich das Buch sehr als erste Einführung. Eine Hilfe beim Selbststudium sind auch die zahlreichen Aufgaben mit Lösungen.

E. TROST

*Markov Chains with Stationary Transition Probabilities.* Von KAI LAI CHUNG. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 104. 2. Auflage. XII und 301 Seiten. DM 56,-. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg und New York 1967.

Dieses Buch handelt von Markov-Ketten; das sind Markovsche Prozesse mit abzählbaren Zustandsräumen. Dabei wird im ersten Teil der Zeitparameter als diskret, im zweiten dagegen als kontinuierlich vorausgesetzt. Ausserdem werden die Übergangswahrscheinlichkeiten durchwegs als zeitunabhängig angenommen.

Im ersten Teil geht man aus von den einstufigen Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{ij}$ . Die  $n$ -stufigen Übergangswahrscheinlichkeiten  $p_{ij}^{(n)}$  geben allgemein die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass sich das System nach  $n$  Zeiteinheiten im Zustand  $j$  befindet, vorausgesetzt, dass es sich zu Beginn im Zustand  $i$  befindet. Eine Verallgemeinerung davon sind die Tabu-Wahrscheinlichkeiten  $HP_{ij}^{(n)}$ . Wenn  $H$  irgend eine Menge von Zuständen bezeichnet, so bedeutet  $HP_{ij}^{(n)}$  die Wahrscheinlichkeit dafür, in  $n$  Übergängen von  $i$  nach  $j$  zu gelangen, ohne dabei einen Zustand aus  $H$  zu passieren. Das Grenzverhalten von  $p_{ij}^{(n)}$  und  $HP_{ij}^{(n)}$  für  $n \rightarrow \infty$  wird studiert. Weiter wird etwa die Verteilung der Zeit des erstmaligen Eintritts von einem Zustand  $i$  in einen Zustand  $j$  untersucht. Ergodensätze und Varianten des zentralen Grenzwertsatzes werden aufgestellt.

Dem zweiten Teil liegt eine Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix  $P(t) = (p_{ij}(t))$ ,  $0 \leq t < \infty$ , zugrunde. Die folgenden Axiome sollen dabei gelten:

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} & p_{ij}(t) = 0, \\ \text{(B)} & \sum_j p_{ij}(t) = 1, \\ \text{(C)} & \sum_k p_{ik}(s) p_{kj}(t) = p_{ij}(s+t), \\ \text{(D)} & \lim_{t \rightarrow 0} p_{ij}(t) = \begin{array}{l} 1 \text{ für } i = j \\ 0 \text{ für } i \neq j \end{array} \end{array}$$

Analoge Fragestellungen wie im diskreten Fall erfordern hier viel subtilere Methoden. Daneben werden aber eine Reihe von Fragen behandelt, welche für den kontinuierlichen Fall spezifisch sind. Ein Beispiel dafür ist etwa das Problem, wann die Vorwärts- und Rückwärtsgleichungen gelten.

Das Buch bringt eine sehr sorgfältige und ausführliche Theorie der Markov-Ketten. Auch neueste Forschungsergebnisse sind in sie miteinbezogen; auf noch offene Fragen wird in Bemerkungen hingewiesen. Erwähnen wir zum Schluss, dass der Standpunkt dieses Buches sehr abstrakt ist; auf die Anwendungsmöglichkeiten der Markov-Ketten wird nicht eingegangen.

H. BÜHLMANN

*Manuel de statistique biologique.* Von R. HELLER. XIII und 296 Seiten mit zahlreichen Figuren. 38 F. Gauthier-Villars, Paris 1968.

Das Buch ist von einem Biologen für die Bedürfnisse der Biologen geschrieben. Die Darstellung ist leicht fasslich; die mathematischen Herleitungen sind überall dort durchgeführt, wo sie sich ohne zu grossen mathematischen Aufwand geben lassen. Aber auch dort, wo sie fehlen müssen, ist Wert darauf gelegt worden, die Voraussetzungen genau herauszuarbeiten. Inhalt: La présentation des données numériques – Calcul des probabilités et distributions théoriques – Problèmes d'échantillonnages et d'estimation – Séries statistiques doubles. – Missverständlich scheinen uns die Formulierung des Theorems von Bernoulli (pg. 92) und jenes über die «Fréquence limite» (pg. 43), die beide den Eindruck erwecken können, es handle sich um Konvergenz im Sinne der Analysis.

R. INEICHEN