

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 24 (1969)
Heft: 1

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Neue Aufgaben

Aufgabe 589. In einer Ebene sind drei Kreisbüschel gegeben. Man konstruiere drei zueinander orthogonale Kreise, von denen jeder einem dieser Büschel angehört.

C. BINDSCHIEDLER, Küsnacht

Aufgabe 590. Gegeben sind die Ausdrücke

$$A_n = \frac{1}{(n-1)!} \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} k^n \quad \text{und} \quad B_n = \frac{2}{(n+1)!} \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} \binom{n}{k} k^{n+1}.$$

Man zeige $A_n = B_n = n$ für $n = 0, 1, 2, \dots$.

I. PAASCHE, München

Aufgabe 591. Für welche reellen Zahlen α gilt die Implikation

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 = \dots = \sum_{i=1}^n x_i^n = \alpha \Rightarrow (\forall r \in \mathbb{N}) \sum_{i=1}^n x_i^{n+r} = \alpha,$$

wobei x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) reelle Zahlen sind?

D. VELJAN, Zagreb

Aufgabe 592. Für $k = 1, 2, \dots$ bezeichne $(n, m)_k$ den grössten gemeinsamen Teiler von n und m der Potenz k , $\sigma_s(k, m)$ die Teilerfunktion

$$\sigma_s(k, m) = \sum_{t \mid d^{k-m}} t^s$$

und $c_n^{(k)}(m)$ die verallgemeinerte Ramanujansche Summe

$$c_n^{(k)}(m) = \sum_{\substack{1 \leq r \leq n^k \\ (r, n^k)_k = 1}} e^{2\pi i r m / n^k}.$$

Man beweise die für $R(s) > 1/k$ gültige Darstellung

$$\sigma_{s-1}(k, m) = \zeta(k, s) m^{s-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n^{(k)}(m)}{n^{ks}},$$

worin ζ die Riemannsche Zetafunktion bedeutet.

E. KRÄTZEL, Jena

Literaturüberschau

Calculus of Fractions and Homotopy Theory. Von P. GABRIEL und M. ZISMAN. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 35. X und 168 Seiten mit 114 Figuren. DM 38.—. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg und New York 1967.

Dieses Buch vermittelt eine in sich abgeschlossene Darstellung der semisimplizialen Topologie. Es wird dabei durchweg ausführlicher Gebrauch der Kategoriensprache gemacht. Der Leser findet zu Beginn des Buches eine Zusammenstellung der fundamentalen Begriffe und Konstruktionen in der Kategorientheorie.

Hauptanliegen des Buches ist die Konstruktion der sogenannten homotopischen Kategorie H und ihre Beziehung zu andern wohlbekannten Kategorien. Insbesondere wird gezeigt, dass die Kategorie H äquivalent ist zur Kategorie der CW-Komplexe modulo Homotopie. Ausgangspunkt der Konstruktion von H ist die Kategorie $\Delta^0 E$ der semisimplizialen Mengen. In dieser wird eine Homotopie erklärt und in der entsprechenden Kategorie $\overline{\Delta^0 E}$ der semisimplizialen Mengen modulo Homotopie eine spezielle Klasse A von Morphismen ausgezeichnet. Geometrisch gesprochen ist A die Klasse derjenigen Morphismen in $\overline{\Delta^0 E}$, deren geometrische Realisierung invertierbar ist. Die homotopische Kategorie H geht nun aus $\overline{\Delta^0 E}$ dadurch hervor, dass die Morphismen der Klasse A formal

invertierbar gemacht werden. Dieser Prozess wird auch als Lokalisierung der Kategorie $\overline{A^0E}$ bezüglich des Systems A bezeichnet.

Kapitel I handelt vom Problem der Lokalisierung einer Kategorie C bezüglich einer Klasse Σ . Es wird gezeigt, dass die Lokalisierung besonders übersichtlich beschrieben werden kann, wenn die Klasse Σ einen «calculus of fractions» zulässt. In diesem Falle wird das Problem der Lokalisierung in enge Verknüpfung gebracht mit der Existenz adjungierter Funktoren. In Kapitel II werden die semisimplizialen Komplexe besprochen und die Poincaré-Gruppe eingeführt. Kapitel III handelt von Milnors Realisierungsfunktor $|\cdot|$. Es wird gezeigt, dass falls der Bildbereich von $|\cdot|$ die Kelley-Räume sind, dieser Funktor mit direkten und endlichen inversen Limites kommutiert. In Kapitel IV wird nach dem in Kapitel I entwickelten Konzept die homotopische Kategorie eingeführt. In Kapitel V und VI wird eine einheitliche, selbstduale Beschreibung einiger in der algebraischen Topologie bekannten exakten Sequenzen gegeben. Kapitel VII schliesslich bringt als Hauptergebnis die Äquivalenz der semisimplizialen und der topologischen Theorie. Im Anhang I ist die Theorie der Überlagerungen besprochen. In Anhang II wird die Äquivalenz der Homologie eines semisimplizialen Komplex mit der singulären Homologie der zugehörigen Realisierung gezeigt und die Spektralsequenz einer Faserung diskutiert.

Ein mit der Kategorientheorie nicht vertrauter Leser wird den Aufbau dieses Buches als sehr abstrakt und den Stoff als schwierig zu bewältigen finden. H. VÖGELE

Linear Differential Equations and Function Spaces. Von JOSÉ LUIS MASSERA und JUAN JORGE SCHÄFFER. XX und 404 Seiten. \$16.00. Academic Press, New York and London 1966.

Der Hauptteil des Buches enthält die Ergebnisse der neueren Untersuchungen der Autoren über die lineare Differentialgleichung

$$\dot{x} + Ax = f$$

In dieser Gleichung sind $x(t)$ und $f(t)$ Funktionen über $R_+ = [0, +\infty)$ mit Werten in einem Banachraum X . A ist eine Abbildung von R_+ in den Raum der beschränkten Operatoren über X . Im ersten Teil werden die notwendigen Grundlagen für die folgende Theorie zusammengestellt. Die Geometrie der Banachräume, verschiedene Klassen von Funktionenräumen und grundlegende Eigenschaften der linearen Differentialgleichungen werden behandelt. Der zweite Teil enthält die Theorie der linearen Differentialgleichungen. Zur Charakterisierung des Verhaltens der Lösungen der homogenen Gleichung werden die Begriffe «Ordinary Dichotomy» und «Exponential Dichotomy» eingeführt und diskutiert. Ein Paar von Funktionenräumen wird in bezug auf eine inhomogene Gleichung als zulässig definiert, wenn zu jeder Funktion f des ersten Raumes eine Lösung x aus dem zweiten Raum existiert. Das folgende Kapitel behandelt die Zusammenhänge zwischen dem Verhalten der Lösungen der homogenen Gleichung und der Zulässigkeit bei der inhomogenen Gleichung. Anschliessend wird die Abhängigkeit der untersuchten Eigenschaften von der Operatorfunktion A studiert. Den Abschluss des Hauptteils bildet eine Untersuchung über verschiedene Probleme der linearen Gleichungen über $R = (-\infty, +\infty)$. Der dritte Teil enthält verschiedene Ergänzungen und Spezialfälle der allgemeinen Theorie (Gleichungen mit periodischem oder fastperiodischem A , Gleichungen höherer Ordnung). Dem Buch ist ein ausführliches Literaturverzeichnis beigegeben.

Obwohl die Theorie der Banach- und Hilbert-Räume, soweit sie für die vorliegenden Untersuchungen benötigt wird, am Anfang kurz zusammengestellt ist, sind für das Verständnis des Buches gewisse Kenntnisse aus der Funktionalanalysis, insbesondere der Theorie der Banachräume, notwendig. A. MÜLLER

Ordinary Differential Equations. Von I. G. PETROVSKI, X und 232 Seiten mit 45 Figuren. Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1966.

Blättert man auf den ersten Seiten in dieser fließend, von R. A. SILVERMANN besorgten, englischen Übersetzung der 1964 in Moskau erschienenen russischen Originalarbeit, so fällt zunächst die bekannte Reihenfolge der Grundthemen dieser Vorlesung auf. Bei

genauerem Durchlesen entdeckt man aber bald die sehr sorgfältig aufgebaute Theorie mit gründlicher Diskussion einiger Typen expliziter (reeller) Gleichungen erster Ordnung und die strengen Beweise der zugehörigen Theoreme. Dem Studierenden sind am Ende grösserer Abschnitte Probleme beigelegt, die von einfacheren Berechnungen, Aufsuchen von Beispielen zur Theorie bis zu sehr anspruchsvollen, rein theoretischen Fragen reichen.

Den Hauptraum dieses Lehrbuches (etwa 160 Seiten) nimmt die allgemeine Theorie ein, die in jedem der behandelten Kapitel: Funktion $y' = f(x, y)$ – Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen – lineare Systeme – lineare Systeme mit konstanten Koeffizienten – Autonome Systeme – in einheitlicher Art aufgebaut ist, nämlich zuerst Existenz der Lösung – Eindeutigkeit – das Cauchy-Problem – Implizite Form der Gleichung usw. Zahlreiche wichtige Eigenschaften sind kurz dargestellt: Stabilität der Lösung (nach LYAPUNOV), kanonische Form der Lösung usw. Nur als Zusatz beschliesst ein Abschnitt (33 Seiten) über partielle Differentialgleichungen erster Ordnung das beachtenswerte Werk.

A. HÄUSERMANN

Introductory Calculus with Algebra and Trigonometry. Von S. BELL, J. R. BLUM, J. V. LEWIS, J. ROSENBLATT. XXIV und 309 Seiten mit 193 Figuren. \$9.35. Holden-Day, San Francisco 1966.

Dieses Werk erfüllt zwei Aufgaben: es ist einerseits ein Lehr- und Übungsbuch für einen einjährigen Kurs in eine «moderne» Infinitesimalrechnung, und auch andererseits eine Einführung in das zweite Buch «University Calculus» derselben Verfasser, auf das oft für genauere Begründungen hingewiesen wird. Die Darstellung unseres Buches ist durchaus anschaulich und bevorzugt Beispiele technischer oder physikalischer Vorgänge; von modern axiomatischer Darstellung oder einer Terminologie der Mengenlehre ist nichts zu spüren.

Es wird offenbar mit sehr unterschiedlichen Vorkenntnissen der Leser gerechnet, wird doch hier auf fast einem Drittel des Lehrstoffes der «background» in Kürze aufgefrischt, aber auch auf Fragen der Genauigkeit eingegangen und von elementaren Funktionen die Umkehrung (Arkusfunktionen) und die Komposition behandelt. Etwa 360 Aufgaben (teilweise mit Lösungen) sind für diese «Repetition» bereitgestellt.

Die Begriffe der Ableitung und des bestimmten Integrals sowie der Fundamentalsatz werden mit physikalischen Überlegungen entwickelt, daran anschliessend verallgemeinert, aber ohne ausführliches Eingehen auf die Grenzwertbildung, und erst nachher die geometrische Bedeutung der Begriffe angezeigt. Ausführlich sind aber die sehr zahlreichen Beispiele und Übungen dargestellt. Eine kurze Einführung in Ableitung und Integral von Funktionen mit zwei freien Variablen beschliessen das eigenwillige Werk. Fast 400 Aufgaben zeigen dem Studierenden die Technik und die Anwendungsgebiete der Ableitung und des Integrals.

A. HÄUSERMANN

Modern University Calculus. Von S. BELL, J. R. BLUM, J. V. LEWIS und J. ROSENBLATT. 905 Seiten. \$12.95. Holden-Day, San Francisco 1966.

Dieses dicke Buch ist der zweite Teil eines Werkes, welches Anfängern die Elemente der Infinitesimalrechnung – und soweit nötig – auch mathematische Logik, lineare Algebra und analytische Geometrie vermittelt. Die Verfasser haben sich sehr darum bemüht, die Gedankenschritte stets zu motivieren und die Theorie anhand einfacher Beispiele zu veranschaulichen. Gross ist die Zahl der «drill exercises» sowie der angewandten Aufgaben, und wo letztere nicht zur Verfügung stehen, erfinden die Verfasser «lebensechte» Beispiele über Autos, Sport, hübsche Mädchen u. a.

R. CONZELMANN

Calculus \cup Analysis \cup Vectors. Von JOHN F. RANDOLPH. XI und 681 Seiten. s 88—. Dickenson Publishing Company, Belmont, California 1967.

Auch dieser Autor schreibt für Anfänger. Das Anschauliche wird der abstrakten Theorie vorgezogen, und schwierige Beweise werden auf später verschoben. Der Lehrgang behandelt auch die Analysis der Funktionen von mehreren Variablen und schliesst mit je einem Abschnitt über unendliche Reihen und Differentialgleichungen. Dass Kegel und

Zylinder im Schrägbild oft falsch gezeichnet sind, spielt für das Verständnis keine Rolle. Der Student wird besonders die vielen Übungsbeispiele schätzen, deren Lösungen er im Anhang des Buches findet.

R. CONZELMANN

Introduction to Probability and Statistical Decision Theory. Von G. HADLEY. X und 580 Seiten. \$11.85. Holden-Day, Inc., San Francisco 1967.

Der rund 600 Seiten fassende Band vermittelt eine Einführung in die moderne *Entscheidungstheorie*. In praktischen und wissenschaftlichen Angelegenheiten besteht fast immer die Notwendigkeit über Ereignisabläufe zu entscheiden, wobei die Auswirkungen der Entscheidungen nie mit Sicherheit vorausgesagt werden können. In vier Kapiteln wird deshalb der *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, als mathematisches Modell der Unsicherheit, gebührende Beachtung geschenkt.

Ein spezieller Abschnitt befasst sich mit der modernen *Nutzentheorie* (theory of rational decision making), die das Verhalten des Entscheidenden bei Unsicherheit beschreibt. Hierbei werden die Axiome von LUCE und RAIFFA zugrunde gelegt. Die statistische Entscheidungstheorie (vor ca. 10 Jahren massgebend von A. WALD entwickelt) wird in den vier letzten Kapiteln dargestellt, sowohl in klassischer Sicht, als auch nach der sog. Bayes'schen Methode (Verwendung subjektiver A-priori-Wahrscheinlichkeiten).

Ein Ausblick in sequentielle Entscheidungsverfahren (z. B. «Roll-back»-Analyse) beschliesst das Werk, das sich vor allem an Studierende der Wirtschaftswissenschaften richtet. Rund 800 z. T. praxisnahe Aufgaben erleichtern das Eindringen in die moderne (für viele Anwendungsgebiete eminent wichtige) Entscheidungstheorie. HANS LOEFFEL

Mathematikgeschichtlich interessante Nachdrucke in Verlag G. Olms, Hildesheim

Das Leibniz-Jahr 1966 hat Gelegenheit gegeben, eine Reihe wertvoller Nachdrucke herauszubringen. Die im nachfolgenden aufgeführten Werke waren schon längst vergriffen und nur mehr an Bibliotheken zugänglich, nur im Glücksfall auch antiquarisch aufzutreiben. Für den Mathematiker sind aus dem Angebot des rührigen Verlags Olms folgende Werke von Interesse:

G. E. GUHRAUER: *G. W. Leibniz, eine Biographie*, Breslau 1846 (2 Bände). Nachdruck: XXIX, 373 und 80 Seiten, 1 Bildnis, 1 Handschriftenprobe; VII, 374 und 121 Seiten. In Leinen je DM 59.80.

Diese Lebensbeschreibung (die Erstausgabe erschien 1842, die zweite ist eine Titelaufgabe mit neuem Vorwort und hinzugefügtem Register) ist zwar veraltet, enthält jedoch einige Originaltexte, die anderweitig noch nicht abgedruckt und daher von unverändertem Interesse sind.

ÉMILE RAVIER: *Bibliographie des Œuvres de Leibniz*, Paris 1937. Nachdruck: V und 703 Seiten. In Leinen DM 88.—.

Diese Bibliographie ist zwar nicht ganz vollständig und in geringfügigen Kleinigkeiten ergänzungsbedürftig, jedoch von unschätzbarem Wert, weil sie nicht nur über die Originalausgaben der Leibnizschen Veröffentlichungen und die späteren Drucke aus den Handschriften Auskunft gibt, sondern auch über die Nachdrucke in den verschiedenen späteren Ausgaben.

EDUARD BODEMANN: *Die Leibniz-Handschriften der kgl. öfffl. Bibliothek zu Hannover*, Hannover 1889. Nachdruck: IV und 339 Seiten. In Leinen DM 48.—.

Derselbe: *Der Briefwechsel des G. W. Leibniz in der kgl. öfffl. Bibliothek zu Hannover*, Hannover/Leipzig 1895. Nachdruck: II und 415 Seiten. In Leinen DM 58.—.

Wer sich über die Leibniz-Handschriften in Hannover aus gedruckten Angaben orientieren will, muss noch immer zu diesen beiden Katalogen greifen. Sie sind seinerzeit ohne Register herausgegeben worden und zeigen vom modernen Standpunkt aus erhebliche Unvollkommenheiten, sind jedoch noch nicht durch Gleichwertiges ersetzt. Besonders

verdienstvoll sind die von GISELA KRÖNER und HEINRICH LACKMANN zu beiden Nachdrucken hinzugefügten Ergänzungen (S. 341/42 bzw. 418/21), ausserdem das für beide Nachdrucke gemeinsame Namenregister (S. 343/83 bzw. 423/63), das die Nachsuche wesentlich erleichtert. Jedem der Bände ist ein wohlausgewogenes Vorwort von KARL-HEINZ WEIMANN beigegeben (S. XI), das sich auf die Art und Einrichtung der Kataloge usw. bezieht. Wer die Leibnizsche Mathematik wirklich verstehen will, kann sich nicht nur auf das bisher Gedruckte allein beziehen; er muss unbedingt auch Handschriften ergänzend ansehen. In ihnen ist, wie ich selbst immer wieder feststelle, eine Summe bisher unbekannter Dinge enthalten, teils nur gelegentlich auftauchende Gedanken von Augenblickswert, teils Vorwegnahme viel später auftauchender Grundvorstellungen, teils auch neue Ideen, auf die meines Wissens bisher noch niemand verfallen ist. J. E. HOFMANN

Bericht

VII. Oesterreichischer Mathematikerkongress

Linz, 16. — 20. September 1968

Trotz der politischen Unruhe in der Nähe Österreichs fand auch dieser Kongress wieder reges internationales Interesse. Ohne die begleitenden Personen zu zählen, betrug die Zahl der Teilnehmer etwa 400.

Der Ort des Kongresses war die Hochschule für Sozial- und Wirtschaftswissenschaften, die erst vor zwei Jahren den Studierenden ihre Tore öffnete. Mit der Gründung dieser Hochschule ging ein lang gehegter Wunsch der Stadt Linz in Erfüllung. Die Errichtung der Bauten für eine mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät, die der Hochschule angegliedert werden soll, ist bereits im Gange. Mit dem Kongress wurde auch das Rechenzentrum der Hochschule eröffnet.

Gegliedert in die Sektionen Algebra und Zahlentheorie, Analysis, Geometrie und Topologie, Angewandte Mathematik, Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, Numerische Mathematik und Informationsverarbeitung, Geschichte und Philosophie, fanden über 200 Vorträge zu je 20 Minuten statt, wobei etwa drei Viertel auf die ersten drei Sektionen entfielen. Wenigstens eines Vortrages soll hier gedacht werden. G. RINGEL sprach über die Lösung des Heawoodschen Kartenfärbungsproblems. Sei $\chi(p)$ die kleinste Zahl von Farben, mit der jede Karte auf einer orientierbaren geschlossenen Fläche vom Geschlecht p zulässig gefärbt werden kann; Heawood hat schon 1890 nachgewiesen, dass für $p > 0$

$$\chi(p) \leq \left\lceil \frac{7 + \sqrt{1 + 48p}}{2} \right\rceil.$$

Es steht jetzt fest, dass hier das Gleichheitszeichen gilt. Um dies zu beweisen wurde das verwandte Fadenproblem von n Punkten gelöst. Es zeigte sich als notwendig, die verschiedenen Restklassen von n modulo 12 zu unterscheiden. Nachdem Ringel und andere schon 9 dieser Restklassen untersucht hatten, haben Ringel und Youngs gemeinsam im Frühjahr 1968 die letzten drei behandelt. Drei Einzelfälle für kleines n , die noch übrig geblieben waren, wurden von J. Mayer, Professor für französische Literatur, der sich für Graphentheorie interessierte, gelöst.

Es sei erwähnt, dass die Probleme der Studienreform an Hoch- und Mittelschulen auch mehrfach berührt wurden.

Einige gesellschaftliche Anlässe lockerten den Kongress auf. So die Kepler-Feier der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft verbunden mit einem Empfang von Stadt und Land im Landhaus in Linz, in welchem seinerzeit Kepler gewirkt hat, der Kongressausflug auf der Donau und der traditionelle Schlussabend.

Den Herren Adam und Bruckmann und ihren Mitarbeitern, in deren Händen die Organisation lag, sei für das gute Gelingen des Kongresses herzlich gedankt.

J. M. EBERSOLD