

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 22 (1967)
Heft: 5

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

3. Von einem Dreieck ABC kennt man die Seite AB und die Beziehung

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = \pm k^2.$$

Welches ist der geometrische Ort der Spitze C ?

- Ellipse, bzw. Hyperbel mit der Achse AB und dem Achsenverhältnis $\lambda = k$.
Aus einer bekannten Eigenschaft konjugierter Durchmesser folgt: Die Dreiecksseiten AC und BC bestimmen konjugierte Richtungen des Kegelschnitts!

4. Die Masszahlen zweier Seiten eines Dreiecks sind $a \cos \alpha$ und $a \cos \beta$, der Zwischenwinkel misst $\alpha - \beta$. Berechne die dritte Seite und die beiden anderen Winkel φ und ψ .

►
$$c = a \sin(\alpha - \beta), \quad \varphi = 90^\circ - \alpha, \quad \psi = 90^\circ + \beta.$$

5. In einem Dreieck gilt mit den üblichen Bezeichnungen

$$a = 2 \sqrt{\varrho \cdot \varrho_a}$$

Zeige, dass das Dreieck gleichschenkelig ist.

- Aus $a = 2 \sqrt{(s-b)(s-c)}$ und $a = (s-b) + (s-c)$ folgt $b = c$.

Literaturüberschau

Zahlentheorie. Von S. J. BOREWICZ und I. R. ŠAFAREWIČ. (Aus dem Russischen ins Deutsche übersetzt von H. KOCH.) 468 Seiten mit 9 Figuren. Fr. 56.–. Birkhäuser Verlag, Basel 1966.

Man muss sich freuen, dass dieses 1964 erschienene Werk über Zahlentheorie rasch ins Deutsche übersetzt wurde. Das Buch bietet viele Überraschungen und ist für den Anfänger wie für den Kenner wertvoll. Die Autoren machen sich die (leider immer seltener werdende) Mühe, das Beispiel oder das konkrete Problem an den Anfang zu stellen und von da aus die nachfolgende allgemeine Theorie zu motivieren; ausserdem wird man gelegentlich auf weiterführende Literatur hingewiesen (wie etwa auf den Seiten 25, 74, 75, 90, 258, 373). Der reiche Inhalt des Werkes kann hier nur angedeutet werden. Das erste Kapitel über Kongruenzen bringt einen bekannten Satz von CHEVALLEY über höhere Kongruenzen, den Zusammenhang von trigonometrischen Summen mit Lösungsanzahlen, die Betragsberechnung Gauß'scher Summen (und erst viel später auf Seite 375 die Vorzeichenbestimmung) und den Satz von MINKOWSKI und HASSE über rationale quadratische Formen. An Hand von Kongruenzen $\text{mod } p^n$ wird der Leser ganz natürlich auf den Begriff p -adische Zahl geführt; die übliche axiomatische Charakterisierung schliesst sich an. Das zweite Kapitel handelt von der Darstellung von Zahlen durch zerlegbare Formen; hier wird in moderner Fassung KRONECKERS Zugang zur algebraischen Zahlentheorie gewählt. Es folgen das Studium der Einheitengruppe algebraischer Zahlkörper und der Zusammenhang zwischen quadratischen Zahlkörpern und binären quadratischen Formen. Ausgehend von der Bedeutung der Faktorzerlegung für die Fermatsche Vermutung wird im dritten Kapitel die Teilbarkeitslehre aus dem Divisorbegriff entwickelt. Es schliessen sich an: Verhalten von Divisoren bei endlicher Erweiterung, Verzweigung, Trägheit, Exponenten (sprich: Bewertungen) und ihre Fortsetzungen, Anwendung auf quadratische Körper und noch Dedekindsche Ringe. Kapitel 4 bringt die lokale Methode: ein Problem der Zahlentheorie (wie etwa die Lösung einer diophantischen Gleichung) für einen gewissen Grundkörper wird durch Übergang zu dessen Vervollständigungen (bezüglich Bewertungen) studiert. Nach dem Vorbild von HENSEL werden analytische Funktionen in einem vollständigen Körper eingeführt. Das fünfte und damit letzte Kapitel enthält die analytische Methode; am Beginn steht die Dedekindsche Zetafunktion; ihr Residuum bei $s = 1$ wird mit der Klassenzahl in Beziehung gesetzt (analytische Klassenzahlformel).

Besonders hervorgehoben wird die Arithmetik der Kreisteilungskörper. Es folgt der Beweis des Dirichletschen Primzahlsatzes. In einer Ergänzung haben die Verfasser mehr oder minder geläufige Dinge aus der Algebra nachgetragen wie etwa Körpererweiterungen und Charaktere endlicher abelscher Gruppen. Es folgt ein Anhang des Übersetzers über elementare multiplikative Zahlentheorie.

Die Übersetzung ist vorzüglich wie auch die Ausstattung. Druckfehler: Seite 19 lies einmal x_{n-1} statt x_n^{-1} und Seite 326 einmal C. L. statt C. R.; alles in allem liegt vor uns ein hervorragendes und lesenswertes Werk.

G. J. RIEGER

Algebraische Strukturen und Gleichungen. Von HELMUT DITTMANN. 146 Seiten. Bayerischer Schulbuchverlag, München 1965.

Dieses Buch enthält viele jener mathematischen «Rosinen», die der Lehrer in der letzten Klasse des Gymnasiums seinen Schülern auftischen möchte, wozu er allerdings im regulären Unterricht meist kaum Zeit findet. Die Darstellung ist pädagogisch so geschickt, dass der reife Schüler auch selbständig damit arbeiten kann. Ausgehend von den natürlichen Zahlen werden durch schrittweise Erweiterungen die ganzen, die rationalen, die reellen und die komplexen Zahlen begründet und bei dieser Gelegenheit die Begriffe Ring, Körper, Anordnung, Gruppe behandelt. Jedem Kapitel sind entweder merkwürdige Probleme, geschichtliche Ausblicke oder physikalische Anwendungen beigelegt, ganz analog zu dem Band «Infinitesimalrechnung» von WÖRLE-KRATZ-KEIL des gleichen Verlags. Weitere Kapitel sind den Gleichungen höheren Grades und ihren Auflösungsverfahren, insbesondere auch Iterationsverfahren und Nomogrammen gewidmet. Den Schluss bildet ein Abschnitt über den Unmöglichkeitbeweis für die Winkeldreiteilung.

Der Verfasser hat ein modernes Lehrbuch geschrieben, das auf Leser Rücksicht nimmt, die nach traditioneller Art in Mathematik vorgebildet wurden. Bei der Einführung der einzelnen Zahlenarten steht die axiomatische Methode im Vordergrund. Dass der Gruppenbegriff erst am Schluss der algebraischen Strukturen behandelt wird, hängt wohl damit zusammen, dass die vielen verschiedenartigen Übungsbeispiele über Gruppen erst nach Erarbeitung der vorausgehenden Kapitel gelöst werden können. Das Buch ist sehr zu empfehlen, nicht zuletzt wegen seiner «geistreichen» Übungsaufgaben, die den Leser zur Weiterführung und Vertiefung der Theorie anleiten wollen.

R. CONZELMANN

Development of the Minkowski Geometry of Numbers. Par HARRIS HANCOCK. Vol. I: 452 p., vol. II: 387 p. \$ 2.50. Dover Publications, New York 1964.

C'est en 1896 que paraissait la première édition du célèbre ouvrage de MINKOWSKI: *Geometrie der Zahlen*, si riche en idées nouvelles et permettant par des rapprochements inattendus entre des concepts de géométrie, d'arithmétique et d'algèbre de résoudre nombre de problèmes réputés difficiles. Mathématicien de génie, MINKOWSKI se bornait souvent, dans ses exposés, à énoncer des théorèmes sans même donner des indications sur la façon dont il les avait démontrés, ce qui rendait difficile la lecture de son œuvre fondamentale. HARRIS HANCOCK reprit, avec ses nombreux élèves, toutes les idées de MINKOWSKI et les développa méthodiquement dans un volume paru à New York, chez Macmillan en 1939. C'est cet ouvrage de HANCOCK qui a été intégralement reproduit, en 1964, par les éditions Dover sous le titre mentionné ci-dessus. L'ouvrage se compose de vingt chapitres répartis en deux volumes de dix chapitres chacun. L'ouvrage est très riche en contenu et bien fouillé. Parmi les matières traitées signalons les surfaces qui ne sont nulle part concaves, le volume des corps, les nombres algébriques, la théorie des fractions continues, l'approximation des nombres réels par des nombres rationnels, l'arithmétique de l'ellipsoïde, la répartition la plus dense de corps homologues congruents, la théorie des formes quadratiques. L'ouvrage est richement illustré et intéressera de nombreux géomètres.

S. PICCARD

Technical Calculus with Analytic Geometry. Von A. J. WASHINGTON. 440 Seiten mit 222 Figuren. 51s. Addison Wesley, London 1966.

Wie der Verfasser selber im Vorwort mitteilt, wird in diesem Buch mehr Gewicht auf Anschaulichkeit als auf Strenge gelegt. Dafür sind die Anwendungen des Kalküls auf

geometrische, physikalische und technische Probleme sehr ausführlich beschrieben und durch gute Figuren illustriert. Das Stoffgebiet reicht von der Analytischen Geometrie bis zu den gewöhnlichen Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung und umfasst auch ein Kapitel über partielle Differentialquotienten und Doppelintegrale. Über 400 durchgerechnete Beispiele und über 2000 Übungsaufgaben (davon die Hälfte mit Ergebnissen) stehen dem Leser zur Verfügung.

E. TROST

Solid Analytical Geometry and Determinants. Von A. DRESDEN. X und 310 Seiten mit 37 Figuren. \$ 2.-. Dover Publications, New York 1964.

Mit dem Titel *Solid Analytical Geometry* bezeichnet DRESDEN das Studium metrischer Eigenschaften von 3dimensionalen Figuren unter Benützung algebraischer Methoden. Es handelt sich hier um eine klassische analytische Geometrie des 3dimensionalen Punktraumes über dem reellen Zahlkörper. Die vorliegende Dover-Ausgabe ist ein unveränderter Neudruck der Erstausgabe aus dem Jahre 1930. Dementsprechend ist die Darstellung ganz dem vorvektoriellen Zeitalter verpflichtet.

Nach einer ausführlichen Bereitstellung der algebraischen Hilfsmittel (Determinanten, Matrizen, lineare Gleichungen) behandelt der Verfasser die folgenden Themenkreise: Punkt, Gerade und Ebene in ihrer gegenseitigen Lage, Kurven und Flächen, orthogonale Koordinatentransformation, Quadriken (metrische Klassifikation, Regelflächen, Flächen mit Mittelpunkt). Besonders hervorgehoben seien die 380 beigegebenen Übungsaufgaben, die das Buch zum Selbststudium geeignet machen.

M. JEGER

Analytic Geometry. Von M. H. PROTTER und C. B. MORREY. XI und 316 Seiten. 40s. Addison-Wesley Publishing Company, New York 1966.

Dieses Lehr- und Übungsbuch wurde für Studenten der ersten Semester in amerikanischen Colleges geschrieben. Ausser dem traditionellen Lehrstoff der analytischen Geometrie sind darin Kapitel über Ungleichungen, Relationen, Funktionen und Graphen aufgenommen. Im Anhang findet man die Lösungen der vielen Übungsaufgaben, ferner ein Kapitel über die Axiome der Algebra und einige Folgerungen. Ein Kapitel ist den Determinanten 2. und 3. Ordnung und ein weiteres der Trigonometrie gewidmet. Wie schon die Aufzählung der Stoffgebiete vermuten lässt, sind in diesem Buch viele moderne Ideen verwirklicht worden. Das Auflösen von Gleichungen und Ungleichungen erfolgt mit Hilfe der Mengenlehre; auch die Definitionen der Funktionen und Relationen und ihrer Inversen werden darauf zurückgeführt. Dass man unter dem Titel *Analytic Geometry* algebraische und transzendente Kurven diskutiert, und insbesondere auch die erste Bekanntschaft mit der Logarithmus- und der Exponentialfunktion macht, ist im Zeitalter der Vereinheitlichung des mathematischen Lehrstoffes durchaus verständlich. Metrische und affine Geometrie werden in diesem Buch nicht auseinandergelassen, und der Begriff der Abbildung einer Figur oder eines Raumes fehlt. Nicht einverstanden sind wir damit, dass die Vektoren beinahe nur um ihrer selbst willen eingeführt werden. Im Kapitel 4 wird die Vektorrechnung in der Ebene begründet, aber nur an einer einzigen Stelle, nämlich bei der Herleitung der Formeln für die Koordinatentransformation bei Translation und Rotation des Koordinatensystems, findet diese Theorie Verwendung. Die ganze übrige Geometrie der Ebene wird ohne Vektoren entwickelt, was gelegentlich eine «complicated algebraic manipulation» (S. 63) erfordert. Auch die analytische Geometrie des dreidimensionalen Raumes wird bis zu den Flächen 2. Ordnung nach der Koordinatenmethode behandelt, und erst hintendrin erfolgt die Ausdehnung der Vektorrechnung auf den R_3 . – Wem die Abbildungsgeometrie und die möglichst frühzeitige Benützung der Vektoren nicht am Herzen liegen, der wird das im übrigen klar dargestellte und sorgfältig verfasste Buch gerne zur Hand nehmen.

R. CONZELMANN

Formules commentées de mathématiques, Programme M. P. C. Von J. KLEIN und G. REEB. 223 Seiten. Gauthier-Villars, Paris 1964.

Am Anfang jedes der 50 Abschnitte dieses Büchleins steht eine Definition, eine Formel oder ein Satz aus der Differential- und Integralrechnung der Funktionen mit einer und

mehreren Variablen. Darauf folgt ein kurzer Kommentar und eine Anzahl von Übungsaufgaben, deren Lösungen in einem besonderen Heft bezogen werden können. Die Darstellung ist modern und gibt dem Studenten eine sehr übersichtliche Zusammenstellung, die zur Wiederholung und Befestigung des Stoffes gute Dienste leisten kann. E. TROST

Einführung in die mathematische Statistik. Von LEOPOLD SCHMETTERER. Zweite, verbesserte und wesentlich erweiterte Auflage. VIII und 597 Seiten. \$ 19.50. Springer Verlag, Wien und New York 1966.

Die erste Auflage dieses Buches – sie ist im XI. Jahrgang der *Elemente* besprochen worden – umfasste 400 Seiten, die zweite ist auf 600 Seiten angewachsen! Die Vorzüge, die an dieser Stelle seinerzeit hervorgehoben worden sind, hat es vollumfänglich behalten: Es berücksichtigt die Entwicklung der modernen mathematischen Statistik bis zur Gegenwart, und es bringt vollständige Beweise für alle Sätze, die sich auf die Statistik beziehen. Diese Vollständigkeit, das hohe Niveau und der Umfang des dargebotenen Stoffes haben das Werk zu einer umfassenden Darstellung der mathematischen Seiten der Statistik werden lassen, was der bescheiden klingende Titel nicht unbedingt vermuten liesse. Inhalt: Wahrscheinlichkeitstheorie, Elementare Stichprobentheorie, Einführung in die Testtheorie, Theorie der Konfidenzschätzungen, Regressions- und Stichprobentheorie mehrdimensionaler Normalverteilungen, Einführung in die nichtparametrischen Theorien, Anhang (Waldsche Entscheidungstheorie). – Tabellen und grössere Zahlenbeispiele fehlen; der Verfasser wendet sich mit seinem Buch nicht an den Nur-Praktiker, sondern an den Mathematiker oder den mathematisch sehr interessierten Statistiker. R. INEICHEN

Elementary Probability. Von EDWARD O. THORP. VII und 152 Seiten. 38s. John Wiley & Sons, New York 1966.

Es handelt sich um elementare Darstellung, die aber in allen Kapiteln einen grossen Tiefgang anstrebt und so eine ausgezeichnete Vorbereitung auf das Studium weiterführender Literatur darstellt. Inhalt: Elementarer Begriff der Wahrscheinlichkeit, Wahrscheinlichkeit in endlichen Merkmalsräumen, Zufallsvariable in diskreten Merkmalsräumen, kontinuierliche Wahrscheinlichkeiten. Zahlreiche Beispiele, Übungen und Hinweise zur Vertiefung an Hand geeigneter weiterer Fachliteratur runden die Darstellung ab. R. INEICHEN

Lineare Algebra. Von WERNER H. GREUB. 2. Auflage. (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 97.) XII und 338 Seiten. DM 48.–. Springer Verlag, Berlin, Göttingen und Heidelberg 1963.

Die erste Auflage dieses schönen Werkes wurde in Band XIV, Seite 21, der *Elemente* besprochen. Die zweite Auflage ist in englischer Sprache verfasst. Neben dem Wechsel der Sprache sind manche Ergänzungen und Änderungen vorgenommen worden. So wurde besonders das Kapitel über multilineare Algebra erweitert und in vier neue Kapitel gegliedert. Auch die Anzahl der jedem Paragraphen beigegebenen Aufgaben wurde vermehrt. Der Aufbau des Werkes ist aber im wesentlichen derselbe geblieben. J. M. EBERSOLD

Liber desideratus 1494. Von WILLEM GILLISZ VAN WISSEKERKE. Facsimile with introduction by D. J. STRUIK. (Dutch classics on History of Science.) XII 50 + (50) Seiten. B. de Graaf, Nieuwkoop 1965.

Dem Nachdruck dieser Schrift über die Bewegung der Himmelskörper (vermittels des Astrolabs) ohne Rechnung nebst zugehörigen astrologischen Bemerkungen geht eine ausgezeichnete Einführung voraus. Wir lesen zunächst, was man aus späteren Erwähnungen über die Lebensverhältnisse des Autors weiss. Der Erstausgabe des Büchleins folgen Nachdrucke von 1495 und 1496; in der Pariser Bibl. Nat., fds. lat. 7276 B finden sich die hier gegebenen ergänzenden Figuren (das gedruckte Original hat keine). Anschliessend folgt eine vorzüglich belegte Inhaltsangabe nebst Erklärung der heute nur mehr wenigen Fachhistorikern bekannten Planetentheorien aus der damaligen Zeit. J. E. HOFMANN