

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 20 (1965)  
**Heft:** 6  
  
**Rubrik:** Bericht

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

3.  $T_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) sind die Berührungs punkte des Inkreises und der Ankreise des Dreiecks  $ABC$  auf der Seite  $BC$ . Es gilt

$$\sum \overline{AT_i^2} = 3(b^2 + c^2) - a^2.$$

► Die Dreiecke  $ABC$ ,  $AT_1T_2$ ,  $AT_3T_4$  besitzen dieselbe Mittellinie  $m_a$ . Drücke  $m_a^2$  auf drei Arten aus.

4. Konstruiere die gemeinsamen Tangenten an zwei Kegelschnitte mit einem gemeinsamen Brennpunkt.

► Der Fusspunkt des Lotes vom gemeinsamen Brennpunkt auf die gemeinsame Tangente ist der Schnittpunkt der Hauptkreise.

Beispiel: Ellipse: Zentrum  $Z(0; 0)$ , Brennpunkt  $F(6; 0)$ , Scheitelpunkt  $A(7; 0)$ . Parabel:  $F(6; 0)$ , Scheitelpunkt  $S(4; 2)$ .

5. Die Tangenten in den Punkten  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) einer Parabel dritter Ordnung schneiden die Kurve in den Punkten  $Q_i$ . Die Fläche des Dreiecks  $Q_1Q_2Q_3$  ist das 16-fache der Fläche des Dreiecks  $P_1P_2P_3$ .

O. REUTTER, Ochsenhausen

► Da jede kubische Parabel durch zwei Affinitäten aus  $y = x^3$  erzeugt werden kann, genügt es, den Satz für diese Kurve zu beweisen. Man findet  $P_i(u_i; u_i^3)$ ,  $Q_i(-2u_i; -8u_i^3)$ .

$$\Delta Q_i = \frac{1}{2} |-2u_i; -8u_i^3; 1| = \frac{1}{2} (-2)(-8) |u_i; u_i^3; 1| = 16 \Delta P_i.$$

## Bericht

### Abschiedsvorlesung von Herrn Prof. Dr. Heinz Hopf

Am Nachmittag des 6. Juli 1965 fand an der ETH die Abschiedsvorlesung von Herrn Prof. HEINZ HOPF statt. Um seine bedeutende Lehr- und Forschertätigkeit zu würdigen, war der Tag zu einem Symposium ausgestaltet worden, indem am Vormittag zwei prominente Topologen Vorträge hielten.

Prof. F. HIRZEBRUCH, Bonn, beleuchtete in meisterhafter Form verschiedene topologische Probleme, die bekannten Sätzen der Zahlentheorie äquivalent sind. Prof. J. MILNOR, Princeton, gab eine Übersicht über die 4 Arten von Mannigfaltigkeiten, die er als Objekte von Kategorien darstellte und beschrieb die zugehörigen Isomorphismen.

Prof. HOPF selbst schilderte in seiner sympathischen Art die Entwicklung der Topologie, wie er sie miterlebt, und man darf ruhig hinzufügen, mitgestaltet hat. Sein erstes Zusammentreffen mit der Topologie erfolgte 1917 in den Vorlesungen von E. SCHMIDT in Breslau. Damals wurde der Reinheit der Methode zuliebe in der Topologie nur der Stetigkeitsbegriff verwendet. Eine zweite wichtige Phase war das Zusammenarbeiten mit P. ALEXANDROFF 1925–26 in Göttingen. Dessen Arbeiten waren ausgesprochen mengentheoretisch. ALEXANDROFF riet aber seinem Freund, mehr Algebra zu verwenden. HOPF interessierte sich in der Folge immer mehr für die algebraischen Eigenschaften, die mit einem geometrischen Gebilde topologisch invariant verbunden sind. Diese Haltung wurde in der dritten Periode der Entwicklung noch verstärkt, als er zusammen mit P. ALEXANDROFF – damals als einziger Ausländer – an der Universität in Princeton weilte, wo er mit VEBLEN, LEFSCHETZ und ALEXANDER zusammentraf. In seiner Arbeit «*Zur Algebra der Abbildungen von Mannigfaltigkeiten*» (1930) verwendete HOPF den Begriff der Produktmannigfaltigkeit von LEFSCHETZ als wesentliches Hilfsmittel.

Ein besonders wichtiges Jahr für die Entwicklung der Topologie war das Jahr 1935. Damals fand in Moskau das erste internationale Symposium über Topologie statt. Dort begründeten ALEXANDER und KOLMOGOROFF unabhängig voneinander die Cohomologie-

theorie. Im gleichen Jahr fand ein zweiter Kongress in Genf statt, bei dem ELIE CARTAN Methoden von LEFSCHETZ weiterentwickelte.

Prof. HOPF schloss seine Ausführungen, die unter dem Titel «Einige persönliche Erinnerungen aus der Vorgeschichte der heutigen Topologie» standen, mit der Erwähnung von wichtigen Arbeiten aus der Zeit zwischen 1940–50, die trotz der zunehmenden Algebraisierung noch deutlich die geometrischen Ideen zum Ausdruck bringen. Die Vorlesung von HOPF klang aus in ein Bekenntnis seiner Liebe zur Lehrtätigkeit. Er betonte, dass die Lehrtätigkeit nicht Nebensache sein dürfe, sondern dass sie ebenso wichtig sei wie die Tätigkeit als Forscher. Aus seinem Munde hat dieses Wort besonderes Gewicht, ist er doch in beiden Richtungen ein Meister. Seine Studenten, heutige und ehemalige, verehren ihn in erster Linie als geschätzten Lehrer, durch den sie eine wesentliche Formung erhielten.

Der Tag schloss mit einem Bankett im Zunfthaus zur Meise, das Vertreter der Hochschule, Kollegen der Abteilung, Gäste und Doktoranden des Gefeierten vereinte. In erfreulich kurzen Ansprachen des Rektors der ETH und des Abteilungsvorstandes der Abteilung IX wurde insbesondere die Lehrtätigkeit von Prof. HOPF gewürdigt. DE RHAM knüpfte an das Vorlesungsthema an, indem er statt von der «préhistoire» vom «l'âge d'or» der Topologie sprach. FREUDENTHAL – in seiner Eigenschaft als erster Doktorand von HOPF – und BEHNKE erzählten persönliche Erlebnisse aus der Begegnung mit Herrn und Frau HOPF. ECKMANN sprach die Hoffnung aus, dass uns im Rahmen des Forschungsinstitutes für Mathematik an der ETH die Mitarbeit von Prof. HOPF weiterhin erhalten bleibe. Mit dieser Hoffnung und den besten Wünschen für gute Gesundheit von Herrn und Frau HOPF möge dieser – notwendig unvollständige – Bericht schliessen.

EMIL R. BRÄNDLI

## Literaturüberschau

*Einführung in die diskreten Markoff-Prozesse und ihre Anwendungen.* Von HANS LAHRES. Die Wissenschaft, Band 120. VII und 109 Seiten mit 11 Abbildungen. DM 9.80. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1964.

Das Kuratorium des Preisausschreibens zum 175jährigen Bestehen des Verlages Vieweg & Sohn, Braunschweig, hat dem Verfasser der Schrift für sein Werk einen Preis zuerkannt. – Der Autor wendet sich mit seiner Schrift sowohl an den mathematisch interessierten Leser als auch an den, der sich vorwiegend für die Anwendungen interessiert. Aus dem umfangreichen Gebiet der stochastischen Prozesse wählt er die elementaren Ergebnisse eines Teilgebiets, der diskreten Markoff-Prozesse, aus. Im ersten Teil werden allgemein stochastische Prozesse und Markoff-Prozesse definiert, die Kolmogoroffschen Gleichungen hergeleitet und Lösungsmethoden dargestellt. Dann werden in anschaulicher Weise Prozesse untersucht, bei denen sich die zufällige Variable in kurzen Zeitabschnitten nur um  $\pm 1$  ändern kann, sogenannte Geburts- und Todesprozesse. Der dritte Teil ist den Anwendungen gewidmet: Bevölkerungsentwicklungen, Telefonverkehr, Warteschlangen, Bedienung und Wartung von Maschinen, Radioaktiver Zerfall, Kosmische Strahlung; der vierte Teil bringt instruktive Zahlenbeispiele. Mit der ausführlichen und leicht fasslichen Darstellung und der geschickten Auswahl der behandelten Fragestellungen dürfte der Verfasser sein Ziel in sehr ansprechender Weise erreichen.

R. INEICHEN

*Zur Simulation einer digitalen Integriermanlage mittels eines elektronischen Rechenautomaten.* Von WOLF-DIETRICH MEISEL. Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1290. 29 Seiten. Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen 1963.

Eine Integriermanlage ist als Analoggerät bequemer programmierbar als eine Digitalanlage. Deshalb hat es einen Sinn, einen Analogrechner auf einer Digitalanlage zu simulieren, damit von der Benutzerseite her eine Vereinfachung eintritt. Da alle Grundelemente digital arbeiten, wird die Integrationsgenauigkeit wesentlich verbessert gegenüber einem Analogrechner. Der vorliegende Bericht beschreibt diese Simulation, setzt dabei die