

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 19 (1964)  
**Heft:** 6

**Rubrik:** Ungelöste Probleme

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

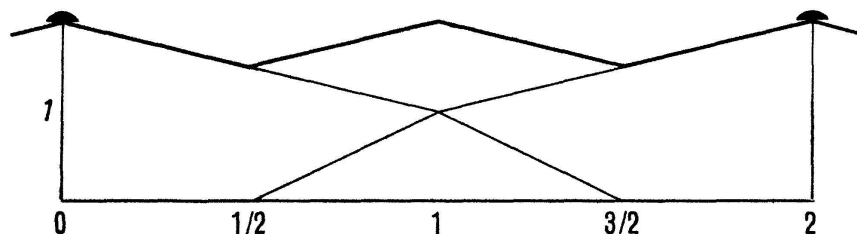
**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Ungelöste Probleme

Nr. 47. Wir wollen auf einer unendlichen Strasse Lampen errichten. Die Lampendichte  $d$  (durchschnittliche Lampenzahl pro Kilometer), sowie die Beleuchtungsfunktion  $f(x)$ , die die von einer Lampe herrührende Strassenbeleuchtung im Abstand  $x$  vom Lampenfusspunkt angibt, sind vorgegeben. Wir setzen voraus, dass  $f(x)$  eine nicht zunehmende Funktion ist, dass die Reihe  $f(1) + f(2) + \dots$  konvergiert und dass sich die von den einzelnen Lampen stammenden Beleuchtungen additiv zusammensetzen.  $B$  sei das Infimum der Beleuchtung an der Strasse (die Beleuchtung an der am schlechtesten beleuchteten Stelle) bei einer gewissen Lampenverteilung. Gesucht wird diejenige Lampenverteilung, für die  $B$  den grösstmöglichen Wert erreicht.

L. DANZER hat zuerst bemerkt, dass die beste Verteilung nicht immer die äquidistante ist. Das folgende, einfache Beispiel stammt von A. HEPPES.

Es sei  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 1/2$ ,  $f(3/2) = f(\infty) = 0$  und zwischen diesen Werten sei  $f(x)$  linear. Bei einer äquidistanten Verteilung mit der Dichte  $d = 1/2$  schaut die Beleuchtung so aus:



Bei einer äquidistanten Verteilung mit  $d = 1$  müsste man halbwegs zwischen zwei Lampen eine neue Lampe aufstellen. Es ist aber offensichtlich günstiger, die neuen Lampen rechts (oder links) von den ursprünglichen im Abstand  $1/2$  anzubringen, weil sich dadurch eine ganz gleichmässige Beleuchtung mit der festen Intensität  $7/4$  ergibt.

Das Problem ist nun, eine allgemeine Kennzeichnung der möglichen Extremalfiguren anzugeben und insbesondere zu entscheiden, ob sich die beste Verteilung stets aus kongruenten, äquidistanten Punktsystemen zusammensetzen lässt.

L. FEJES TÓTH

## Kleine Mitteilungen

### Notiz zu einem System von Grössenrelationen im Dreieck<sup>1)</sup>

In einem beliebigen Dreieck werden Um- und Inkreisradius mit  $R$  bzw.  $r$  bezeichnet.  $\Sigma m_i$ ,  $\Sigma w_i$  und  $\Sigma h_i$  seien in dieser Reihenfolge die Summen der Längen der Schwerelinien, der Winkelhalbierenden und der Höhen. Dann gilt

$$\Sigma m_i \leq 4R + r \quad (1)$$

$$\Sigma w_i \leq 3R + 3r \quad (2)$$

$$\Sigma h_i \leq 2R + 5r. \quad (3)$$

Bei ganzzahligen, positiven Koeffizienten von  $R$  und  $r$  sind alle drei Abschätzungen *bestmöglich*, und das Gleichheitszeichen gilt jeweils nur im gleichseitigen Dreieck. Für (1) und

<sup>1)</sup> Ausschnitt aus einem Vortrag, gehalten am 13. Dezember 1963 in der Mathematischen Vereinigung Bern, über «Grössenbeziehungen im Dreieck und verwandte Fragen (gelöste und ungelöste Probleme)».