Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 19 (1964)

Heft: 2

Rubrik: Literaturüberschau

2. $P(x; y)$ sei ein Punkt der Kettenlinie $y = h \operatorname{Cos}(x/h)$. Die Strecke PU auf der Kurvennormale von P bis zur x-Achse ist so lang wie der Krümmungsradius in P.

▶ Ist Q der zu P gehörige Punkt der Evolvente (Tractrix), so besitzt das rechtwinklige Dreieck $P P' Q$ mit der Hypotenuse $P P' = y$ die Katheten $P Q = s$ in der Kurventangente und $P' Q = h$. Aus ähnlichen Dreiecken ergibt sich

$$P U = \frac{y^2}{h} = |\varrho| .$$

3. Welcher Punkt $P(x; y)$ der Kettenlinie $y = \operatorname{Cos} x$ liegt dem Punkt $U(6; 0)$ am nächsten?

▶ Nach dem Ergebnis der vorangehenden Aufgabe erhält man aus dem Dreieck $P P' U$ sofort

$$(6 - x)^2 = \operatorname{Cos}^4 x - \operatorname{Cos}^2 x = \operatorname{Cos}^2 x \operatorname{Sin}^2 x$$

$$12 - 2x = \operatorname{Sin} 2x .$$

Mit $2x = z$ ist die Gleichung $\operatorname{Sin} z + z = 12$ zu lösen.

$$x = 1{,}452 ; \quad y = 2{,}253 .$$

4. Zeige durch Reihenentwicklung beider Seiten, dass für kleine Werte von x gilt

$$\operatorname{Cos} x \approx 4 - \sqrt{9 - 3x^2} .$$

▶
$$4 - \sqrt{9 - 3x^2} - \operatorname{Cos} x = \frac{x^6}{180} + \cdots , \quad |x| < \sqrt{3} .$$

Eine Ellipse mit den Halbachsen $a = \sqrt{3}$, $b = 3$ ist somit eine vorzügliche Annäherung an die Cos-Kurve in der Umgebung des Scheitelpunktes. Für $x = 1$ ergibt sich ein absoluter Fehler von $-0{,}0073$.
Entsprechend gilt

$$\cos x \approx 4 - \sqrt{9 + 3x^2} .$$

Die Näherungskurve ist ein Hyperbelast. Für $x = \pi/6$ beträgt der absolute Fehler $+0{,}0001$.

5. Eine Kette mit der Gleichung $y = h \operatorname{Cos}(x/h)$ ist an zwei gleich hohen Punkten $P(\pm x_0; y_0)$ aufgehängt.
   a) Bestimme die Lage ihres Schwerpunktes S.
   b) Ist N der Schnittpunkt der Kurvennormale in einem Aufhängepunkt mit der y-Achse, so ist S der Mittelpunkt der Strecke $O N$.

▶
$$O S = \frac{O N}{2} = \frac{h \operatorname{Cos}\frac{x_0}{h} \operatorname{Sin}\frac{x_0}{h} + x_0}{2 \operatorname{Sin}\frac{x_0}{h}} .$$

Literaturüberschau

Pythagorean Triangles. Von W. Sierpiński. The Scripta Mathematica Studies Nr. 9, 107 Seiten. Graduate School of Science, Yeshiva University, New York 1962.

Die erste Auflage dieses Büchleins erschien 1954 in polnischer Sprache. Die vorliegende, von A. Sharma besorgte Übersetzung enthält einige neue Paragraphen.

Der berühmte Verfasser zeichnet in seiner bekannten klaren und anregenden Darstellungsweise ein buntes Bild der verschiedenartigen zahlentheoretischen Resultate und Probleme, die im Zusammenhang mit den pythagoräischen Zahlen stehen. Viele Beweise sind einfach und kurz. Schwierigere Fragen entstehen, wenn die Seiten des Dreiecks bestimmten Zahlenmengen angehören sollen. FERMAT hat behauptet, dass (4565486027761, 1061652293520, 4687298610289) das «kleinste» pythagoräische Dreieck ist, bei dem die Hypotenuse und die Summe der Katheten Quadratzahlen sind. Für diese Tatsache findet man hier eine vollständige Herleitung. Hingegen muss die Frage offen bleiben, ob es unendlich viele pythagoräische Tripel mit zwei Primzahlen gibt. Bemerkenswert ist auch ein rein geometrischer Beweis des folgenden Satzes von KUMMER: In einem Viereck mit rationalen Seiten und rationalen Diagonalen teilt der Diagonalenschnittpunkt die Diagonalen in rationale Teile. Im letzten Abschnitt werden Quader mit ganzzahligen Seiten und Diagonalen betrachtet. E. TROST

Graphs and their Uses. Von OYSTEIN ORE. Random House New Mathematical Library.

Das anregende Bändchen ist eine Empfehlung wohl wert. Dem Zweck der Buchreihe entsprechend, wendet es sich nicht an die Zünftigen, vielmehr an einen grossen Kreis von Interessierten verschiedenster Herkunft. Das zieht ein paar unbequeme Konsequenzen nach sich. Alles Vorgetragene soll einfach und möglichst unmittelbar zugänglich sein, die betrachteten Gebilde, die Probleme und Sätze, die Analysen und die Beweise. Dennoch darf das entworfene Panorama weder dürftig noch verschwommen ausfallen, sondern es muss von anregender Vielgestaltigkeit, prägnant und charakteristisch sein. Es ist ein Vergnügen zu verfolgen, mit welch sicherem Geschick der Autor der Schwierigkeiten Herr und seiner Aufgabe gerecht wird. Der ausgeglichene, völlig ungekünstelte Vortrag verleiht dem Buch eine ungewöhnlich ansprechende Note. F. BÄBLER

Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner wissenschaftlichen und methodischen Gestaltung, herausgegeben von E. LÖFFLER. Heft Nr. 4/1959 und Nr. 1/1961: Logische Probleme im Mathematikunterricht I und II. Ernst-Klett-Verlag, Stuttgart.

Im Gespräch über die Reform des Mathematikunterrichtes an den höheren Schulen bahnt sich in Westdeutschland eine neue Entwicklung an; sie ist gekennzeichnet durch das Eingreifen der logischen Schule der Universität Münster in Westfalen. Die beiden vorliegenden Hefte der blauen Klett-Reihe sind den Anliegen der Münsterer-Gruppe gewidmet. Als verantwortlich für die Herausgabe zeichnet ihr Hauptsprecher H. G. STEINER.

Die mathematische Logik, die zu Beginn unseres Jahrhunderts noch als isolierte Wissenschaft dastand, vermochte in den letzten Jahrzehnten vielenorts den Stil der mathematischen Hochschulvorlesungen wesentlich zu beeinflussen. Dies musste zwangsläufig zu einer Vertiefung jener Kluft zwischen Gymnasium und Hochschule führen, die unsere zukünftigen Mathematikstudenten zu überspringen haben. Gewiss lassen sich wertvolle Einsichten der mathematischen Logik auf den Schulunterricht projizieren. Wir halten es aber für gefährlich, wenn für die Auswahl der Gegenstände vor allem die eben geschilderte Situation zur Rechtfertigung herhalten muss. Auf der einen Seite ist zu bedenken, dass nicht nur der abstrakte Typus des Mathematikers Erfolg verspricht. Weit wichtiger fällt aber ins Gewicht, dass in unseren Schulklassen die zukünftigen Mathematiker nur sehr spärlich auftreten und dass bei der bewussten Hervorhebung des logischen Aspektes der Mathematik die substantielle mathematische Ausbildung der übrigen Schüler einfach zu kurz kommt. Es sind dies die Bedenken, die bei jeder Forderung nach stärkerer Abstraktion und Theoretisierung des mathematischen Unterrichtes laut werden; der Herausgeber der Schriftenreihe lässt sie übrigens auch in seinem Geleitwort zu den beiden Heften deutlich durchschimmern.

Trotz diesen Vorbehalten ist das Erscheinen der Hefte sehr zu begrüssen. Nachdem ja auch Kreise in den USA für eine stärkere Berücksichtigung der mathematischen Logik im Schulunterricht eintreten (vgl. etwa das Buch von KEMENEY-SNELL-THOMPSON: Finite mathematics), wird jedermann, der sich mit diesem Fragenkreis beschäftigt, gerne zu einer ausführlichen Orientierung über die wissenschaftlichen Hintergründe greifen. Diese Information übernimmt H. G. STEINER mit einem längeren Beitrag im ersten Heft. Daneben befassen sich die verschiedenen Artikel mit der logischen Analyse des mathematischen Schulstoffes sowie mit der Frage der effektiven Behandlung logischer Probleme und logischer Methoden im Unterricht. Speziell erwähnt sei der Beitrag von H. WÄSCHE über logische Probleme im Zusammenhang mit der Behandlung der Gleichungen und Ungleichungen, der zu verschiedenen Klarstellungen in diesem Stoffgebiet beitragen dürfte. Didaktisch ist dieses Gebiet fast problemlos; geht man aber in der Unterrichtsliteratur den üblichen Begriffen Gleichung, Funktion, Variable, Unbekannte, etwas nach, so wird man bald eine kaum vermutete inhaltliche Verworrenheit vorfinden.

Wer die Hefte aufmerksam studiert, wird auch anderswo ausgesprochene Anregungen für den Unterricht in einem neuen Kleide antreffen; ein Beispiel ist der Beitrag über die Klassenlogik, die der elementaren Mengenlehre und der Booleschen Algebra nahesteht. Daneben wird auch gezeigt, dass von der mathematischen Logik her ein Brückenschlag zur Axiomatik möglich ist.

Der Aussagen- und der Prädikatenkalkül nehmen innerhalb der mathematischen Logik eine zentrale Stellung ein. Beide erfordern einen gewissen Formalismus, in dem sich nicht wenige Logiker sehr gefallen und der im Bereiche der Schulmathematik dazu verleitet, einfache Zusammenhänge mit einer Barrikade zu verstellen. In Verbindung mit der Tatsache, dass sinnvolle Übungsaufgaben, die auf logische Zusammenhänge im mathematischen Unterrichtsstoff selbst Bezug nehmen, kaum vorhanden sind, dürfte dies für die weitverbreitete Skepsis gegenüber einer stärkeren Betonung der mathematischen Logik im Schulunterricht verantwortlich sein.

Wo eine logische Vertiefung auf dem Niveau der Schule vermehrte Einsichten in die mathematischen Zusammenhänge zu geben vermag, kann sie verantwortet werden. Die Schulpraxis muss aber erst einmal die geeigneten Stellen abklären und ein entsprechendes Aufgabenmaterial schaffen und erproben. Dem Lehrer, der sich dieser Aufgabe unterziehen will, werden die beiden blauen Hefte nicht nur Anregung, sondern zugleich eine wertvolle Hilfe sein. Er darf sich aber nicht zur Annahme verleiten lassen, dass unter dem Titel mathematische Logik ein neues Stoffgebiet für das mathematische Unterrichtsprogramm bereitgestellt wird. M. JEGER

Introduction to Nonlinear Differential and Integral Equations. Par HAROLD T. DAVIS. XV et 566 pages. $2.00. Dover Publications, New York 1962.

C'est à une tâche redoutable que s'est attaqué M. DAVIS en tentant d'écrire un ouvrage sur les équations différentielles et intégrales non linéaires: le domaine en est vaste et les recherches actuelles en modifient sans cesse les frontières. L'auteur ne pouvait donc que se limiter; laissant complètement de côté l'apport décisif de la topologie, il s'est attaché plutôt à réunir une information plus au moins exhaustive sur les recherches classiques de caractère analytique. Les méthodes numériques sont traitées sommairement (leur éventuelle instabilité n'étant du reste pas considérée); l'auteur recommande pour sa part une méthode dite du «prolongement analytique continu», qu'il illustre de quelques applications intéressantes: cette méthode semble ne pouvoir s'utiliser que dans des conditions assez restreintes.

Les besoins des utilisateurs donnent à toute étude de ce genre un certain caractère décousu; il s'écoulera sans doute encore bien tu temps avant que l'on puisse écrire sur ces questions un ouvrage vraiment satisfaisant. Celui de M. DAVIS, dans l'état actuel des choses, peut rendre des services à celui qui désire s'informer sur ce que l'on a fait, plus qu'au chercheur désireux de faire progresser nos connaissances. CH. BLANC

College Algebra. Von CH. H. LEHMANN. XI und 432 Seiten mit 45 Figuren. 45s. John Wiley & Sons, London 1962.

Der Leser wird hier durch einen kurzen Abriss über zwei Postulate (positive ganze Zahl, die beiden Grundoperationen: Addition und Multiplikation) in die Arithmetik eingeführt. Durch Gesetze (Ausführbarkeit, Eindeutigkeit usw.) werden die Eigenschaften der beiden Grund- und die der dritten Operation des Potenzierens (mit positiven ganzen Exponenten) umschrieben und durch Defintionen die Umkehrungen angesetzt. Diese sechs «algebraischen» Operationen, denen sich erst am Ende des Buches die Logarithmen (und Exponentialfunktionen) anschliessen, bilden den Grundstoff dieser «Algebra», die als Vorkurs zum Calculus geschrieben wurde. Zuerst werden die Rechnungsweisen bei den verschiedenen Zahlenarten behandelt: sie sind allgemein und exakt begründet, an gut ausgewählten, nicht trivialen Beispielen demonstriert; und immer sind die nötigen Voraussetzungen oder möglichen Sonderfälle deutlich angezeigt. Der Verfasser schreibt klar und in wohltuender Kürze. Er setzt sich mit modernen Gesichtspunkten auseinander und ist neuen Forderungen gegenüber positiv eingestellt. Wichtige Begriffe werden frühzeitig umrissen, später in Hauptabschnitten exakt definiert und ihre Bedeutung in andern Zweigen der Mathematik umschrieben. Diesem Bestreben scheint der (dritte) Abschnitt über die Einführung des Funktionsbegriffes nicht ganz zu folgen. Schon die Definition wirkt durch die Zulassung mehrerer Werte y zu einem Wert x eher altertümlich; ferner wird nur die formelmässige Zuordnung der Variablen behandelt; für eine erste Besprechung zu weitgehend und zu früh angesetzt, dünkt uns die Klassifikation, in der die algebraischen Funktionen formelmässig definiert sind, aber erst viel später (im neunten Kapitel) und hier nur in einfachem Rahmen zur Sprache kommen. Sehr nützlich für das Verstehen allgemeiner Funktionen hingegen ist das hier durch Beispiele gezeigte Rechnen mit Funktionssymbolen (Vertauschen der Variablen, Berechnen zusammengesetzter Funktionen und von Differenzenquotienten, Symmetrieeigenschaften usw.) und zwar vor Behandlung der in üblicher Weise vorgeführten graphischen Darstellung von Funktionen, die hier durch eine Reihe sorgfältiger und vollständiger Figuren gezeigt wird. Der Titel des nächsten (vierten) Abschnittes «Die lineare Funktion» entspricht nicht dem Inhalt, weil hier nur lineare Bestimmungsgleichungen mit einer und mehreren Unbekannten, übrigens in vorbildlicher Art, behandelt sind und die graphische Lösung solcher Gleichungen hier keine grosse Rolle spielt. Die übrigen Abschnitte: quadratische Funktionen, Ungleichungen, komplexe Zahlen, Theorie der algebraischen Gleichungen, Reihen, Determinanten usw. sind ganz im Geiste der oben umschriebenen Ziele mustergültig dargestellt, so dass von einem vorzüglichen, modernen Algebrabuch einer höhern Schule gesprochen werden kann. A. HÄUSERMANN

Introduction to Elementary Functions. Von W. J. COMBELLACK. XIV und 343 Seiten mit 168 Figuren. 53s. John Wiley & Sons, London 1962.

Dieses Lehr- und Übungsbuch dient auch als Unterlage zum Vorkurs der «höhern Mathematik» und gibt eine ganz ungewöhnliche, moderne Einführung des Funktionsbegriffes. Es werden die Grundbegriffe der (endlichen) Menge und ihrer Elemente, Äquivalenz, Untermengen, Nullmenge, Durchschnitt und Vereinigung eingeführt, und Begriffe und Symbole mit einfachen Beispielen aus der Umwelt und aus mathematischen Gebieten nahegebracht. Dann folgen die Begriffe: geordnetes Paar, kartesisches Produkt und Relation, auf denen dann der Funktionsbegriff aufgebaut und eingeübt wird (zuerst mit einer, dann mit mehreren Variablen). Erst jetzt und im Hinblick auf die Anwendung im Calculus werden die traditionellen Namen und Funktionszeichen eingeführt. In der Symbolsprache der mathematischen Logik unternimmt sodann der Verfasser im zweiten, fakultativen Kapitel den Versuch, den Leser in die Boolsche Algebra einzuführen. Zuerst wird hier die abstrakte Lehre mit ihren Grundbegriffen, 15 Postulaten und einer Reihe von Theoremen dargestellt und hierauf die Algebra (0,1) behandelt und diese auf elektrische Vorgänge angewandt. Die übrigen Kapitel behandeln Stoff aus der analytischen Geometrie (Gerade, Kreis und Kegelschnitte), aus der elementaren Algebra (Determinanten, komplexe Zahlen, Theorie der Gleichungen), der Gonio- und Trigonometrie und aus der elementaren Analysis. Die Vortragsweise ist erschöpfend, bisweilen fast zu ausführlich, sachlich aber einwandfrei. Der erste Einblick in den Funktionsbegriff mag für das anschauliche Erfassen nicht ganz einfach sein, doch ist der Begriff Grundlage für alle späteren Entwicklungen dieses Buches. Die graphischen Darstellungen sind übersichtlich und die Kurven korrekt gezeichnet. Jedem Abschnitt sind Übungen beigegeben mit einer bemerkenswert grossen Auswahl von Beispielen, die von numerischen Zahlen- bis zu schwierigen allgemeinen Rechnungen reichen. Im ganzen handelt es sich um ein eigenwilliges Werk, in dem auf exakte Begriffsbildung und genaue Begründung das Hauptgewicht gelegt ist, so dass das Ziel eine Grundlage für Calculus zu sein, sicher erreicht ist. A. HÄUSERMANN

Introductory College Mathematics. Von ADELE LEONHARDY. 2. Auflage, 487 Seiten. 57s. John Wiley & Sons, London 1963.

Dieses Lehr- und Aufgabenbuch ist für solche Schüler bestimmt, die sich nicht für mathematische oder andere exakte Wissenschaften vorbereiten wollen und bereits einen einjährigen Kurs in Algebra und Planimetrie absolviert haben. Der Stoff und die Übungen sind daher breit und auf Anwendungen hin angelegt. Es werden die sieben arithmetischen Operationen in üblichem Rahmen dargestellt, anschliessend gibt der Abschnitt «Calculus» Einblicke in wichtige Gesetze des Differenzierens (die fast alle bewiesen sind) und des Integrierens; hier aber werden die Integrationsformeln aus Beispielen gewonnen und ohne Beweis verallgemeinert. Es ist schade, dass die nächsten Abschnitte über Exponential-, Logarithmen- und periodische Funktionen nur in einer ganz kleinen Notiz Bezug nehmen auf die Ergebnisse des Calculus. Dass statistische Fragen und Wahrscheinlichkeitsrechnung an den Schluss des Buches verlegt werden, versteht sich, dass aber die Trigonometrie aus dem Abschnitt über periodische Funktionen herauswächst, ist mathematisch interessant, aber für den Schüler dieser Stufe ein Umweg, weil er erst nach vielen und langen Vorbetrachtungen zum Ziel der hier ganz kurz behandelten Trigonometrie (Sinus- und Cosinussatz) herangeführt wird. Abschnitte des Rechnens, unter denen auch eine einfache Fehlerrechnung vorkommt, sind geschickt in den algebraischen Lehrgang eingebaut und lockern den Stoff auf. Viele, oft bescheidene, aber abwechslungsreiche Aufgaben gehören zu jedem Abschnitt. Der Text liest sich leicht. Historische Bemerkungen sind eingefügt; so kommt auch unser Jost Bürgi zu Ehren. Auch im einfachen Rahmen dieses Werkes bringt die Verfasserin moderne Gesichtpunkte zur Geltung und führt die jugendlichen Leser an neuzeitliche Formulierungen heran. Zu diesem Ziel tragen auch die guten Figuren und die übersichtlich angeordneten formelmässigen Herleitungen bei. A. HÄUSERMANN

Abstract Harmonic Analysis. Par EDWIN HEWITT and KENNETH A. ROSS. Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 115. VIII et 519 pages. DM 76.–. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1963.

Le premier volume de cet important ouvrage est consacré à la structure des groupes topologiques, à la théorie de l'intégration et à celle des représentations de groupes. Le livre est rédigé en anglais. Il compte six chapitres subdivisés en 26 sections ainsi que trois appendices consacrés aux groupes abéliens, aux espaces topologiques linéaires et à une introduction aux algèbres normées. Une copieuse bibliographie et des indexes d'auteurs cités, de symboles et de termes employés complètent l'exposer.

On trouve dans le livre de MM. HEWITT et ROSS toutes les données sur la structure des groupes topologiques indispensables à un exposé moderne d'analyse harmonique, la théorie d'intégration sur les groupes localement compacts et une introduction à la théorie de la représentation des groupes. La lecture de ce volume demande des connaissances d'algèbre, de théorie des ensembles, de topologie ensembliste et de la théorie de la mesure.

On trouvera dans ce livre très fouillé de nombreux renseignements historiques.

Les auteurs se proposent de traiter en détail, dans un second volume, l'analyse harmonique sur des groupes abéliens compacts et localement compacts. S. PICARD

Algèbre Noethérienne non commutative. Par L. LESIEUR et R. CROISOT. Mémorial des Sciences Mathématiques, fasc. 154. 119 pages. Gauthier-Villars & Cie., Paris 1963.

E. NOETHER avait établi en 1921 pour les anneaux d'importants théorèmes de décomposition, notamment le théorème d'existence d'une représentation de tout idéal comme intersection réduite d'un nombre fini d'idéaux primaires, le théorème d'unicité du nombre des composants et des idéaux premiers associés, celui d'unicité des composants isolés. Ces résultats ont été étendus par la suite au cas non commutatif et ont donné naissance à l'algèbre noethérienne non commutative. Dans leur monographie, MM. LESIEUR et CROISOT présentent un certain nombre de résultats relatifs à la théorie des idéaux d'un anneau ou d'un demi-groupe non commutatif et de la théorie des sous-modules d'un module sur un anneau non commutatif. Après avoir rappelé les notions de base relatives aux anneaux, semi-groupes et modules, ainsi que les notions de radical Introduites par MM. BAER, MACCOY et JACOBSON, les auteurs délimitent la classe des anneaux, semi-groupes et modules noethériens et artiniens. Ils exposent ensuite la théorie commune aux idéaux d'un anneau ou d'un demi-groupe et aux sous-modules d'un module, théorie qu'ils ont développée en 1956. Ils présentent ensuite la théorie de la décomposition d'un idéal et d'un sous-module comme intersection d'un nombre fini d'idéaux respectivement de sous-modules. Après avoir traité la décomposition en idéaux (sous-modules) primaux, ils considèrent les décompositions en idéaux ou en sous-modules primaires. Puis ils introduisent la notion d'idéal (sous-module) secondaire et tertiaire, notion qu'ils ont introduite en 1956 et qui permet d'établir un théorème général d'existence et d'unicité pour les décompositions. Puis en se retraignant aux modules, ils traitent à nouveau la théorie des sous-modules tertiaires en utilisant la notion d'enveloppe injective d'un module introduite par MM. ECKMANN et SCHOPF en 1953.

Les lecteurs apprécieront la clarté et la précision de l'exposé de MM. LESIEUR et CROISOT.

S. PICARD

Grundzüge der Mathematik, Band III, Analysis. Von H. BEHNKE, F. BACHMANN, K. FLADT, W. SÜSS. XV und 613 Seiten mit zahlreichen Abbildungen. DM 58.–. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1962.

Die «Grundzüge» haben sich mit den bisher erschienenen Bänden I (Arithmetik und Algebra, 1. Auflage 1958, 2. Auflage 1962; vgl. Besprechung El. Math. *14*, 94 (1959)) und II (Geometrie, 1962) und dem vorliegenden Band III wohl allenthalben, wo für die wissenschaftlichen Grundlagen der Schulmathematik und für deren Einordnung in das Ganze der Mathematik echtes Interesse vorhanden ist, bereits die verdiente Beachtung und Wertschätzung erworben. – Der hier anzuzeigende Band *Analysis* ist nach denselben bewährten Prinzipien aufgebaut wie seine beiden Vorgänger. Sein reicher Inhalt soll durch die folgenden Hinweise wenigstens kurz umrissen werden. Der Band beginnt mit einem Kapitel über die Konvergenz (u.a. mit Ausführungen über Moore-Smith-Folgen und über Filter), dann folgt die Behandlung der Funktion, schliesslich das Kapitel «Integral und Mass», in welchem auch auf die Distributionen als gewisse verallgemeinerte stetige Funktionen eingegangen wird. Auf diesen Ausführungen baut dann die Behandlung der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeits*theorie* auf (– die mehr praktischen Fragen sind dem Band IV vorbehalten –). Alternierende Differentialformen, Grundlegung der Analysis in der Ebene der komplexen Zahlen und Funktionentheorie werden in weitern Kapiteln behandelt; das an vielen Stellen spürbare Bemühen der Verfasser, kritische Stellen im Unterricht der höhern Schulen einlässlich zu behandeln, kommt unseres Erachtens im folgenden Abschnitt, «Die unendlich fernen Punkte», besonders schön zur Geltung. Für die Anwendungen bedeutsam – die «Grundzüge» wenden sich ja nicht nur an die Lehrer der Mathematik, sondern auch an die Mathematiker in Industrie und Wirtschaft – sind die den gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen, den Differenzengleichungen und der Funktionalanalysis gewidmeten Teile. Endlich runden die beiden Kapitel über reelle Funktionen und über analytische Zahlentheorie die Darstellung der Analysis ab. – Einen besondern Hinweis verdient schliesslich das als Schlusswort für die bisher vorliegenden drei Bände gedachte Kapitel «*Strukturwandel in der heutigen Mathematik*». Es stellt nicht nur einen Rückblick auf die in diesen Bänden behandelten Gebiete dar, sondern zeigt vor allem auch die zeitgenössischen Bemühungen um einen neuen einheitlichen Aufbau der Mathematik, wie sie im Werke von N. BOURBAKI ihren Ausdruck gefunden haben. In diesem Versuch zur Synthese, zum Überblick und zum Aufzeigen der grossen Linien dürfte es das Anliegen der Herausgeber in prägnanter Art darstellen. – Das wohl stets aktuelle Problem der Modernisierung des Mathematikunterrichtes hat neben dem methodisch-didaktischen Aspekt auch einen stofflichen, gegeben durch die Bedeutung, die traditionellen oder potentiellen Unterrichtsgebieten im Rahmen der gesamten Mathematik zukommt. Die «Grundzüge» liefern die soliden Fundamente, von denen aus dieser zweite Aspekt beurteilt werden könnte; die Arbeit, die dabei geleistet werden muss, ist indessen beträchtlich. Es darf sicher die Frage gestellt werden, ob nicht an einigen Stellen durch eine etwas stärkere Bezugnahme auf den Unterricht, jenen Kreisen, für die das Werk in erster Linie konzipiert worden ist, das Einsteigen und das Mitkommen um einiges erleichtert werden könnte. R. INEICHEN

Wahrscheinlichkeitstheorie. Von KLAUS KRICKEBERG. Mathematische Leitfäden. 200 Seiten mit 1 Figur. DM 29.40. B. G. Teubner, Verlaggesellschaft, Stuttgart 1963.

Dieser sehr konzentriert geschriebene Leitfaden bedient sich der Mass- und Integraltheorie, die indessen nicht vorausgesetzt wird, sondern schrittweise im Hinblick auf die Verwendung beim Aufbau der Wahrscheinlichkeits*theorie* entwickelt wird. – Nach der Behandlung der Grundbegriffe (Zufällige Variable, Erwartungen und Verteilungen) werden die Folgen zufälliger Variabler dargestellt und der Grenzwertsatz entwickelt, dann folgt ein Abschnitt über «Bedingte Erwartungen» (mit Ausführungen über Martingale und Markoffsche Prozesse mit diskretem Zeitparameter), schliesslich werden der Brownsche und der Poissonsche Prozess betrachtet. Ein Anhang bringt einen wertvollen Überblick über andere Möglichkeiten der Begründung der Wahrscheinlichkeitstheorie und einen Ausblick auf weitere Gebiete. So wird der Leser auf sicherem Wege in die Theorie eingeführt; dieser Weg ist allerdings nicht mühelos und setzt wohl voraus, dass der Leser gleichzeitig oder vorgängig eine jener nicht masstheoretisch geschriebenen Darstellungen studiert, in denen auch die Anwendungen oder doch die Impulse, die von den Anwendungen ausgegangen sind, mit einer gewissen Breite zur Geltung kommen. Für die rein mathematischen Ausführungen wird er aber diesen Leitfaden immer gerne zur Hand nehmen.
R. INEICHEN

Hilbertsche Räume mit Kernfunktion. Par HERBERT MESCHKOWSKI. Grundlehren der math. Wissenschaften, Bd. 113. VIII et 256 pages. DM 58.–. Springer-Verlag, Berlin 1962.

Sommaire: 1. Einleitung. 2. Allgemeine Eigenschaften der Hilbertschen Räume. 3. Der reproduzierende Kern. 4. Beispiele von Hilbertschen Räumen mit reproduzierendem Kern. 5. Die Hilbert-Räume positiver Matrizen. 6. Orthonormalsysteme mit speziellen Eigenschaften. 7. Normalabbildungen. 8. Die Darstellung von Funktionen. 9. Extremalprobleme. 10. Doppelte Orthogonalität. 11. Hilbert-Räume aus Lösungen elliptischer Differentialgleichungen. 12. Kernfunktionen in der Theorie der Funktionen von mehreren komplexen Veränderlichen. Literaturverzeichnis. Namen- und Sachregister.

Depuis les travaux de ARONSZAJN, de BERGMAN, de SZEGÖ et d'autres, on connaît l'importance tout à fait particulière des spaces de HILBERT à noyaux reproduisants.

L'ouvrage de M. MESCHKOWSKI constitue tout à la fois une remarquable mise au point de ce vaste sujet et une invitation à des recherches futures, grâce aux problèmes en suspens signalés au passage. CH. BLANC

Kinematik. Von HANS ROBERT MÜLLER. Sammlung Göschen, Bd. 584/584a. 171 Seiten mit 75 Figuren. DM 5.80. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1963.

Die der Sammlung Göschen eigene Darstellung auf knapp bemessenem Raum erforderte eine Beschränkung auf zwangsläufige Bewegungen in der Ebene; am Schluss des Bändchens folgt noch eine kurze Behandlung räumlicher Bewegungen.

Die Probleme erfahren fast durchwegs eine analytische Behandlung, vor allem mit komplexen Zahlen und auch mit Hilfe der Vektorrechnung.

Die konzentrierte Darstellung erfordert neben der Vertrautheit mit dem Rechnen mit komplexen Zahlen eine eingehende Mitarbeit des Lesers.

Einige Beispiele aus der Technik (Kurvengebiete, Zahnräder, Rotationskolbenmaschinen) zeigen Anwendungen der Theorie. W. WANNER

Berichtigung

In der «Notiz über Primzahlreihen» von S. VALENTINER (El. Math. *18*, 134–135 (1963)) muss in der letzten Zeile $z\,p$ durch $2\,p$ und in der 13. Zeile v. u. 19 durch 18 ersetzt werden.