

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 18 (1963)
Heft: 6

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Dreieck liegt dann und nur dann vor, wenn es durch eine Höhe in zwei Pythagoreische Dreiecke zerlegt wird. Man findet also Heronsche Dreiecke, indem man zwei Pythagoreische Dreiecke ($x^2 + y^2$; $2xy$; $x^2 - y^2$) und ($u^2 + v^2$; $2uv$; $u^2 - v^2$) mit $x > y$ und $u > v$ so ähnlich vergrössert, dass zwei Katheten, zum Beispiel $2xy$ und $2uv$, gleich werden, und sie dann längs dieser Katheten aneinanderlegt. So ergeben sich die Dreiecksseiten

$$a = uv(x^2 + y^2) \quad b = xy(u^2 + v^2) \quad c = uv(x^2 - y^2) + xy(u^2 - v^2).$$

Nun lässt sich diese Operation des Aneinanderlegens noch auf sieben andere Arten ausführen. Überlegt man aber, dass durch

$$\sin \alpha = \frac{2xy}{x^2 + y^2}, \quad \sin \beta = \frac{2uv}{u^2 + v^2}$$

jeder für ein Pythagoreisches Dreieck in Frage kommende spitze Winkel bestimmt wird, so findet man, dass die oben gewählte Art schon alle (bis auf Ähnlichkeitstransformationen) möglichen Fälle liefert.

Literaturüberschau

Basic Geometry. Von G. D. BIRKHOFF und R. BEATLEY. 294 Seiten mit 316 Figuren und zahlreichen Photographien. \$ 3.95 (Chelsea Publishing Company, New York 1962).

Ein Mathematiker und ein Pädagoge haben sich hier als Autoren zusammengetan, um ein Textbook für das erste Lehrjahr in der systematischen Geometrie zu verfassen. Sie haben den Versuch unternommen, einmal auf eine andere Art und Weise vom traditionellen Unterrichtsstil wegzukommen. Der nach Euklids Elementen ausgerichtete Aufbau des geometrischen Unterrichtes erzeugt durch das lange Verweilen im Bereich des Trivialen und durch die starke Betonung des logischen Momentes bei Lehrer und Schüler Gefühle der Unlust. Die beiden Autoren wenden sich nicht vollständig von Euklid ab; sie stellen aber das ganze Gebäude auf nur fünf, dafür aber um so beweiskräftigere Axiome. Stetigkeitsfragen wird elegant ausgewichen, indem die Gesetze der reellen Zahlen bei der Formulierung der Axiome mitverwendet werden. Andererseits bewirkt eine Ähnlichkeitsaussage über Dreiecke unter den Axiomen, dass die Parallelenfrage nicht das übliche grosse Gewicht erhält. Bei dieser Basis resultiert eine völlig untraditionelle Reihenfolge des behandelten Stoffes; es ist zum Beispiel keine Trennung zwischen Kongruenz- und Ähnlichkeitslehre möglich. Die Ausarbeitung dieses Textbooks stützt sich auf langjährige Unterrichtserfahrungen und Diskussionen in pädagogischen Seminaren. Die erste Auflage erschien im Jahre 1940, vor uns liegt die dritte Auflage. Der Versuch ist beachtenswert und dürfte die Lehrer, die sich mit der Problematik des geometrischen Anfangsunterrichtes auseinanderzusetzen haben, sehr interessieren.

M. JEGER

Projective and Euclidean Geometry. Von W. T. FISHBACK. IX und 244 Seiten mit 100 Figuren. 57s (John Wiley and Sons INC, New York – London 1962).

Dieses Buch ist für Studierende der Mathematik in den unteren Semestern gedacht, die zugleich in die Grundlagen der Geometrie und in die projektive Geometrie eingeführt werden sollen. Es beginnt mit einer Darlegung des Hilbertschen Axiomensystems der ebenen euklidischen Geometrie und baut anschliessend die reelle projektive Geometrie der Ebene durch Adjunktion der unendlichfernen Geraden auf. Der synthetische und der analytische Standpunkt kommen nacheinander in gleichem Masse zur Geltung. Die notwendigen Hilfsmittel aus der linearen Algebra werden in einem Zwischenkapitel bereitgestellt.

Nachdem der Stoff zu einem bestimmten Abschluss gebracht ist, bringt der Autor einen axiomatischen Aufbau der ebenen projektiven Geometrie; für eine Menge von Punkten und eine Menge von Geraden mit einer Inzidenzrelation werden 7 Axiome postuliert. Es wird dann gezeigt, dass die entstehende Geometrie als Koordinatengeometrie über einem Körper aufgefasst werden kann. Als Beispiele werden die vorher behandelte reelle

projektive Geometrie, die komplexe projektive Geometrie und die projektive Geometrie über dem Restklassenkörper mod 2 speziell hervorgehoben. Eine Diskussion der Transformationsgruppe für die reelle projektive Geometrie mit einer Aufzählung der wichtigsten Untergruppen samt den zugehörigen Geometrien beschliesst das Werk. Das Buch ist reichlich mit Aufgabenmaterial versehen.

Von andern Einführungen in die projektive Geometrie hebt sich das Buch von FISHBACK wohlzuend ab, indem es sich nicht in Einzelheiten verliert. Der klare Aufbau und der flüssige Stil erlauben dem Leser ein fast müheloses Studium. Das Buch darf wohl zu den besten Einführungen in die projektive Geometrie in modernem Gewand gezählt werden. Den Studierenden der Mathematik, die sich der Lehrtätigkeit zuwenden wollen, kann dieses Werk bestens empfohlen werden.

M. JEGER

Renewal Theory. Von D. R. Cox. *Methuen's Monographs on Applied Probability and Statistics.* IX und 142 Seiten mit 10 Figuren. 21s (Methuen & Co., London, and John Wiley & Sons, New York 1962).

Die Mitglieder einer Pensionskasse bilden ein Kollektiv, das dauernd Zu- und Abgänge aufweist, sich also ständig erneuert. Zur mathematischen Analyse derartiger Kollektive im Versicherungswesen wurde die sogenannte Erneuerungstheorie entwickelt. In den letzten Jahren hat dieser Zweig der Versicherungsmathematik einen ungeahnten Aufschwung genommen; es hat sich gezeigt, dass die Erneuerungstheorie zur Lösung zahlreicher Probleme der Ersatzteilbewirtschaftung herangezogen werden kann. So bilden etwa die in einem grösseren Betrieb installierten Glühlampen ein Kollektiv, das ein ähnliches Verhalten zeigt, wie das eingangs erwähnte Kollektiv von Versicherungsnehmern. Hier kann die Erneuerungstheorie eine Antwort geben auf die Frage nach der Grösse des optimalen Reservebestandes an Glühlampen, damit innerhalb eines bestimmten Zeitintervales der Bedarf an Ersatzlampen mit einer vorgeschriebenen Sicherheit garantiert werden kann. Bei Ersatzteilen, deren Ausfall schwerwiegende Folgen hat (Betriebsunterbruch, Ausfall einer Funkverbindung, Absturz eines Flugzeuges) wird für die Erneuerung nicht ein Defekt abgewartet, sondern eine maximale Gebrauchsduer T festgesetzt. Ein weites Feld von Anwendungen in der Ersatzteilbewirtschaftung hat die Erneuerungstheorie heute eher zu einem Bestandteil des Operations Research werden lassen.

Die vorliegende Monographie zur Erneuerungstheorie scheint – abgesehen von kürzeren Einflechtungen in Lehrbüchern der Versicherungsmathematik und des Operations Research – die erste zusammenfassende Darstellung zu sein. Sie vermittelt einen leicht lesbaren Zugang zu einem Spezialgebiet der angewandten Wahrscheinlichkeitsrechnung und ist vom Standpunkt des Praktikers aus sehr zu begrüssen. Im Mittelpunkt der Erneuerungstheorie steht eine Integralgleichung mit einem Faltungsintegral; die Lösungsansätze mit Hilfe der Laplace-Transformation nehmen daher in der Theorie einen breiten Raum ein. An Sonderproblemen werden anschliessend berührt die Überlagerung von mehreren Erneuerungsprozessen, alternierende Erneuerungsprozesse (zwei verschiedene Typen von Ersatzteilen werden abwechselungsweise eingesetzt), sowie Fragen der Ersatzstrategie. In Büchern zu Themen der angewandten Mathematik ist der Leser gewohnt, Anwendungs- und Rechenbeispiele vorzufinden. Diese fehlen hier leider ganz; die 30 Aufgaben am Schlusse des Buches dienen ausschliesslich der Skizzierung von Beweisen und der Formulierung von weiterführenden Problemstellungen. Das Literaturverzeichnis führt auffallenderweise nur angelsächsische Publikationen an; es lässt damit durchblicken, dass die wesentlichen Beiträge zur Erneuerungstheorie aus den USA und aus England stammen. Ein ausführliches Register erleichtert die Benützung des Buches bei der praktischen Arbeit.

M. JEGER

Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner wissenschaftlichen und methodischen Gestaltung. Herausgegeben von EUGEN LÖFFLER. Hefte Nr. 3, 1960 und Nr. 1, 1962: *Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung I und II* (Ernst Klett Verlag Stuttgart).

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung sind Gebiete der Mathematik, die in zunehmendem Masse in den Interessenbereich anderer Wissenschaften (Biologie, Medizin,

Operations Research u. a.) hineinragen. Der heutige Mathematikunterricht an der Maturitätsschule darf daher nicht mehr an diesen Gegenständen vorbei sehen. Die schulische Behandlung stösst aber hier auf besondere Schwierigkeiten. Einerseits ist es bei der Vielzahl der Möglichkeiten für den Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht leicht, klare Linien für eine schulgemäße Darstellung aufzufinden. Das Fehlen präziser Begriffsbildungen in der Literatur für die Schulstufe (es genügt ein Hinweis auf grundlegende Begriffe wie Versuch, Ereignis, Merkmal, die in verschiedenen Bedeutungsvarianten verwendet werden) ist ein weiteres Hindernis. Dass der Kolmogoroffsche Weg zur Wahrscheinlichkeitsrechnung im deutschen Sprachgebiet nur sehr zaghaft in die Schulmathematik hineinprojiziert wird, hängt wohl mit dem Umstand zusammen, dass leicht lesbare deutschsprachige Publikationen über die modernen Entwicklungen lange Zeit fehlten.

In den beiden Heften der blauen Klett-Reihe treten die genannten Schwierigkeiten recht deutlich in Erscheinung. Die Absicht der beiden Redaktoren W. DREETZ (†) und H. ATHEN, in einem weitgespannten Rahmen neue Wege aufzuzeigen, findet wohl ihren Niederschlag, und der Schulpraktiker wird sicher diese und jene Anregung mit Dank entgegennehmen. Bei der Vielfalt der zur Sprache kommenden Einzelthemen besteht aber die Gefahr, dass der im betreffenden Gebiet unerfahrene Leser nicht zu einem eigenen Urteil kommt und unsicher wird. Schon die Terminologie und die Symbolik in den verschiedenen Beiträgen erwecken den Eindruck zufälliger Ereignisse; durch eine Straffung in dieser Hinsicht wären die beiden Hefte wesentlich lesbarer geworden. Zudem sind die meisten Beiträge aus der Statistik so abgefasst, dass sie ohne eingehende Kenntnis dieses Gebietes nicht restlos verständlich sind. Man möchte wünschen, dass den beiden bestehenden Heften noch eine Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung III folgt, die den konkreten Erfordernissen der Schulpraxis mehr Rechnung trägt; sie hätte vor allem den Mut für eine konsequente moderne Linie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufzubringen, wie sie in den Beiträgen von R. INEICHEN (1. Heft) und H. G. STEINER (2. Heft) vorgezeichnet ist.

Das erste der beiden vorliegenden Hefte enthält Beiträge über Grundfragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und über Anwendungen der Statistik in Physik, Biologie und Bevölkerungspolitik. Der Orientierung über moderne Anwendungen dienen die beiden Beiträge über Spieltheorie und Informationstheorie im zweiten Heft. M. JEGER

Mitteilung

The Aristotelian Society

Prize for an Essay in the Philosophy of Mathematics

A donor who wishes to remain anonymous has given the Society £ 150 to be awarded as prize money in an open competition for essays upon a topic or topics in the Philosophy of Mathematics. An essay which is to be considered for an award may be either a philosophical investigation of some fundamental concept of mathematics, or an historical study of some notable contribution to the philosophy of mathematics, or a critical examination of the achievements and limitations of current methods of mathematical logic in dealing with some specific problem of the philosophy of mathematics. It should be typed in English, French or German (2 copies) and it should not be a work that has already been published, or is at the time being considered for publication. It may be a dissertation which the candidate has previously submitted in a Ph. D. or similar examination. The Judges have discretion to divide the prize money as they think fit provided that they shall not divide it among more than three candidates and shall not give an award to any candidate unless in their opinion his work deserves such encouragement.

Entries should reach the Secretary, The Aristotelian Society, 30 Frith Street, London, W. 1. by not later than 30th June, 1964.

A. A. KASSMAN (Honorary Secretary & Editor)