

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 17 (1962)
Heft: 4

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Literaturüberschau

Mathematik von der Schule zur Hochschule. Von JOHANNES SPOEREL. Zweite durchgehene und verbesserte Auflage. 210 Seiten mit 85 Figuren. DM 16.-. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962.

Die erste Auflage wurde in den Elementen IX, S. 116, besprochen. Die zweite Auflage ist im wesentlichen ein Abdruck der ersten Auflage. Das Buch bietet eine Einführung in die Mathematik, die aber nicht über den bei uns üblichen Schulstoff hinausgeht, so wird zum Beispiel der Grenzbegriff nicht verwendet. Die Abschnitte umfassen Ergänzungen zur Schulalgebra, zur Lehre von den elementaren Funktionen einer reellen und einer komplexen Variablen, zur Vektorrechnung und zum Abschluss einen umfangreichen, recht wertvollen Übungsteil.

Gewiss sollte der angehende Student die Kenntnisse, die dieses Buch vermittelt, auf die Hochschule mitbringen, aber darüber hinaus auch eine gewisse Vertrautheit mit dem Grenzbegriff, der Sprechweise der Mengen- und Gruppentheorie. Die Begriffe Körper, Ring sollten ihm nicht fremd sein, und endlich muss ein gewisses Verständnis für Axiomatik vorhanden sein

P. BUCHNER

Algebraische Kurven und Flächen. Von WERNER BURAU. Bd. I, *Algebraische Kurven der Ebene*. 153 Seiten mit 28 Figuren. DM 3.60. Sammlung Göschen, Bd. 435. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1962.

Die der älteren Generation bekannten beiden Göschenbändchen von H. WIELEITNER über algebraische Kurven werden ersetzt durch den vorliegenden Band, dem allerdings ein zweiter Band folgen soll, der sich aber mit den algebraischen Flächen dritten Grades und den Raumkurven 3. und 4. Grades befassen soll. Es ist sehr erfreulich, dass wiederum ein Band erscheint, der sich mit der reichen Formenwelt der algebraischen Kurven und Flächen auseinandersetzt, in einer Zeit, wo an Stelle der Anschauung immer mehr abstrakte Begriffe treten. Der Verfasser versucht zwischen der bisherigen und der modernen Behandlung zu vermitteln. Im ersten Kapitel werden die gestaltlichen Verhältnisse untersucht, insbesondere von ebenen Kurven 3. Ordnung und Klasse, während im zweiten Kapitel eine allgemeine Theorie der ebenen algebraischen Kurven gegeben wird. Hierbei wird auch eine Herleitung der Puiseux-Reihen für die Zweige algebraischer Kurven gegeben. An Stelle der über 130 Figuren bei WIELEITNER treten noch 28 Figuren. Der Leitfaden ist sehr ansprechend geschrieben und setzt wenig Vorkenntnisse voraus.

P. BUCHNER

Theory and Applications of Finite Groups. Par G. A. MILLER, H. F. BLICHFELDT, L. E. DICKSON. XVII et 390 pages. \$ 2.00. Dover Publications, New York 1961.

L'ouvrage classique des trois spécialistes de la théorie des groupes d'ordre fini, paru en première édition chez WILEY, à New York, en 1916, a été intégralement reproduit par les éditions Dover, en un beau volume cartonné de 390 pages. Cet ouvrage, dédié à CAMILLE JORDAN, se compose de trois parties.

Dans la première de ces parties, G. A. MILLER expose les éléments de la théorie des groupes de substitutions et les théorèmes fondamentaux de la théorie abstraite des groupes. La théorie des groupes abéliens d'ordre fini et de leurs invariants ainsi que celle des groupes dont l'ordre est la puissance d'un nombre premier tiennent une large part dans ce dernier exposé. Les chapitres VI et VII de la première partie sont consacrés aux travaux personnels de G. A. MILLER. Il s'agit d'une part des catégories de groupes que peuvent engendrer deux éléments générateurs liés par des relations données et, d'autre part, des groupes d'isomorphismes. Dans un dernier chapitre, G. A. MILLER traite des groupes résolvables.

La seconde partie de l'ouvrage est consacrée par H. F. BLICHFELDT à la théorie des groupes linéaires. Les travaux personnels de l'auteur trouvent également une large part dans ces pages.

Enfin la troisième partie du livre est consacrée par L. E. DICKSON à la théorie de GALOIS.

Cet excellent ouvrage dû à la plume de trois grands mathématiciens présente aujourd'hui encore le plus grand intérêt et peut être recommandé à tous ceux qui désirent s'initier à la théorie des groupes d'ordre fini.

S. PICCARD

Abstract Sets and Finite Ordinals. An Introduction to the Study of Set Theory. Par G. B. KEENE. X et 106 pages. 21 s. Pergamon Press, Oxford 1961.

Le but de M. G. B. KEENE est de faire un exposé de la théorie des ensembles qui soit accessible aussi bien aux mathématiciens ignorant tous les secrets de la logique formelle qu'aux logiciens manquant de base mathématique. Il débute par l'explication des termes logiques indispensables, puis il introduit graduellement les opérations nécessaires et démontre quelques théorèmes fondamentaux de la théorie des ensembles finis. L'ouvrage se compose de deux parties dont la première fournit les éléments de la théorie des ensembles et la seconde est consacrée à la Théorie de M. BERNAYS des classes finies et des ensembles finis.

Les lecteurs apprécieront la précision de l'exposé de M. KEENE. S. PICCARD

Elektrizitätslehre. Von H. SCHILT. 216 Seiten mit 187 Figuren. Geb. Fr. 24.—. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1959.

Der Autor, Gymnasiallehrer und Dozent an der Universität Bern, darf für sich den Anspruch erheben, die Elektrizitätslehre konsequent im Sinn der Faraday-Maxwellschen Auffassung entwickelt zu haben. Im besondern hat er die Theorie des magnetischen Feldes unter Umgehung des fiktiven Begriffs der magnetischen Ladung folgerichtig aufgebaut und ins Zentrum den Begriff der Induktion gerückt. Dies führt zu sehr schönen Entwicklungen und einer eindrucksvollen Darstellung der para-, dia- und ferromagnetischen Erscheinungen. Speziell erwähnenswert ist die ausführliche Behandlung der Erscheinungen bei rasch veränderlichen Feldern und als Anhang zum Gesamtwerk eine sorgfältige Übersicht über die verschiedenen Maßsysteme und ihre gegenseitigen Beziehungen.

Angenehm ist auch die konsequente Verwendung des Giorgischen Maßsystems bei den zahlreichen illustrierenden Beispielen.

Die Theorie der elektrischen Maschinen scheint mir zu knapp gehalten zu sein und ist dem im ganzen sehr hohen Niveau eher abträglich.

Das Werk ist jedoch von so einheitlicher Konsequenz der Darstellung, dass es, durchaus im Sinn des Vorworts von Prof. W. PAULI, sowohl experimentellen wie theoretischen Physikern, speziell aber den Lehrern höherer Mittelschulen aufs wärmste empfohlen werden darf.

P. FRAUENFELDER

Adaptive Control Processes. A Guided Tour. Von RICHARD BELLMAN. XVI + 255 Seiten. \$ 6.50. Princeton University Press, Princeton N. J. 1961.

Der Verfasser, ein Pionier auf dem kaum zehn Jahre alten Gebiet der dynamischen Programmierung, gibt eine einheitliche Darstellung der Kontrollprozesse. Die letzteren sind in vielen Gebieten der exakten Wissenschaften und der Technik äusserst wichtig geworden. Es sei nur ein ganz einfaches Beispiel genannt. Ein mechanisches System (Schiff, Flugzeug) kann in unangenehme oder gar gefährliche Schwingungen geraten. Durch einen Kontrollprozess soll dieses Verhalten des Systems geändert werden.

In der mathematischen Behandlung eines solchen Prozesses handelt es sich oft darum, die maximale Abweichung von der Gleichgewichtslage minimal zu halten. Also ein Extremumsproblem, das an und für sich mit den klassischen Methoden in Angriff genommen werden könnte. Da aber die Kriterien mit den ersten Ableitungen nur notwendige, aber nicht hinreichende Bedingungen für relative Extremwerte darstellen und zudem nichts aussagen über ein absolutes Minimum, sind diese Methoden bei hochdimensionalen Problemen meist praktisch, das heisst numerisch undurchführbar. Die Blickrichtung der neuen Methode der dynamischen Programmierung kann etwa mit dem folgenden geo-

metrischen Vergleich angedeutet werden. In der Variationsrechnung wird die Kurve als geometrischer Ort von Punkten, in der dynamischen Programmierung dagegen als Enveloppe ihrer Tangenten aufgefasst. Die dynamische Programmierung umfasst die präzise analytische Formulierung des Problems, die analytische Behandlung und liefert in vielen Fällen auch die numerische Lösung. Es handelt sich weniger um eine Sammlung mathematischer Techniken als um eine Art der geistigen Einstellung. Ein wesentliches Kennzeichen der Methode ist die intensive Verwendung von Funktionalgleichungen. Äusseres Hilfsmittel ist der digitale Computer. Bellman beleuchtet die Rolle des Computers im mathematischen Experiment folgendermassen: So wie der theoretische Physiker die Daten des Experimentalphysikers verwendet, so soll mit Hilfe des Computers ein Weg gebahnt werden für die analytische Erforschung mathematischen Neulands.

Die Details sind in der Darstellung oft übersprungen. Manche Probleme werden nur aufgezeigt und harren noch der Lösung. Bellman als forschender Mathematiker ist begeistert, wenn die Lösung eines Problems Ausblick auf eine Vielzahl neuer Probleme gibt, vergleichbar der Besteigung eines Hügels, durch die der Blick auf die höhern Gipfel frei wird. Wenn dem vorzüglichen Werk gegenüber eine kleine Kritik angefügt wird, so ist es das Erstaunen darüber, dass gewisse Figuren so schlecht gezeichnet sind. In Figur 4 zum Beispiel fehlen die Intervallgrenzen. Figur 5 veranschaulicht nicht das, was im Text wesentlich ist, dass nämlich das Bild der kubischen Funktion $u = t^3$ für $t = 0$ einen Terrassenpunkt aufweist. Da das Buch genügend Vertrautheit mit der Infinitesimalrechnung voraussetzt, werden sich derartige Mängel aber nicht stark auswirken.

E. R. BRÄNDLI

Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Von ALEXANDER OSTROWSKI. Zweiter Band: Differentialrechnung auf dem Gebiete mehrerer Variablen. Zweite, neu bearbeitete Auflage. 382 Seiten mit 47 Figuren. Fr. 38.50. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1961.

Auch die Neuauflage des zweiten Bandes ist im Vergleich mit dem entsprechenden Band der ersten Auflage schlanker geworden: Die Aufgaben wurden herausgenommen, einige Abschnitte in den ersten Band verwiesen. Manches wurde freilich auch hinzugefügt; so etwa das Stieltjes-Integral, das dem Autor elegante Beweise seiner allgemeinen Fassungen von Hauptsätzen aus der Theorie der Evolute, der Evolente und der Parallelkurven zu führen gestattete. Im ganzen wurde die Darstellung modernisiert; so entstand ein Buch, das dem Anfänger die Inhalte der Infinitesimalrechnung und die Grundbegriffe der Differentialgeometrie in neuzeitlicher Sprache – Matrizen und kommutative Operatoren werden eingeführt und ausgiebig verwendet – mitteilt und den Kenner mit sorgfältig durchgeführten, eleganten Beweisen erfreuen wird. Auch den wenigen, die sich keiner der beiden Klassen zurechnen wollen, wird das Buch ein freundlicher Helfer sein.

W. OBERLE

Funktionentheorie. Von CONSTANTIN CARATHÉODORY. Zwei Bände, 2. revidierte Auflage. Band I 288 Seiten mit 33 Figuren, Band II 194 Seiten mit 73 Figuren. Fr. 27.50, bzw. Fr. 22.50. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1960/61.

Dieses ausgezeichnete Werk, das hier seine zweite, im wesentlichen gegenüber der ersten unveränderte Auflage erlebt hat, braucht wohl kaum vorgestellt zu werden. Es will in erster Linie ein Lehrbuch für den Studierenden sein und erfüllt diesen Zweck in hervorragender Weise, anderseits bietet es sicher dem in diesem Gebiet bereits Bewanderten viel Bemerkenswertes und neue Aspekte. Auch der graphischen Gestaltung des Werkes darf ein uneingeschränktes Lob ausgesprochen werden.

Inhaltlich ist das Hauptgewicht auf geometrische Gesichtspunkte gelegt. So wird eine ausführliche Behandlung der Kreisgeometrie an die Spitze gestellt. Darnach werden euklidische, sphärische und nichteuklidische Geometrie behandelt. Nach Bereitstellung topologischer Hilfsmittel sowie des Begriffs des komplexen Kurvenintegrals im zweiten ist dann der dritte Teil des ersten Bandes der Theorie der analytischen Funktionen gewidmet, worauf im vierten die Erzeugung analytischer Funktionen durch Grenzprozesse

zur Sprache kommt und im fünften schliesslich einige spezielle Funktionen besprochen werden. – Der zweite Band bringt Problemkreise, an deren Untersuchung der Autor selbst wesentlich beteiligt war: Beschränkte Funktionen und konforme Abbildungen im einen, Dreiecksfunktionen und die Picardschen Sätze im andern Hauptteil. E. BENZ

Elements of Algebra. Von HOWARD LEVI. 4. Auflage. 189 Seiten. \$ 3.25. Chelsea Publishing Company, New York 1961.

Das 190 Seiten umfassende Buch, das aus einem Kursus des Verfassers an der School of General Studies der Columbia University hervorgegangen ist und überhaupt keine Vorkenntnisse verlangt, soll zwei Zwecke erfüllen können: Einerseits dem angehenden Mathematiker eine erste Grundlage zu verschaffen und anderseits dem interessierten Nichtmathematiker einen Einblick in modernes mathematisches Denken zu vermitteln. Jeder auftretende Begriff wird mit grosser Sorgfalt abgehandelt und dem Leser vertraut gemacht. Ausgehend von den mengentheoretisch eingeführten «Kardinalzahlen», behandelt der Autor auf originelle Weise die ganzen, die rationalen und schliesslich die reellen Zahlen. Sodann werden Gleichungen und Gleichungssysteme besprochen. In einem Anhang gibt der Autor noch vereinzelte Ausblicke und streift kurz die Peano-Axiome, sowie Begriffe wie «Unendliche Mengen», «Gruppen», «Ringe» und «Körper». E. BENZ

Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner wissenschaftlichen und methodischen Gestaltung, herausgegeben von EUGEN LÖFFLER. Hefte Nr. 2 (1956), Nr. 1 (1957) und Nr. 3 (1958): *Abbildungsgeometrie I, II und III*. Ernst Klett Verlag Stuttgart.

Unter dem Obertitel *Abbildungsgeometrie* befassen sich die von K. FABER betreuten drei Hefte mit dem heute sehr aktuellen Thema der Neuorientierung des geometrischen Schulunterrichtes im Sinne von KLEINS Erlanger-Programm. In der Einleitung zum Heft I gibt FABER in prägnanten Worten einen Überblick über die gruppentheoretische Behandlung der Geometrie unter den verschiedenen Gesichtswinkeln des Schulunterrichtes.

Ein neuer Unterrichtsstil in der Geometrie wird sich niemals in einer plötzlichen Wandlung durchsetzen. Dem Problem des Einstieges in die Abbildungsgeometrie kommt im Rahmen dieser Reform eine ganz wesentliche Rolle zu. Man kann schon im Anfangsunterricht umstellen; ein anderer Lehrer wagt den Sprung erst in der Mittelstufe, und ein dritter möchte mit seinen Versuchen bis zur Oberstufe zuwarten. Dieser Situation Rechnung tragend, hat FABER für das Heft I eine Auswahl von Beispielen zur Behandlung elementargeometrischer Gegenstände unter Zugrundelegung des Abbildungsbegriffes auf den verschiedenen Schulstufen getroffen. Vorangestellt ist ein Beitrag von NIEBEL, der sich mit der Entwicklung der Reform von KLEINS *Erlanger-Programm* bis zur heutigen Abbildungsgeometrie befasst und sich dabei auch mit der traditionellen Unterrichtsmethode kritisch auseinandersetzt. Im Artikel von PROKSCH wird über Konstruktionen mit dem Spiegel-Lineal berichtet, wobei bereits der Aufbau der ebenen Kongruenzgruppe aus Geraden-Spiegelungen durchschimmert. BRAUN berichtet von einer Einstiegsmöglichkeit in der Mittelstufe bei der Behandlung der Flächenverwandlungskonstruktionen. Als Abbildung steht dabei die Scherung als spezielle flächentreue Affinität im Vordergrund. GECK und FABER behandeln anschliessend Abbildungen, die für die Oberstufe charakteristisch sind, vor allem die perspektive Affinität. Dabei wird auch die analytische Behandlungsweise der Abbildungen aufgezeigt.

Heft II bringt eine Vertiefung der Abbildungsgeometrie in axiomatischer Hinsicht, wobei auch die rein wissenschaftlichen Aspekte zur Sprache gebracht werden. Gerade der erste Beitrag von LINGENBERG ist in diesem Sinne gerichtet; es wird darin der Zusammenhang zwischen der synthetischen und der analytischen Geometrie geklärt. Der synthetische und der analytische Aufbau der Geometrie sind voneinander unabhängig; beide Behandlungsweisen führen zu einem in sich geschlossenen Gebäude. Es ist keineswegs trivial, dass beide Definitionen zum selben Begriffssystem führen. FABER setzt unter dem Titel *Kollineare Abbildungen und projektive Geometrie* seinen Beitrag in Heft I über affine Abbildungen fort. Für den Unterricht steht beim Aufbau der projektiven Gruppe die Perspektivität als einfachste Kollineation im Mittelpunkt der Betrachtungen. FABER huldigt hier

der *méthode mixte* und gibt damit ein anregendes Beispiel dafür, dass sich die Darstellungsweise (analytisch oder synthetisch) dem zu behandelnden Stoff anzupassen hat. Im letzten Artikel des Heftes befasst sich SCHRÖDER mit der Inversion und ihrer Anwendung im Unterricht auf der Oberstufe. Diese einfachste kreis- und winkeltreue Abbildung lässt sich bei der konstruktiven Behandlung von Kreisaufgaben einsetzen und zeigt nochmals in schöner Weise das Wesen und die Tragweite des abbildungsgeometrischen Stils.

Das Heft III ist wiederum konkreten Problemen des Einstieges in die Abbildungsgeometrie gewidmet, wobei jetzt aber systematische Lehrgänge im Vordergrund stehen. BRANKAMP setzt sich zunächst in einem Bericht über eigene Unterrichtsversuche mit den kongruenten Abbildungen im Geometrie-Unterricht auf der Mittelstufe auseinander. Er lässt Translationen, Drehungen und Spiegelungen nacheinander erarbeiten und an spezifisch gestellten Aufgaben einüben. Bemerkenswert ist der Beitrag von FABER unter dem Titel *Konstruktiver Aufbau der Euklidischen Geometrie aus den Grundsätzen der Spiegelung*, in welchem ein Lehrgang für den systematischen Anfangsunterricht auf abbildungsgeometrischer Basis entwickelt wird. Wie der Titel verrät, haben hier die Arbeiten des Kieler Geometers BACHMANN über Spiegelungsgeometrie einen konkreten Niederschlag gefunden. Der vorliegende Aufbau, der auch axiomatisch sauber durchdacht ist, dürfte für die weitere Entwicklung der Abbildungsgeometrie im Schulunterricht richtungsweisend sein. Noch etwas schwerfällig wirkt allerdings die gewählte Symbolik; hiefür muss nun in der Unterrichtspraxis noch eine endgültige Form gefunden werden. BECKMANN weist in einem weiteren Artikel auf eine Möglichkeit für die schulische Behandlung der äquiformen Gruppe hin.

Das Heft wird abgeschlossen durch zwei themenverwandte Beiträge. ISHEIM legt eine propädeutische Einführung von Bewegungsgruppen anhand der Streifenornamente vor. MICHEL gibt anschliessend unter dem Titel Gruppentheorie der Streifenornamente eine vollständige Aufzählung der 7 einseitigen und der 31 zweiseitigen Streifenornamente und zwar in einer Form, die sich durchaus für eine Arbeitsgemeinschaft auf der Oberstufe eignet. Der im traditionellen Stoff eingefahrene Fachkollege wird solche Anregungen unter dem Vorwand von Zeitmangel dankend beiseite legen. Man bedenke aber, dass der Stoff, an dem wir unsren Schülern mathematisches Denken beibringen, in vieler Hinsicht ganz unwesentlich ist. Selbstverständlich gibt es unumstössliche Schwerpunkte wie etwa die Gleichungslehre und die Infinitesimalrechnung; daneben aber besteht noch ein weiter offener Spielraum.

Jeder Mathematiklehrer, dem die Reform des Geometrieunterrichtes ein Anliegen ist, wird mit reichem Gewinn die drei vorliegenden Hefte der blauen Schriftenreihe studieren und verwerten.

M. JEGER

Vector Analysis. Von E. B. WILSON/J. WILLARD GIBBS. XVIII + 436 Seiten. \$ 2.00. Dover Publications, New York 1960.

Es handelt sich hier um eine unveränderte Reproduktion der 2. Auflage des durch E. B. WILSON vor rund 60 Jahren auf Grund der Gibbsschen Vorlesungen an der Yale-Universität herausgegebenen Buches. Es ist schade, dass bei der Neuauflage der Begriff «unverändert» zu wörtlich aufgefasst wurde, indem die über 20 Druckfehler nicht verbessert wurden. Zumindest sollte das Druckfehlerverzeichnis beim Inhaltsverzeichnis und nicht hinter dem miteingebundenen Katalog der Dover Taschenbücher plaziert werden. Dieses Verzeichnis enthält übrigens nicht alle Druckfehler. (Unter anderem fehlt zum Beispiel auf Seite 201, Zeile 16 die Funktion V im Integranden.)

Die beanstandeten Mängel hängen natürlich mit dem zu lobenden Bestreben zusammen, wichtige klassische mathematische Werke zu möglichst günstigem Preis herzustellen. Man ist überrascht über die für Taschenbücher ungewohnt gute Papierqualität und ausgezeichnete Heftung, die das Buch, selbst bei intensivem Gebrauch, für Jahre hinaus brauchbar erhält. Dass diese Dover Taschenbücher ihren Zweck offenbar erreichen, lässt sich daran erkennen, dass in Bahnhof- und Flugplatzkiosken der USA Bücher wie «Famous Problems of Elementary Geometry» von FELIX KLEIN oder «Foundation of Geometry» von BERTRAND RUSSEL in diesen wohlfeilen Dover Ausgaben zu finden sind.

E. R. BRÄNDLI