Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 17 (1962)

Heft: 3

Rubrik: Aufgaben

Vergleicht man die Formeln (2) und (4), so erhält man

$$\begin{aligned} p &\equiv 3\ (8); \quad h(-p) \equiv -2\, B_{\frac{p+1}{4}} \bmod p\,, \quad p \neq 3 \\ p &\equiv 7\ (8); \quad h(-p) \equiv 2\, B_{\frac{p+1}{4}} \bmod p\,, \end{aligned} \tag{5}$$

also

$$p = 4z + 3; \quad h(-p) \equiv 2\left(\frac{2}{p}\right) B_{\frac{p+1}{4}} \bmod p\,. \tag{6}$$

Satz: Für $p = 4z + 3 > 3$ genügt die Klassenzahl $h(-p)$ des quadratischen Körpers $R(\sqrt{-p})$ der Kongruenz

$$h(-p) \equiv 2\left(\frac{2}{p}\right) B_{\frac{p+1}{4}}\ \mathit{mod}\ p\,.$$

W. Jänichen, Berlin-Zehlendorf

LITERATURVERZEICHNIS

[1] Aufgabe Nr. 359. El. d. Math. *14*, 89 (1959).
[2] David Hilbert, *Bericht über die Theorie der algebraischen Zahlkörper* (Georg Reimer, Berlin 1897), S. 320.
[3] El. Math. *15*, 110, 111 (1960).
[4] O. Schlömilch, *Compendium der höheren Analysis*, Bd. II (Fr. Vieweg, Braunschweig 1866), S. 207f.
[5] P. Bachmann, *Niedere Zahlentheorie* (B. G. Teubner, Leipzig) II. Bd., S. 43f. – Hardy-Wright, *Einführung in die Zahlentheorie* (Oldenburg, München 1958), S. 101.

Neue Aufgaben[1]

Aufgabe 429. Eine Ellipse mit gegebenem Achsenverhältnis $b : a = \beta$ und festem Mittelpunkt, aber mit nach Grösse und Richtung veränderlichen Achsen, berührt beständig zwei gegebene Parallelen im Abstand d vom Mittelpunkt. Man bestimme die beiden Ränder des Gebietes, das von der Ellipse überstrichen wird (Enveloppe der Schar im engeren Sinne). C. Bindschedler, Küsnacht

Aufgabe 430. Démontrer que chacune des formules

$$n \mid 2^n + 1\,, \quad n \mid 2^{2n} + 1\,, \quad n \mid 2^n + 2$$

a une infinité de solutions en nombres naturels n. W. Sierpiński, Varsovie

Aufgabe 431. Zu beweisen: Stimmen zwei auf einer Fläche Φ verlaufende Kurven c_1 und c_2 in einem Punkte U des wahren Umrisses von Φ in den Linienelementen von genau n-ter Ordnung überein, so haben ihre Projektionen c_1^* und c_2^* in der Projektion U^* von U ein Linienelement von mindestens $(n+1)$-ter Ordnung gemeinsam. Berühren die Flächenkurven c_1 und c_2 in U den wahren Umriss von Φ, so haben ihre Projektionen c_1^* und c_2^* sogar ein Linienelement von mindestens $(n+2)$-ter Ordnung gemeinsam, wobei vorausgesetzt wird, dass die Kurven c_1 und c_2 in U keine projizierende Tangente haben.
H. Vogler, Wien

[1]) Umständehalber enthält das vorliegende Heft ausnahmsweise keine Aufgabenlösungen.

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchweg so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll, x-Achse nach rechts, y-Achse nach vorn, z-Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Die in Polarkoordinaten gegebene Funktion

$$\varrho = \frac{2 \sin 2 \varphi}{\sin \varphi + \sin 3 \varphi}$$

ist graphisch darzustellen.

▶ $\varrho = 1 : \cos\varphi; \quad x = 1$.

2. Bestimme den Winkel α (Hauptwert) so, dass der Ausdruck

$$e^{\frac{\cos x - \cos\alpha}{x - \alpha}}$$

für $x = \alpha$ den Wert 0,5 annimmt.

▶ $\alpha = \arcsin(\ln 2) = 0{,}7657$.

3. Die Parabel $y = \sqrt{ax}$ und die Gerade $y = x$ bestimmen ein Parabelsegment.
a) Welches Volumen erzeugt dieses Segment bei Rotation um $y = 0$?
b) Wo liegt der Schwerpunkt des Segments?

▶ $V = \pi a^3/6$, das Volumen ist für jedes a gleich dem Volumen der Kugel, deren Durchmesser die Projektion der Parabelsehne auf die Parabelachse ist. $S\,(0{,}4\,a;\ 0{,}5\,a)$.

4. Ein Kreis vom Radius r rollt ohne Gleiten auf einer Geraden. Ein Punkt im Abstand $2r$ vom Zentrum ist fest mit dem Kreis verbunden. Er beschreibt eine verschlungene Zykloide. Berechne die Fläche einer Schleife.

▶ $f = r^2 \cdot 2{,}5976$.

5. Gegeben sind zwei Geraden:

$$a \begin{cases} A_1(2;\,4;\,1) \\ A_2(16;\,7;\,11) \end{cases} \qquad b \begin{cases} B_1(4;\,6;\,5) \\ B_2(17;\,0;\,8)\,. \end{cases}$$

Ein Punkt hat von a den Abstand 4 und rotiert um a. Er trifft dabei die Gerade b. Zeichne die Bahn des Punktes.

Literaturüberschau

Einführung in die numerische Mathematik. Von EDUARD STIEFEL. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Band 2. 234 Seiten. Fr. 28.60. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart 1961.

Man hat dem berufenen Verfasser sehr dankbar zu sein, dass er die Mühe auf sich genommen hat, dies Lehrbuch zu schreiben. Es steht hiermit jedem, der sich mit numerischer Mathematik befassen will, ein ausserordentlich wertvolles Hilfsmittel zur Verfügung.

Um einem grösseren Interessentenkreis, insbesondere auch Ingenieuren, dienen zu können, werden die Vorkenntnise zur Hauptsache auf die mathematischen Grundlagen beschränkt, die in den unteren Semestern einer Hochschule gelehrt werden. Aus diesem Grunde ist die Darstellung so einfach und klar wie möglich. Hier zeigt sich nun ein besonderer Vorzug des Werkes: Problemstellung und Lösungsmethode werden an Hand einfacher Beispiele entwickelt und doch geschieht dies so, dass dem Leser die allgemeine Problemstellung und die Tragweite der Methode deutlich werden können.