Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 17 (1962)
Heft: 3

Rubrik: Aufgaben

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Vergleicht man die Formeln (2) und (4), so erhält man

$$\begin{aligned} p \equiv 3\ (8);\quad h(-p) &\equiv -2\,B_{\frac{p+1}{4}} \bmod p\,, \quad p \neq 3 \\ p \equiv 7\ (8);\quad h(-p) &\equiv 2\,B_{\frac{p+1}{4}} \bmod p\,, \end{aligned} \tag{5}$$

also

$$p = 4z + 3;\quad h(-p) \equiv 2\left(\frac{2}{p}\right) B_{\frac{p+1}{4}} \bmod p\,. \tag{6}$$

Satz: Für $p = 4z + 3 > 3$ genügt die Klassenzahl $h(-p)$ des quadratischen Körpers $R(\sqrt{-p})$ der Kongruenz

$$h(-p) \equiv 2\left(\frac{2}{p}\right) B_{\frac{p+1}{4}}\ mod\ p\,.$$

W. Jänichen, Berlin-Zehlendorf

LITERATURVERZEICHNIS

[1] Aufgabe Nr. 359. El. d. Math. *14*, 89 (1959).
[2] David Hilbert, *Bericht über die Theorie der algebraischen Zahlkörper* (Georg Reimer, Berlin 1897), S. 320.
[3] El. Math. *15*, 110, 111 (1960).
[4] O. Schlömilch, *Compendium der höheren Analysis*, Bd. II (Fr. Vieweg, Braunschweig 1866), S. 207f.
[5] P. Bachmann, *Niedere Zahlentheorie* (B. G. Teubner, Leipzig) II. Bd., S. 43f. – Hardy-Wright, *Einführung in die Zahlentheorie* (Oldenburg, München 1958), S. 101.

Neue Aufgaben[1])

Aufgabe 429. Eine Ellipse mit gegebenem Achsenverhältnis $b : a = \beta$ und festem Mittelpunkt, aber mit nach Grösse und Richtung veränderlichen Achsen, berührt beständig zwei gegebene Parallelen im Abstand d vom Mittelpunkt. Man bestimme die beiden Ränder des Gebietes, das von der Ellipse überstrichen wird (Enveloppe der Schar im engeren Sinne). C. Bindschedler, Küsnacht

Aufgabe 430. Démontrer que chacune des formules

$$n \mid 2^n + 1\,, \quad n \mid 2^{2n} + 1\,, \quad n \mid 2^n + 2$$

a une infinité de solutions en nombres naturels n. W. Sierpiński, Varsovie

Aufgabe 431. Zu beweisen: Stimmen zwei auf einer Fläche Φ verlaufende Kurven c_1 und c_2 in einem Punkte U des wahren Umrisses von Φ in den Linienelementen von genau n-ter Ordnung überein, so haben ihre Projektionen c_1^* und c_2^* in der Projektion U^* von U ein Linienelement von mindestens $(n+1)$-ter Ordnung gemeinsam. Berühren die Flächenkurven c_1 und c_2 in U den wahren Umriss von Φ, so haben ihre Projektionen c_1^* und c_2^* sogar ein Linienelement von mindestens $(n+2)$-ter Ordnung gemeinsam, wobei vorausgesetzt wird, dass die Kurven c_1 und c_2 in U keine projizierende Tangente haben. H. Vogler, Wien

[1]) Umständehalber enthält das vorliegende Heft ausnahmsweise keine Aufgabenlösungen.

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchweg so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll, x-Achse nach rechts, y-Achse nach vorn, z-Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Die in Polarkoordinaten gegebene Funktion

$$\varrho = \frac{2 \sin 2\varphi}{\sin\varphi + \sin 3\varphi}$$

ist graphisch darzustellen.

▶ $\varrho = 1 : \cos\varphi; \quad x = 1$.

2. Bestimme den Winkel α (Hauptwert) so, dass der Ausdruck

$$e^{\frac{\cos x - \cos\alpha}{x - \alpha}}$$

für $x = \alpha$ den Wert 0,5 annimmt.

▶ $\alpha = \arcsin(\ln 2) = 0{,}7657$.

3. Die Parabel $y = \sqrt{ax}$ und die Gerade $y = x$ bestimmen ein Parabelsegment.
   a) Welches Volumen erzeugt dieses Segment bei Rotation um $y = 0$?
   b) Wo liegt der Schwerpunkt des Segments?

▶ $V = \pi a^3/6$, das Volumen ist für jedes a gleich dem Volumen der Kugel, deren Durchmesser die Projektion der Parabelsehne auf die Parabelachse ist. S (0,4 a; 0,5 a).

4. Ein Kreis vom Radius r rollt ohne Gleiten auf einer Geraden. Ein Punkt im Abstand $2r$ vom Zentrum ist fest mit dem Kreis verbunden. Er beschreibt eine verschlungene Zykloide. Berechne die Fläche einer Schleife.

▶ $f = r^2 \cdot 2{,}5976$.

5. Gegeben sind zwei Geraden:

$$a \begin{cases} A_1(2; 4; 1) \\ A_2(16; 7; 11) \end{cases} \qquad b \begin{cases} B_1(4; 6; 5) \\ B_2(17; 0; 8) \end{cases}.$$

Ein Punkt hat von a den Abstand 4 und rotiert um a. Er trifft dabei die Gerade b. Zeichne die Bahn des Punktes.

Literaturüberschau

Einführung in die numerische Mathematik. Von EDUARD STIEFEL. Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Band 2. 234 Seiten. Fr. 28.60. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart 1961.

Man hat dem berufenen Verfasser sehr dankbar zu sein, dass er die Mühe auf sich genommen hat, dies Lehrbuch zu schreiben. Es steht hiermit jedem, der sich mit numerischer Mathematik befassen will, ein ausserordentlich wertvolles Hilfsmittel zur Verfügung.

Um einem grösseren Interessentenkreis, insbesondere auch Ingenieuren, dienen zu können, werden die Vorkenntnise zur Hauptsache auf die mathematischen Grundlagen beschränkt, die in den unteren Semestern einer Hochschule gelehrt werden. Aus diesem Grunde ist die Darstellung so einfach und klar wie möglich. Hier zeigt sich nun ein besonderer Vorzug des Werkes: Problemstellung und Lösungsmethode werden an Hand einfacher Beispiele entwickelt und doch geschieht dies so, dass dem Leser die allgemeine Problemstellung und die Tragweite der Methode deutlich werden können.