Literaturüberschau

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **16 (1961)**

Heft 5

PDF erstellt am: **28.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchweg so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll, x-Achse nach rechts, y-Achse nach vorn, z-Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Der Grundriss eines Körpers ist ein Kreis mit dem Radius r, sein Aufriss wird von der x-Achse und einem Halbkreis mit dem Radius r begrenzt. Dritte Hauptebenen schneiden ihn in quadratischen Parabeln mit erstprojizierender Achse. Berechne sein Volumen.

   ▸ $V = \frac{16}{9} r^3$.

2. Die Kurven mit den Gleichungen $y_1 = e^{-x}$ und $y_2 = e^{x+a}$ begrenzen mit der x-Achse einen Teil der Ebene mit endlicher Fläche. Wie ist a zu wählen, damit diese Fläche gleich der Einheit wird?

   ▸ $a = -\ln 4$.

3. $2u$ ist der Durchmesser einer Halbellipse, der dazu konjugierte Halbmesser v bildet mit $2u$ den Winkel α. Welches Volumen wird durch Rotation um $2u$ erzeugt?

   ▸ $V = \frac{4\pi}{3} u v^2 \sin^2\alpha$. Verwende die Guldinsche Regel und beachte, dass die Lage des Schwerpunkts einer ebenen Figur affin-invariant ist.

4. Eine Ellipse mit den Halbachsen a und b rotiert um eine ihrer Tangenten. Das erzeugte Volumen ist V. Die Tangente ist zu bestimmen.

   ▸ Für den Abstand der Tangente vom Mittelpunkt der Ellipse ergibt sich

   $$d = \frac{V}{2\pi^2 a b}.$$

   Fällt man die Lote u und v von den Brennpunkten auf die Tangente, so liegen die Fusspunkte auf dem Hauptkreis der Ellipse, und es gilt $u + v = 2d$, $uv = b^2$, demnach

   $$u, v = d \pm \sqrt{d^2 - b^2}.$$

5. Eine Ellipse mit den Halbachsen a und b, der Fläche S und dem Achsenverhältnis $b/a = \cos\varphi$ rotiert um die Hauptachsen. Die erzeugten Flächen werden

   $$F_1 = 2S\left(\cos\varphi + \frac{\varphi}{\sin\varphi}\right) \text{ für das spindelförmige,}$$

   $$F_2 = 2S\left(\frac{1}{\cos\varphi} + \frac{\varphi}{\operatorname{tg}\varphi}\right) \text{ für das linsenförmige Ellipsoid.}$$

Literaturüberschau

Funktionalgleichungen der Theorie der geometrischen Objekte. Par J. ACZÉL et S. GOŁAB. Tome 39 des Monographies mathématiques publiées par l'Académie des Sciences polonaise. 172 p. – Editions scientifiques de l'Etat, Varsovie 1960.

La théorie des objets géométriques est un domaine des mathématiques contemporaines qui puise ses racines dans la géométrie différentielle. Les éléments fondamentaux de cette théorie ont été présentés en 1934 par M. A. WUNDHEILER à la première conférence internationale de géométrie différentielle tensorielle, tenue à Moscou, exposé qui a attiré l'attention de nombreux mathématiciens. Durant le dernier quart de siècle, la théorie des objets géométriques s'est développée en une discipline indépendante et plus de 170

publications lui ont été consacrées en ce laps de temps. Ce sont MM. J. HAANTJES et J. A. SCHOUTEN qui ont élaboré les fondements de cette théorie et en 1952 M. A. NIJENHUIS a publié une monographie consacrée à ce sujet sous le titre: Theory of the geometric object (Amsterdam, 1952).

Les deux mathématiciens polonais, MM. ACZÉL et GOŁAB, qui ont travaillé en étroite collaboration et qui ont contribué, par leurs publications, au développement de la théorie, consacrent leur ouvrage plus particulièrement aux applications de la théorie des équations fonctionnelles à la théorie des objets géométriques et à leur résolution dans les conditions les plus faibles possibles. Le livre est assez élémentaire, il ne demande comme connaissances préalables à sa lecture que les éléments du calcul différentiel et intégral, des équations différentielles et de l'algèbre des matrices. L'ouvrage n'a pas la prétention d'être complet, il vise plutôt à présenter quelques problèmes caractéristiques et des idées de démonstrations. Certains résultats sont cités sans démonstrations et les auteurs attirent l'attention sur des problèmes non encore résolus.

L'ouvrage comprend cinq chapitres. Les objets géométriques sont définis au chapitre I qui sert d'introduction. Le second chapitre est consacré à la classification des objets géométriques. L'algèbre des objets géométriques est exposée au chapitre III. Le IV^e chapitre est consacré à la dérivée covariante. Enfin le problème des comitants, celui de la dérivée de Lie et des problèmes non encore résolus sont présentés au chapitre V.

L'ouvrage est muni d'une copieuse bibliographie comprenant les publications consacrées à la théorie des objets géométriques dès 1936 à 1961. S. PICCARD

Seminar on Transformation Groups. Par ARMAND BOREL, avec les contributions de G. BREDON, E. E. FLOYD, D. MONTGOMERY et R. PALAIS. Annals of Mathematics Studies, No. 46, 245 p. $4.50. Princeton University Press, Princeton 1960.

M. ARMAND BOREL, l'éminent topologiste qui s'était distingué à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich, et qui a quitté la Suisse pour se rendre aux Etats-Unis, à l'Institute for Advanced Study, publie un important ouvrage sur les groupes de transformations. Un Séminaire tenu à l'Institute for Advanced Study, à Princeton en 1958/59 fournit la matière de cet ouvrage, à quelques modifications et additions près.

Dans cet ouvrage, un groupe de transformations est un groupe compact de Lie, G, agissant sur un espace topologique, ordinairement localement compact, X. Les groupes de transformations sont étudiés surtout au point de vue de la topologie algébrique. Ce sont les propriétés topologiques de G et X, l'ensemble des points fixes, les orbites et l'espace des orbites X/G qui font l'objet de la plupart des problèmes traités. Pour aborder l'étude de cet ouvrage il faut posséder les notions fondamentales de la théorie des groupes de transformations et de topologie algébrique. Un des sujets typiques traités concerne la théorie des transformations périodiques de P. A. SMITH.

L'ouvrage se compose de 16 chapitres, dont dix sont dûs à M. A. BOREL, deux à E. E. FLOYD, deux à G. E. BREDON, un à R. S. PALAIS et un à D. MONTGOMERY. S. PICCARD

Raumbild-Lehrbuch der Darstellenden Geometrie für Ingenieurschulen. Von ERNST SCHÖRNER. 153 Seiten. 60 Anaglyphen und 228 Zeichnungen. DM 16.–, R. Oldenbourg Verlag, München 1960.

Im Jahre 1909 erschien die dritte Auflage des Buches *Darstellende Geometrie* von MAX BERNHARD, Professor an der Baugewerkschule Stuttgart, als Leitfaden für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Es kann heute noch als vorzüglich und äusserst anregend gelten. Das vorliegende Lehrbuch für Ingenieurschulen von 1960 bringt neu sogenannte Raumbilder im Anaglyphenverfahren. Ob die Beigabe solcher Anschauungshilfen vom didaktischen Standpunkt aus zu begrüssen sei, soll hier nicht diskutiert werden; zwei Nachteile springen jedenfalls schon beim Lesen dieses Buches in die Augen. Erstens bleibt man viel zu sehr an den Projektionsebenen kleben; dass eine Hauptebene dieselben oder bessere Dienste leisten kann, wird weder benützt noch erwähnt. Zweitens kann man sich nicht davon lösen, dem Grundriss eine spezielle Rolle zuzuschreiben; es wird als «praktisch, weil besser vorstellbar» empfohlen, die Grundoperationen im Grundriss aus-

zuführen und erstprojizierende Ebenen zu Hilfe zu ziehen. Wahr ist natürlich, dass alle Normalprojektionen gleichberechtigt sind und mit denselben Methoden behandelt werden können, und praktisch im richtigen Sinne ist einzig, zu lernen, in jedem Falle die günstigste Hilfsebene zu verwenden.

Die Formulierungen des Textes sind von stupender Sorglosigkeit. Diese scharfe Behauptung muss wohl durch einige Beispiele erhärtet werden. Auf Seite 32 wird erklärt und auf Seite 54 wiederholt, die erste Spur einer erstprojizierenden Ebene enthalte alle Punkte dieser Ebene. Eine Ebene ist durch drei Punkte bestimmt, die nicht in einer Gerade liegen, «aus zeichentechnischen Gründen dürfen allerdings die drei Punkte nicht zu nahe beisammenliegen». «Eine Ebene hat zwei Seiten, im Gegensatz zum Moebiusschen Band, das nur eine Seite hat» (Seite 34). Über einem in der Grundrissebene gegebenen beliebigen Polygon soll ein Dach errichtet werden, «die oberste Schnittkante zweier nicht benachbarter Dachflächen wird als First bezeichnet. Er soll horizontal verlaufen.» (Seite 56). Die Tangente in einem Punkt der Schraubenlinie wird als Grenzlage zweier benachbarter Kurvenpunkte erklärt, ebenso sinnlos ist die Definition der Schmiegungsebene (Seite 74). Ein Archimedischer Körper ist nach der Angabe auf Seite 84 durch gleichseitige Dreiecke und Quadrate bestimmter Zahl und Anordnung begrenzt.

Stofflich geht das Buch nicht über die ersten Anfangsgründe hinaus. Beweise fehlen meistens, von der Hauptachsenkonstruktion nach Rytz findet sich lediglich ein mangelhaft formuliertes Rezept, an die Durchdringungskurven krummer Flächen wird keine einzige Tangente konstruiert.

Es wird wohl kaum angehen, von diesem Buch auf das Niveau der Ausbildung an einer deutschen Ingenieurschule zu schliessen. In der Schweiz habe ich schon ähnliche Bücher für Gewerbeschulen und für ein Abendtechnikum gesehen. Für eines unserer Techniken ist es nicht brauchbar.

Blicken wir noch einmal zurück auf das Buch von BERNHARD, so können wir nur betrübt sein darüber, wie heutzutage mit dem Vorgefundenen häufig umgesprungen wird.

W. LÜSSY

Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Von ALEXANDER OSTROWSKI. Erster Band: *Funktionen einer Variablen.* Zweite, neubearbeitete Auflage. 330 Seiten mit 47 Figuren. Fr. 35.–. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1960.

Beginnt man, mit der zweiten Auflage des wohlbekannten Buches von ALEXANDER OSTROWSKI Bekanntschaft zu schliessen, so stellt man zunächst erfreut – doch keineswegs erstaunt – fest, dass der gut 15jährige Vorgänger einen, was die Ausstattung betrifft, würdigen Nachfolger bekommen hat: sehr angenehmes Papier, ein sauberer Druck, eine übersichtliche Anordnung und noch schönere Figuren. Dann vermisst man die Aufgaben. Zwar ist es die Absicht des Verfassers, sie zusammen mit den Lösungen besonders herauszugeben; doch ist die Trennung der Aufgaben von der Theorie – wie manche Trennung – beklagenswert, auch wenn man die Vorteile dieser Massnahme nicht übersieht. Der Inhalt des vorliegenden Bandes stimmt im wesentlichen mit dem der ersten Auflage überein. Immerhin gab der Verfasser seinem Buch eine gewisse Abgeschlossenheit, indem er die Elemente der Reihenlehre und der Differentialgeometrie der ebenen Kurven vom zweiten in den ersten Band dislozierte. An einigen Stellen wurden wesentliche Kürzungen und Vereinfachungen erzielt. So konnte dadurch ein ganzer Abschnitt eingespart werden, dass die «Zusammenstellung der Grundtatsachen reeller Zahlen» etwas erweitert wurde. Auch wurde an die Stelle des Dedekindschen Schnittaxioms das Trennungsaxiom gesetzt, das beim Beweis der «Konvergenz für die Näherungssummen des Integrals» an der bewussten Stelle – im Gegensatz zum Dedekindschen Axiom – genau die benötigte Aussage liefert. Schliesslich sei verraten, dass der bekannte Geheimrat aus Weimar das Werk durch eine weitere Sentenz bereicherte – ein Werk übrigens, das dem Studierenden nicht nur Belehrung bringt, sondern ihn auch ermuntert, dem Ansturm der Tatsachen die Freiheit seines Denkens entgegenzusetzen. Aber auch der Mathematiklehrer wird von diesem Buch Anregungen empfangen und sei es auch nur die, dafür zu sorgen, dass die Tatsache «minus mal minus gibt plus» von den Schülern nicht mehr als mysteriös empfunden werden muss.

W. OBERLE