

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 16 (1961)
Heft: 4

Rubrik: Literaturüberschau

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 21.05.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

2. In einem Tetraeder sind zwei Paare windschiefer Kanten gegeben. Alle diese Kanten haben die Länge a . Die übrigen Kanten sind beide gleich x . Wie ist x zu wählen, damit das Volumen des Tetraeders ein Maximum wird?

$$\blacktriangleright x = \frac{2}{\sqrt{3}} a, \quad V_{max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} a^3.$$

Im Falle des Maximums müssen die Flächenwinkel an den unbekanntenen Kanten je 90° betragen. Es ist leicht zu sehen, dass dieselbe Bedingung notwendig ist, wenn die gegebenen und gesuchten Kanten beliebige Längen haben. Nachzuweisen, dass sie auch hinreicht, dürfte die Mittel der Schulmathematik übersteigen.

3. $AB = a$ ist die Kante eines Würfels, UV eine Diagonale einer Würfelseite, die mit AB keinen Punkt gemeinsam hat. Für welchen Punkt auf UV ist die Abstandssumme von A und B ein Minimum, und wie gross ist die minimale Abstandssumme?

$$\blacktriangleright \Sigma_{min} = a \sqrt{3 + \sqrt{6}}.$$

4. Zwei windschiefe Geraden AB und CD (Achsen einer Rohrleitung) sind durch zwei kongruente Viertelskreise so miteinander zu verbinden, dass die Tangente stetig verläuft.

$$\begin{array}{ll} A (7; 0; 9), & C (13; 10; 0), \\ B (18; 5; 7), & D (4; 8; 7). \end{array}$$

$$\blacktriangleright r = 4,333.$$

5. Gegeben sind drei Geraden:

$$a \begin{cases} A_1 (10; 12; 12), \\ A_2 (19; 0; 2), \end{cases} \quad b \begin{cases} B_1 (1; 12; 0), \\ B_2 (10; 0; 7), \end{cases} \quad c \begin{cases} C_1 (0,5; 6; -0,9), \\ C_2 (5; 0; 7,3). \end{cases}$$

Wähle auf b Punkte mit den Abszissen $x = 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$, und zeichne durch sie Geraden, die a und c treffen. Ziehe die Aufrisse so aus, dass die erzeugte Regelfläche anschaulich wird.

\blacktriangleright Hyperbolisches Paraboloid.

Literaturüberschau

The Diffusion of Counting Practices. By A. SEIDENBERG. 82 pages, 8 figures, 2 maps, 1 plate. \$2.50. University of California Press, Berkeley and Los Angeles 1960.

Die Absicht der vorliegenden Arbeit ist, zu untersuchen, wie der Zählakt beim Menschen entstanden ist. Ist das Zählen intuitiven Ursprungs, sind schon bei gewissen Tieren Instinkte da, die zum Zählen treiben, kann folglich das Zählen an verschiedenen Punkten der Erde spontan *entdeckt* worden sein, oder ist das Zählen eine *Erfindung* eines einzelnen Hirns und hat es sich von einem Zentrum aus über die ganze Erde ausgebreitet? Der Verfasser ist dieser zweiten Ansicht. In einem für später angekündigten Teil seines Werkes will er zeigen, dass alles Zählen einen rein rituellen Ursprung hat, dass alle Zahlen heilig waren und erstmals auftraten beim Aufrufen der Akteure bei rituellen szenischen Darstellungen. Der Ausgangspunkt soll eines der Kulturzentren der Alten Welt sein, es ist einmal von Sumer die Rede, allerdings ohne genügende Belege.

Zur Vorbereitung des Beweises dieser Thesen wurde im vorliegenden Teil eine Übersicht über die Zählweisen der Völker zusammengestellt. In staunenswerter Kleinarbeit wurden einerseits die Zahlwörter, andererseits die Fingerzahlen einer umfassenden Menge primitiver lebender und ausgestorbener Stämme untersucht und die Ergebnisse in Karten zusammengestellt. Es kann nur am Rande erwähnt werden, dass dabei eine Reihe merkwürdiger Einzelheiten zur Sprache kommt. Die Prüfung dieser Verteilungen führt den Verfasser zu diesen Folgerungen:

Ursprünglich zählte der Mensch nach Paaren (Zweier-System, 1, 2, 2 + 1, 2 + 2, 2 + 2 + 1 usw.). Das rührt daher, dass die oben erwähnten Riten hauptsächlich Schöpfungsriten waren. Die Uniformität dieser Erscheinung gilt als Hauptindiz für die zentrale Entstehung des Zählaktes, es wird darauf hingewiesen, dass wohl gewisse Tiere eine Zählfähigkeit haben können, dass es sich dabei aber nie um ein Paar-Zählen handelt. Später entwickelte sich ein Neo-2-10-System (zum Beispiel $6 = 2 \cdot 3$), und in Verbindung mit der Darstellung der Zahlen durch Gebärden (Körperzahlen, Fingerzahlen, zu denen durchaus keine Zahlwörter zu gehören brauchen, entstanden erst dann 5-20-Systeme und schliesslich ein vorherrschendes 10-5-System.

In der Diskussion anderer Ansichten lehnt der Autor psychologisierende Gründe ab und lässt nur philologische und historische Tatsachen gelten; es fehlt mir die Sachkenntnis, um über die Stichhaltigkeit seiner Folgerungen ein Urteil abgeben zu können.

W. LÜSSY

Les structures de commutation à m valeurs et les calculatrices numériques. Par M. J. GAZALÉ. Collection de logique mathématique, Série A, XV. 78 p. avec 37 fig. NF 14.— Gauthier-Villars, Paris et E. Nauwelaerts, Louvain 1959.

Actuellement les calculatrices électroniques utilisent des circuits numériques binaires avec les symboles 1 et 0. Ils sont réalisés à l'aide de systèmes à deux états de stabilité (relais, flip-flop) dont la conception est simple et le fonctionnement sûr. Depuis longtemps déjà on a fait un rapprochement entre la nature binaire des circuits et la logique (ouvert-fermé, vrai-faux) ainsi que l'algèbre de BOOLE. Un système logique ternaire (ou m -aire) pourrait être, théoriquement, appliqué à des circuits numériques à base 3 que la technique actuelle n'a pas encore construits. Dans sa belle thèse qu'il a soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris, M. GAZALÉ fait l'étude des logiques m -aires, des structures algébriques et donne des schémas de réalisation.

L. KIEFFER

Raaklijn en Oppervlakte. Par J. C. M. GERRETSEN. 380 p. avec figures, hf. 20.— De Erven F. Bohn N. V., Haarlem 1959.

Tangente et surface – il s'agit d'une introduction au calcul différentiel et intégral sur une base intuitive. L'ouvrage de M. GERRETSEN trouve son origine dans des cours qu'il a donnés devant des médecins à l'Université de Groningen. Voulant s'adresser à des lecteurs qui n'ont pas eu de formation mathématique (chimistes, biologistes, ...), l'auteur fait prévaloir la vigueur et l'efficacité du calcul sur la rigueur. Dans son exposé il ne s'attarde pas aux notions fondamentales (limite, convergence) ni aux démonstrations difficiles. Dans ces cas il recourt à l'intuition et rend plausible, honnêtement. C'est surtout la fonction-pente (tangente) et la fonction-surface de $y = f(x)$ qu'il utilise à bon escient: introduction des logarithmes, intégrales définies. Le livre se termine par les séries de FOURIER et la transformation de LAPLACE dont la technique est enseignée et appliquée à des équations différentielles et à la fonction Gamma, ce qui tient proprement de la gageure. Chaque point de la théorie est suivi d'un grand nombre d'exemples résolus – au total plus de 300 –, mais le lecteur ne trouve pas d'exercices (avec résultat final) grâce auxquels il pourrait vérifier si l'aisance de calcul lui est effectivement acquise. Les professeurs du secondaire trouveront bien des choses intéressantes dans ce livre non conventionnel dont la présentation ne laisse rien à désirer.

L. KIEFFER

Vektorielle Analytische Geometrie. Von HERMANN ATHEN. 70 Seiten mit 55 Abbildungen. DM 5.80. Hermann Schroedel Verlag, Hannover 1960.

Es fehlt in der deutschsprachigen Literatur nicht an Einführungen in die analytische Geometrie mit Hilfe der Vektoren. Doch beschränkt man sich für die Mittelschulstufe meistens auf das Lineare und begnügt sich mit Andeutungen für die Behandlungen der Kurven und Flächen 2. Grades. In dem vorliegenden Bändchen wird nun die vektorielle Methode konsequent auch auf die Theorie der Kegelschnitte angewendet. Dabei verzichtet der Autor aus didaktischen Gründen auf die Benützung des Vektorproduktes. Im Anschluss an die in vektorieller Form erhaltenen Resultate wird jeweils auch der Übergang zu den geläufigen Koordinatengleichungen vollzogen. Diese Übersetzungen von den koordinatenfreien in die koordinatenmässigen Darstellungsformen (und umgekehrt) sind ein besonderes Anliegen des Verfassers. Ein grosser Teil der über 300 Aufgaben und Beispiele, die zwischen die einzelnen Kapitel eingestreut sind, steht im Dienste solcher Übersetzungsübungen. Nur auf diese Weise kann nach der Ansicht des Verfassers der Vektorrechnung die Verbreitung in der Schule verschafft werden, die im Interesse der Modernisierung des Mathematikunterrichtes erforderlich ist. Ich vertrete die Auffassung, dass die Vektorrechnung in der Schule nicht systematisch auf alle Aufgaben der analytischen Geometrie angewendet werden sollte, sondern nur dort, wo sich die Einfachheit und die Eleganz der vektoriellen Methode von selbst aufdrängt. Jedenfalls dürften die schweizerischen Gymnasien schon aus Zeitmangel nicht in der Lage sein, die analytische Geometrie in der hier vorgeschlagenen Weise konsequent «zweispurig» zu betreiben. R. CONZELMANN

LINCOS. Design of a Language for Cosmic Intercourse. Part 1. Von HANS FREUDENTHAL. 224 Seiten. f 22.50. North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1960.

Gesetzt der Fall, es könnten die folgenden Voraussetzungen alle erfüllt sein:

- a) Es gebe im Weltraum ausserhalb der Erde Wesen mit ausgebildeter menschlicher Intelligenz.
- b) Diese Wesen seien in der Lage, Radiosignale, welche von der Erde ausgesandt werden, zu empfangen.
- c) Diese Wesen hätten ein Interesse daran, Botschaften, welche mittels Radiosignalen in verschlüsselter Form übermittelt werden, zu entziffern.
- d) Es gebe Menschen, welche sich gedrängt fühlen, Botschaften in den Weltraum zu senden.

Dann würde sich die Aufgabe stellen, einerseits einen Code festzusetzen und andererseits Folgen von Programmen zu entwickeln, welche, in bestimmter Reihenfolge übermittelt, den geneigten Empfänger kraft seiner Intelligenz instand setzen sollten, den Code schrittweise zu entschlüsseln.

In Voraussicht genannter Eventualität hat sich der Verfasser dieser Aufgabe, von der in der Einleitung des vorliegenden Werkes die Rede ist, unterzogen und er führt den Aufbau einer Lösung in den folgenden Kapiteln ein Stück weit durch. Er legt dar, dass die «Sprache der Logik» bis jetzt nicht voll ausgenützt wurde, und baut deshalb einen Code auf, der sich nicht auf eine bestimmte menschliche Sprache bezieht.

Kapitel I (Mathematics). Begriffe und Aussagen der Mathematik werden behandelt. Es ist kaum anders denkbar, als dass man hiermit beginnt.

Kapitel II (Time). Charakterisierung von Zeit, Zeitabschnitten, usw.

Kapitel III (Behaviour). Es werden Subjekte eingeführt, welche miteinander „Gespräche« führen, usw.

Kapitel IV (Space, Motion, Mass).

Weitere Kapitel sollen in einem nächsten Bande folgen.

Der Code ist vom logischen Standpunkt aus sehr sorgfältig durchdacht, auch was syntaktische Fragen betrifft. Die zahlreichen Programme sind äusserst subtil und mit grossem didaktischem Geschick ausgeführt.

Es ist selbstverständlich, dass solch ein Code lediglich Inhalte des menschlichen Intellectes andeuten kann. Deshalb kann nicht von einer Sprache die Rede sein. J. EBERSOLD

Des grands nombres. Par EGON VIELROSE. 115 p. Zł 10.–. Editions scientifiques de l'Etat, Varsovie, 1960.

Ce petit livre traite des nombres naturels et de différentes méthodes utilisées pour effectuer des opérations sur des nombres de plus en plus grands. Il est fait état des progrès réalisés dans ce domaine par l'emploi des machines électroniques. L'introduction des chiffres arabes avait permis d'effectuer des opérations sur les grands nombres dont se sont occupés au XVII^e siècle FERMAT, au XVIII^e siècle EULER et dont s'occupent aujourd'hui LEHMER, UHLER et KRAITCHIK, pour ne citer que quelques noms.

A titre d'exemple, on considère le nombre $9^9 = 9^{387\,420\,489}$. On montre comment, en utilisant les congruences, on peut, sans calculer ce nombre, en déterminer les derniers chiffres. Puis l'auteur introduit le symbolisme de H. STEINHAUS pour désigner des grands nombres tels que MEGA, MEDZON, MEGISTON et il établit différentes relations entre ces grands nombres. Un chapitre est consacré aux propriétés générales des nombres premiers. Parmi les exemples cités de nombres premiers connus, relevons le nombre suivant, de 40 chiffres: 90909...1. Le plus grand nombre premier actuellement connu est $2^{2281} - 1$, il se compose de 687 chiffres. Un chapitre est consacré aux nombres de la forme $a^n - 1$ et $a^n + 1$, un autre chapitre est consacré aux nombres de la forme $(a^n - 1)/(a - 1)$, $(a^n + 1)/(a + 1)$ et $a^{2^m} + 1$. Le chapitre 10 est consacré aux nombres dits parfaits, c'est à dire aux nombres naturels qui sont égaux à la somme de tous leurs diviseurs. Le théorème inverse du petit théorème de FERMAT est démontré au chapitre 11. Enfin le chapitre 12 est consacré aux nombres premiers de la forme $2^n - 1$.

Cet ouvrage-élémentaire destiné à un large cercle de lecteurs fera plaisir à tous les amis des nombres.

S. PICCARD

Le curieux hexaèdre. Par ANIELA EHRENFUCHT. «Bibliothèque des problèmes». 109 p. Zł 20.–. Editions scientifiques de l'Etat, Varsovie 1960.

Des conférences de vulgarisation scientifique destinées aux maîtres et à la jeunesse scolaire ont donné naissance à ce petit livre. De nombreux modèles avaient servi à illustrer ces conférences et l'on trouve dans le livre de nombreux dessins en deux couleurs: rouge et bleue, dessins qui doivent être examinés par des verres bicolores et donner une vision des modèles en relief.

Sous une forme simple et attrayante l'auteur présente les propriétés de symétrie de l'hexaèdre, son groupe de rotations, ses sections, le nombre de façons dont on peut colorier ses faces, les constructions que l'on peut faire avec des «plots» cubiques coloriés, différentes décompositions curieuses de l'hexaèdre et constructions faites à partir des éléments de ces décompositions ainsi que la façon dont on peut faire passer un hexaèdre par un hexaèdre plus petit.

S. PICCARD

Begründung der Funktionentheorie auf alten und neuen Wegen. Von LOTHAR HEFFTER. Zweite wesentlich verbesserte Auflage. 64 Seiten. 13 Figuren. DM 19.80. Springer, Berlin 1960.

Die erste Auflage (1955) wurde in dieser Zeitschrift¹⁾ bereits besprochen. Der Inhalt der neuen Auflage ist derselbe; trotz des beinahe gleich gebliebenen Umfangs konnten aber einige wesentliche Berichtigungen (vor allem auf Seite 39–41) angebracht werden. Was die Kunst der Darstellung und die leichte Lesbarkeit betrifft, so möchte ich die Arbeit den bekannten Büchlein über Funktionentheorie von KNOPP an die Seite stellen.

W. LÜSSY

¹⁾ El. Math. 11, 92 (1956).