Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 16 (1961)

Heft: 1

Rubrik: Ungelöste Probleme

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ungelöste Probleme

Nachtrag zu Nr. 14 (El. Math. 11, 134 (1956)).

Herrn W. Sierpiński (Warschau) verdanken wir die folgenden Angaben:

Die von W. Mnich gestellte Frage, ob Summe und Produkt von drei rationalen Zahlen gleichzeitig 1 sein können, ist von J. W. S. Cassels in seiner Arbeit: On a diophantine equation (Acta Arithmetica 6, 47–52 (1960)) in negativem Sinn beantwortet worden. Leider ist der Casselsche Beweis nicht elementar und stützt sich auf Resultate verschiedener anderer Autoren. Cassels hat bewiesen, dass das Problem von Mnich äquivalent ist mit der Frage, ob die diophantische Gleichung

$$y^2 = x^3 + (x+4)^3$$

ausser x = 0, y = 8 weitere Lösungen in rationalen Zahlen besitzt. A. Schinzel konnte auf elementarem Wege zeigen, dass diese Gleichung auf jeden Fall keine weiteren Lösungen in ganzen Zahlen hat.

E. Trost

Kleine Mitteilung

Simplexungleichungen

Die Ecktransversalen durch einen beliebigen inneren Punkt P des n-dimensionalen Simplex A_i $(i=1,\ldots,n+1)$ schneiden die entsprechenden gegenüberliegenden Grenzräume in B_i $(i=1,\ldots,n+1)$. Bezeichnen wir mit t_i $(i=1,\ldots,n+1)$ die Strecke $\overline{A_iB_i}$, mit d_i $(i=1,\ldots,n+1)$ die Strecke $\overline{PB_i}$, so gilt

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{d_i}{t_i} = 1 \ . \tag{1}$$

Beweis: Sind $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ die baryzentrischen Koordinaten von P bezüglich der entsprechenden Simplexspitzen, so gilt

$$\frac{d_i}{t_i} = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{n+1} x_i},$$

woraus (1) unmittelbar folgt.

Bezeichnen wir weiterhin mit r_i $(i=1,\ldots,n+1)$ den Abstand des dem A_i Simplex-spitze gegenüberliegenden Grenzraumes von P, mit h_i $(i=1,\ldots,n+1)$ die zu A_i angehörigen Simplexhöhen, so ist einfach einzusehen, dass

$$\frac{r_i}{h_i} = \frac{d_i}{t_i},$$

woraus mit Rücksicht auf (1)

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{r_i}{h_i} = 1 \tag{2}$$

unmittelbar folgt.

Fällt P mit dem Inhyperkugelmittelpunkt des Simplex zusammen, so wird

$$r_1 = r_2 = \cdots = r_{n+1} = \varrho$$
 ,

wo ϱ den Inhyperkugelradius bezeichnet. Für diesen Fall folgt aus (2):

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{h_i} = \frac{1}{\varrho}, \quad \text{woraus} \quad \frac{n+1}{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{h_i}} = (n+1) \varrho.$$

Die linke Seite ist aber gleich dem harmonischen Mittel der Simplexhöhen $H(h_i)$, also

$$(n+1)\cdot\varrho=H(h_i). \tag{3}$$