Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 15 (1960)

Heft: 4

Rubrik: Literaturüberschau

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchwegs so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll, x-Achse nach rechts, y-Achse nach vorn, z-Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Eine Parabel geht durch den festen Punkt P und besitzt die feste Scheiteltangente t_0. Welches ist der geometrische Ort ihres Brennpunkts?

   ▶ Parabel mit dem Brennpunkt P und der Scheiteltangente t_0.
2. Ein Kreis geht durch den Ursprung eines rechtwinkligen Koordinatensystems und durch einen festen Punkt P. Er schneidet die Koordinatenachsen in den Punkten A und B. Die Gerade AB hüllt eine Parabel ein.

   ▶ P ist Brennpunkt, und eine Diagonale des Koordinatenrechtecks von P ist Scheiteltangente.
3. Das Verhältnis zweier senkrecht aufeinanderstehender Parabelsehnen durch den Scheitelpunkt ist gleich der dritten Potenz des Tangens des Winkels, den eine dieser Sehnen mit der Achse bildet.
4. Bestimme den Punkt $P(x; y)$ der Parabel $y = a\,x^2$, von dem aus die Parabelsehne $P_1(u_1; v_1)$, $P_2(u_2; v_2)$ unter einem möglichst grossen oder einem möglichst kleinen Winkel gesehen wird.

   ▶ $x = -\dfrac{u_1 + u_2}{2}$, unabhängig von a!

   Für den extremen Sehwinkel findet man

   $$\varepsilon = \operatorname{arctg} a\,\frac{u_1 - u_2}{2} - \operatorname{arctg} a\,\frac{u_2 - u_1}{2},$$

   das heisst: die Winkelhalbierende von ε ist im Fall des Minimums parallel der y-Achse, im Fall des Maximums parallel der x-Achse.
5. Löse auf graphischem Wege das Gleichungssystem

   $$\left.\begin{aligned} z &= 0{,}25\,[(x-8)^2 + (y-7)^2] \\ x^2 + y^2 - 22\,x - 14\,y + 154 &= 0 \\ 3\,x + 4\,z - 48 &= 0 \end{aligned}\right|$$

   ▶ Schnitt eines Rotationsparaboloids, eines geraden Kreiszylinders und einer Ebene. Die Schnittfigur von Paraboloid und Zylinder liegt in einer zweitprojizierenden Ebene, ihr Grundriss ist ein Kreis.

   $$x = 9{,}889;\quad y_1 = 10{,}843;\quad y_2 = 3{,}157;\quad z = 4{,}583.$$

Literaturüberschau

W. LIETZMANN: *Aus meinen Lebenserinnerungen*

114 Seiten mit Portrait. Broschiert DM 6.80. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen und Zürich 1960

Ehe das vom Verein Schweizerischer Mathematiklehrer herausgegebene Unterrichtswerk erschien, war der «LIETZMANN» für viele unserer Gymnasiasten ein bekannter Begriff, mussten sie doch «aus ihm» ihre Algebra- und Geometrie-Aufgaben machen. Spätere Generationen haben sich an WALTHER LIETZMANNS Buch *Lustiges und Merkwürdiges von Zahlen und Formen* erfreut und aus der von ihm herausgegebenen Mathematisch-Physikalischen Bibliothek auf eigene Faust zusätzliche Belehrung geschöpft. Aber auch manchem schweizerischen Mathematiklehrer haben diese und andere Werke LIETZMANNS, seine Methodikbände und vor allem die von ihm seit 1914 redigierte

«Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht» wertvolle Anregungen gegeben. All das sei unvergessen, aber auch das Staunen darüber, wie LIETZMANN das Kunststück fertigbrachte, unter dem Kaiser, während der Weimarer Republik, im Dritten Reich und nach dessen Zusammenbruch zu den jeweils führenden Schulmännern zu gehören.

Schon als junger Oberlehrer war er zur rechten Zeit am rechten Ort, nämlich in der Nähe FELIX KLEINS, als dieser sich zu Beginn unseres Jahrhunderts anschickte, den Mathematikunterricht umzugestalten. Bis zu RUDOLF SCHIMMACKS Hinschied (1912) war LIETZMANN KLEINS linke, dann seine rechte Hand und nach dem Tode von KLEIN (1925) dessen Testamentsvollstrecker auf dem Gebiete der Unterrichtsreform. Als solcher war er Mitglied, Sekretär oder Präsident von zahlreichen Vereinen, Ausschüssen und Kommissionen, ferner Organisator und Referent unzähliger Tagungen und Versammlungen, und es gab wohl wenige deutsche oder internationale Mathematikerkongresse, an denen LIETZMANN nicht zugegen gewesen wäre und über die er nicht in irgend einer Zeitschrift berichtet hätte. Von alledem und anderem ist in diesen Lebenserinnerungen die Rede. Ihre Niederschrift ist anscheinend im Jahre 1954 beendet worden; erscheinen konnten sie aber in der vorliegenden Form erst, als KUNO FLADT sie mit Zustimmung des Verfassers kürzte und der sogenannte Förderverein die Drucklegung durch eine namhafte Summe nicht allein förderte, sondern recht eigentlich ermöglichte. Neben vielem Persönlichem enthält dieser Rückblick eines Schulmannes auch einige hübsche Anekdoten über H. A. SCHWARZ, HILBERT, KLEIN und weniger bekannte Zeitgenossen. Die Freunde LIETZMANNS und wer ihn aus seinen Schriften schätzen lernte oder sich für die Geschichte des mathematischen Unterrichts interessiert, werden gerne nach diesen Memoiren greifen. W. HONEGGER

O. NEUGEBAUER: *The Exact Sciences in Antiquity*

XVI + 240 Seiten mit 14 Tafeln. Second Edition, Brown University Press, Providence, Rhode Island 1957

Professor OTTO NEUGEBAUER ist durch seine Arbeiten über die Geschichte der mathematischen Wissenschaften im Altertum allgemein bekannt[1]). Die Kenntnis seiner Leistungen ist für den Historiker der Wissenschaften heute unentbehrlich geworden.

Das Werk, das wir hier besprechen, ist keine eigentliche Geschichte der exakten Wissenschaften im Altertum. Es zerfällt in sechs Kapitel und zwei Anhänge: 1. *Die Zahlen*; 2. *die babylonische Mathematik*; 3. *die Quellen, ihre Entzifferung und Bewertung*; 4. *die ägyptische Mathematik und Astronomie*; 5. *die babylonische Astronomie*; 6. *der Ursprung und die Überlieferung der hellenistischen Wissenschaft.* Anhang: 1. *Das ptolemäische System*; 2. *über die griechische Mathematik.*

Es ist für den Besprecher nicht leicht, eine Idee von dem überaus reichen Gehalt dieser Kapitel zu geben.

Das Werk enthält viele wertvolle Richtigstellungen; es werden eingewurzelte, ohne Diskussion als wahr angenommene Behauptungen korrigiert, und alte Vorurteile, welche den Fortschritt in der Geschichte der alten Wissenschaften verhinderten, beseitigt. Es werden wertvolle Hinweise zu einer besseren Behandlung der Probleme in der Zukunft gegeben.

Wir werden einige Problemstellungen des Verfassers hervorheben.

Das erste Kapitel beginnt NEUGEBAUER mit einer scharfsinnigen Erläuterung des Blattes für den Monat September aus dem «Gebetbuch» des JEAN DE FRANCE, duc DE BERRY (gestorben 1416). Der obere Teil der Seite enthält Ziffern, welche die Tage des Monates bezeichnen, und andere astronomische Angaben. NEUGEBAUER beweist, dass diese Ziffern und Einteilungen durch unsichtbare Fäden mit den metonischen und baby-

[1]) Wir erwähnen zuerst die Ausgaben von Keilschrifttexten: *Mathematische Keilschrifttexte*, 3 Bände, Berlin 1935–1937; *Mathematical Cuneiform Texts*, New Haven 1945 (zusammen mit A. SACHS); *Astronomical Cuneiform Texts*, 3 Bände, London 1955, und dann das Geschichtswerk: *Vorgriechische Mathematik*, Berlin 1934.

lonischen Kalenderfeststellungen verbunden sind. Weiter bestreitet der Verfasser, dass das Zeichen *o*, welches PTOLEMAIOS in seinen Tabellen für die Notierung der fehlenden Einheiten benützte, aus dem Anfangsbuchstaben des Wortes *οὐδέν* entstanden sei, und behauptet, dass es sich hier um ein zufälliges Symbol handle. Er stützt seine Behauptung auf die Tatsache, dass *o* schon die Zahl 70 notiert (Seite 14). Wir sind nicht ganz überzeugt, dass diese Feststellung richtig ist. Jedenfalls hat das Zeichen *o* in den ptolemäischen Tabellen nichts mit einer Stellenwertnotierung zu tun, da die Schreibung der Zahlen weiter durch die Buchstaben des Alphabets, ohne Stellenwert, vor sich geht.

Wir geben hier eine weitere Beobachtung, welche der Verfasser für besonders wichtig hält. Die Aufzeichnung der Zahlen bei den Babyloniern, wo der sexagesimale Stellenwert angewendet wird, ist mit dem Schreiben von Zehnerwerten und einigen Bruchnotierungen, welche keinen Stellenwert haben, gemischt. Nur in den strengen mathematischen und astronomischen Texten ist das sexagesimale Positionssystem konsequent angewendet. «The question of the origin of sexagesimal system is therefore inextricably related to the much more complex problem of the history of many concurrent numerical notations and their innumerable local and chronological variations» (Seite 17). Und ein wenig weiter: «A problem of this kind cannot be solved by speculation, but only by a systematic analysis of the written documents» (Seite 18). Der letzte Satz ist charakteristisch für die Art und Weise, mit der NEUGEBAUER die Geschichte der Wissenschaften zu behandeln versteht. Hier kann man die Methode des Verfassers genau feststellen. In der Geschichte der Wissenschaften, sowie in anderen Wissenszweigen, gibt es einige Ideen, die einem ganz klar vorkommen, Ideen, die, allgemein angenommen, als Axiome betrachtet werden, welche keiner weiteren Prüfung bedürfen, um zu sehen, ob sie mit dem alten und neuen Tatsachenbestand in Übereinstimmung stehen. Dies könnte man mit KANT «den dogmatischen Schlummer» nennen, in welchen der Forscher durch sein untätiges Verhalten selber versinkt, da er als feste Tatsache annimmt, was ein Problem ist und eine Überprüfung nötig hätte. Dadurch wird die historische Arbeit aufgehalten, gerät in steife, leblose Formen und verliert ihre Wirksamkeit. Solche illusorische Zuversicht, solche unbegründete Überzeugungen will der Verfasser aufdecken, zu Fall bringen und neue, fruchtbare Wege für die wissenschaftliche Arbeit auf dem Felde der Geschichte der Wissenschaften eröffnen.

Die anderen Kapitel sind dem ersten ähnlich. Nur ein Fachgelehrter, der sich in die Probleme und Texte der babylonischen und ägyptischen Mathematik und Astronomie tief eingearbeitet hat, war imstande, die Kapitel II–VI zu schreiben. Das Kapitel IV über die ägyptische Mathematik und Astronomie ist besonders reich an neuen Problemen, Fragen und Richtigstellungen, in welchen die alten, flüchtigen und sogar fehlerhaften Ideen und Theorien aufgedeckt werden und die Forschung auf neue Bahnen gelenkt wird.

Kapitel V, Seite 97 ff., über die babylonische Astronomie und über die Ephemeriden des Mondes und der Planeten konnten nur von einem Kenner wie NEUGEBAUER verfasst werden.

Die Seiten 141–143 und 148, welche THALES und seine angegebenen Leistungen in der Mathematik und Astronomie behandeln, sind besonders zu erwägen. Obwohl wir der Meinung sind, dass das letzte Wort noch nicht gesprochen worden ist, halten wir die Betrachtungen des Verfassers für besonders geeignet, den Forscher aufzurütteln, um ihn zu veranlassen, die veralteten Wege zu verlassen und andere, verheissungsvollere einzuschlagen. Jedoch scheinen uns die Ideen des Verfassers über THALES, PYTHAGORAS und PLATON (Seite 152) nicht annehmbar. Die Mathematik der Griechen als streng deduktive Wissenschaft, ohne den platonischen Apriorismus, scheint uns undenkbar. Aber wir wollen nicht bei diesen Ideen verweilen, da wir sie anderswo ausführlicher entwickelt haben[2]).

Die gegenseitige Beeinflussung zwischen der babylonischen und der hellenistischen Astronomie scheint uns wahrscheinlich, so wie sie durch NEUGEBAUER vorgeführt wird, obwohl die Einzelheiten unsere Kompetenz überschreiten (Kapitel VI).

---

[2]) *Le Postulat chez Euclide et chez les Modernes*, Paris 1940.

Die Behandlung der indischen Mathematik und Astronomie und ihrer Beziehungen zu den Persern, Babyloniern und Griechen in der Zeit des hellenistischen Synkretismus wird äusserst vernünftig und vorsichtig vom Verfasser durchgeführt (S. 173 ff.).

Manchmal aber hat NEUGEBAUER Bedenken, welche nur teilweise gerechtfertigt sind. Wir denken an seine Bemerkungen Ende Seite 190, welche sich auf richtige Tatsachen stützen, aber durch zu viel Vorsicht dennoch fehlschlagen. Man kann ruhig die mathematische Richtung, welche durch EUKLID, ARCHIMEDES und APOLLONIOS vertreten ist, «griechische Mathematik» nennen, ohne sich zu fürchten, dass man nicht die grundlegende Tendenz der griechischen Mathematik erfasst hat, obwohl dabei niemand daran denkt, das Vorhandensein anderer paralleler Richtungen zu leugnen. Diese letzteren, wenn auch weniger offenbar und weniger verdienstvoll, kommen aus einem anderen Hintergrund und haben auch eine Rolle in der weiteren Entwicklung der Wissenschaft gespielt, so wie wir es aus den Werken eines HERON und seinesgleichen entnehmen.

Auch die scharfsinnigen Charakterisierungen und Bemerkungen über KOPERNIKUS, TYCHO BRAHE und KEPLER (Seite 204–206) sollen hier nicht unerwähnt bleiben.

So erscheint uns das besprochene Buch des Professors OTTO NEUGEBAUER voll neuer, origineller Aufschlüsse über die Geschichte der exakten Wissenschaften im Altertum, ein bahnbrechendes Buch, welches die alten Vorurteile aufdeckt und die Forschung von neuen Seiten her auf neue Wege fördert.

A. M. FRENKIAN

R. E. MARSHAK: *Meson Physics*

378 Seiten mit 106 Figuren. Dover Publications, New York 1958

Das Buch füllt eine empfindliche Lücke in der physikalischen Literatur, nur ist es leider schon reichlich veraltet (1952). Die Mesonphysik ist ja eines der Hauptgebiete, die im Zentrum der Forschung stehen. Das Buch ist nicht in erster Linie an den Theoretiker gerichtet, sondern enthält einfach das bis etwa 1951 bekannte Tatsachenmaterial, zusammen mit den damals geläufigen Theorien und Ansichten. Es ist klar, dass sich inzwischen vieles geändert hat, sowohl was die experimentellen Tatsachen betrifft, wie auch die dazugehörige theoretische Interpretation. Trotzdem kann das Buch empfohlen werden (wenn es cum grano salis gelesen wird), da es in übersichtlicher Form zumindest die wichtigsten Phänomene der Mesonphysik zusammenstellt.

W. HEITLER

V. KRAKOWSKI: *Höhere Mathematik*

1. Teil. 225 Seiten. Verlag Leemann, Zürich 1957

Das ganze Werk, dessen erster Teil bis jetzt erschienen ist, soll dem Studierenden eines Technikums das notwendige mathematische Rüstzeug vermitteln, mit dem er «Abhandlungen in technischen Zeitschriften mit Verständnis studieren kann».

Das vorliegende Buch ist eine Einführung in die Differentialrechnung von Funktionen mit einer und zwei freien Variablen. Diese sind vorwiegend reell; doch wird in einem grösseren Abschnitt auch auf analytische Funktionen eingegangen, und die Theorie der komplexen Funktionen soll im zweiten Teil weiter ausgebaut werden. Diese wenigen Stichwörter genügen, um den Charakter dieses eigenwilligen, aber durchaus imponierenden Buches anzudeuten. Es handelt sich zwar um eine Einführung in die höhere Mathematik, aber das Werk ist so angelegt, dass der Leser rasch an strenge Begriffsbildungen und Verallgemeinerungen herangeführt wird. Damit gelangt er ohne Umwege zu den mathematischen Grundlagen, die er für seine besonderen technischen Bedürfnisse braucht. Dabei behandelt der bekannte Autor die nötigen Begriffe, Eigenschaften und Regeln sehr gründlich und beugt der Gefahr einer allzu abstrakten Darstellung des Stoffes durch zahlreich eingestreute, geschickt ausgewählte und vollständig ausgerechnete Beispiele vor. Viel Abwechslung bieten besonders die umfangreichen Übungen in den Abschnitten über das Extremum und die Kurvendiskussion. Hingegen scheint der Grundbegriff der Ableitung für eine erste Kontaktnahme allzu beschwert, wenn er als gemeinsamer Wert des links- und rechtsseitigen Limes eines Differenzenquotienten definiert wird. In welchem Umfang ein Grundbegriff eingeführt und später verwendet wird, ist allerdings eine didaktische Ermessensfrage. Der erwähnten Erklärungsart liegt wohl die Absicht zugrunde, so früh als möglich und immer wieder, nämlich bei den Beweisen der Regeln und Formeln, auf die Unterscheidung von Stetigkeit und Differenzierbarkeit hinzuweisen.

In diesem neuen Buche werden die mathematischen Probleme wissenschaftlich einwandfrei dargelegt, aber auch die Anwendungen der Theorie nicht vernachlässigt. Es ist bekanntlich ein weiter Weg von einer durch technische Daten gestellten Aufgabe bis zu ihrer sachgemässen mathematischen Lösung. Am Schluss dieses Buches stellen Spezialisten verschiedener Fachrichtungen technische Aufgaben, besprechen ausführlich ihre Voraussetzungen und die mathematische Lösung. Diese Sammlung praktischer Aufgaben soll im nächsten Band stark vermehrt werden. Den Studierenden technischer Abteilungen wird dieser Abschnitt besonders ansprechen durch die ihm naheliegenden Probleme und die ihm vertraute technische Ausdrucksweise.

Das Buch ist sorgfältig ausgestattet und mit zahlreichen Figuren versehen. Es wird den Studierenden sowohl als Lehrbuch wie auch als Nachschlagewerk sehr nützlich sein.
A. HÄUSERMANN

H. LEVI: *Elements of Algebra*

XI + 161 Seiten. $3.25, 3. Auflage, Chelsea Publishing Company, New York 1960

Das vorliegende Buch ist für Schüler bestimmt, die etwa unsern Gymnasiasten der letzten Klassen entsprechen, und will sie in die *moderne* elementare Algebra einführen. Es beginnt mit einer kurzen Darlegung der Begriffe «Menge», «Aussage» und «Variable» und zeigt dann einlässlich, wie Kardinalzahlen, ganze, rationale und schliesslich reelle Zahlen definiert werden können und wie die zugehörigen Rechenregeln festgesetzt werden müssen. Parallel dazu wird das Rechnen mit algebraischen Ausdrücken entwickelt; ein eigenes Kapitel ist den Gleichungen gewidmet. Jedes Kapitel bringt wertvolle Übungen, die der weitern begrifflichen Schulung, nicht aber der Rechengewandheit dienen. – Diese *Elemente der Algebra* dürften bestens geeignet sein, den in untern Klassen behandelten Stoff von einer höhern Warte aus im Zusammenhang und in modernem Gewande überblicken zu lassen, eigentliches mathematisches Denken zu zeigen und den Anschluss an die Hochschulmathematik zu erleichtern. Dank der einfachen und klaren Sprache und den leicht verständlichen Beispielen werden sie manchem Schüler der genannten Klassen zugänglich sein. Sie werden vor allem aber auch dem Lehrer, der sich um die Modernisierung seines Unterrichtes bemüht, mit vielen Anregungen helfen und seien vor allem in diesem Sinne sehr empfohlen.
R. INEICHEN

J. A. JENKINS: *Univalent Functions and conformal mapping*

Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge Heft 18
VIII + 169 Seiten mit 6 Figuren. Geheftet DM 34.–, Springer Verlag, Berlin 1958

Das Hauptinteresse im vorliegenden Ergebnisband konzentriert sich auf ein vertieftes Studium der schlichten Funktionen (univalent functions). Dabei heisst eine Funktion $f(z)$ schlicht, wenn sie sich in einem Gebiet D regulär verhält und für zwei Punkte

$$z_1, z_2 \in D \ (z_1 \neq z_2) \text{ gilt: } f(z_1) \neq f(z_2).$$

Zur Erleichterung für den Leser werden in einem einführenden Kapitel verschiedene Hilfsmittel in Richtung des zu entwickelnden Stoffes zusammengestellt, wobei auch noch ein historischer Überblick den weiten Problemkreis beleuchtet.

In einem folgenden Abschnitt wird die grundlegende Methode der extremalen Längen skizziert und auf bestimmte Schlitztheoreme von GRÖTZSCH eingegangen. Daran schliesst sich eine Theorie über quadratische Differentiale an, wobei verschiedene grundlegende Ideen von TEICHMÜLLER endlich in verständlicher und übersichtlicher Weise wiedergegeben werden. In einem Hauptabschnitt wird die Theorie der extremalen Längen in

Verbindung mit quadratischen Differentialen dazu benützt, um das vom Verfasser herrührende allgemeine Koeffizientengesetz herzuleiten. Von hier aus gelingt es, zahlreiche Ergebnisse über schlichte Funktionen und konforme Abbildungen in geschickter Weise herzuleiten. Ein abschliessendes Kapitel beschäftigt sich noch mit der Symmetrisation und mehrwertigen Funktionen.

Es ist dem Verfasser gelungen, ein umfassendes und bedeutendes Gebiet der modernen Funktionentheorie von einem zentralen und einheitlichen Standpunkt aus zu entwickeln. H. P. KÜNZI

L. HOLZER: *Zahlentheorie*

Teil I: 202 Seiten, DM 9.75, Teil II: 126 Seiten, DM 9.00. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Bibliothek, Band 13 und 14. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1958 und 1959

Die beiden Bändchen wollen dem Leser die zum Studium der höheren Theorie der algebraischen Zahlkörper, insbesondere der Klassenkörpertheorie, notwendigen Grundlagen vermitteln. Entsprechend dieser Zielsetzung treten überall moderne algebraische Gesichtspunkte in den Vordergrund, wobei aber nur die wichtigsten Sätze über Körper und Gruppen verwendet werden. Von der rationalen Zahlentheorie wird nur das Notwendigste gebracht. Hingegen ist dem zentralen Theorem der neueren Zahlentheorie, dem quadratischen Reziprozitätsgesetz und seinen Verallgemeinerungen, ein Viertel des ersten Bandes gewidmet. Der Beweis ergibt sich auf neuartige Weise fast ohne Rechnung durch Betrachtung von Gaußschen Summen in Galoisfeldern. In der zweiten Hälfte des ersten Bandes findet der Leser eine Einführung in die algebraischen Zahlkörper, die bis zum Nachweis der Endlichkeit der Klassenzahl führt.

Der zweite Band enthält zunächst die Einheitentheorie in einer auf SKOLEM zurückgehenden Behandlung. Dann folgt eine ausführliche Darstellung der Hilbertschen Theorie der relativgaloisschen Körper. Ein grosser Abschnitt beschreibt die Bestimmung der Klassenzahl, über die am Schluss des Bandes noch wichtige Aussagen gewonnen werden (Satz von MORIYA, Satz von WEBER).

Der Verfasser hat eine Fülle von Material auf kleinem Raum untergebracht. Die Darstellung ist deshalb etwas gedrängt, aber trotzdem angenehm zu lesen, wozu besonders die zahlreichen geschickt ausgewählten Beispiele viel beitragen. E. TROST

A. G. WEBSTER: *The Dynamics of Particles*

588 Seiten mit 172 Figuren. Dover Publications, New York 1959

Eine hübsche Einführung in die Mechanik der Punktsysteme des starren Körpers und der Kontinua. Wie bei vielen angelsächsischen Büchern auf diesem Gebiet, legt der Autor besonderes Gewicht auf relativ komplizierte Anwendungen (rollender Kreisel und vieles ähnliches), während die allgemeine theoretische Dynamik, der kanonische Formalismus usw. verhältnismässig kurz behandelt sind. Das Buch ist weniger für den theoretischen Physiker geeignet als vielmehr für jeden, der sich für spezielle Probleme der Mechanik interessiert. Die Darstellung ist klar und einfach, und zahlreiche Figuren erleichtern das Verständnis. W. HEITLER

W. SIERPIŃSKI: *Teoria Liczb*

Volume II, 487 pages, 80 zloty, Panstwowe Wydawnictwo, Varsovie 1959

L'Académie des Sciences Polonaise publie une importante collection de monographies mathématiques qui comprend les deux volumes de la *Théorie des nombres* de l'illustre mathématicien polonais, Chef de l'Ecole mathématique de Varsovie. Ces volumes constituent les tomes 19 et 38 de la Collection. Le premier volume parut en 1950. De nombreux problèmes de la théorie élémentaire des nombres ont été résolus durant les dix dernières années, de nouveaux problèmes ont été posés. D'autre part, l'auteur a pu prendre connaissance des publications mathématiques étrangères qui n'avaient pas pu pénétrer en Pologne durant la dernière guerre mondiale. Aussi le second volume est divisé en neuf chapitres de la même façon que le premier et chaque chapitre de cette seconde partie sert de complément au chapitre correspondant de la première partie. Les machines électroniques ont permis de tirer au clair bien des énigmes concernant les nombres naturels, elles ont permis de déterminer un très grand nombre de nombres premiers. Le plus grand de ceux-ci, connu en 1950, était $2^{127} - 1$, nombre composé de 39 chiffres, alors que le plus grand nombre premier connu en 1958 était $2^{3217} - 1$, nombre comprenant 969 chiffres. Le nombre des nombres parfaits connus a passé de 12 à 18, on a déterminé plusieurs nouveaux nombres composés de FERMAT, parmi lesquels $2^{2^{10}} + 1$, $2^{2^{16}} + 1$, $2^{2^{1945}} + 1$. Et l'on trouve bien d'autres résultats intéressants de la théorie élémentaire des nombres dans le nouveau volume de M. SIERPINSKI. Les chapitres sont intitulés: I. *Divisibilité des nombres et équations linéaires.* II. *Equations du second degré et de degrés supérieurs.* III. *Théorèmes de Fermat, d'Euler et de Wilson.* IV. *La fonction Ex.* V. *Les congruences.* VI. *Les fractions continues et les développements dans un système de numération donné.* VII. *Les nombres premiers.* VIII. *Certains problèmes de la théorie additive des nombres.* IX. *De la décomposition des nombres naturels en sommes de puissances égales de nombres naturels.*

On ne sait pas jusqu'à ce jour si la différence $p_{k+1} - p_k$ entre deux nombres premiers consécutifs augmente indéfiniment avec k ou non. On ne sait également pas si pour tout nombre pair $2\,t$ il existe une infinité de nombres naturels k distincts, tels que $p_{k+1} - p_k = 2t$. Deux nombres premiers p_k et p_{k+1}, tels que $p_{k+1} - p_k = 2$ sont dits jumeaux. Parmi les nombres premiers n'excédant pas 100000 il y a 1222 couples de jumeaux. Le plus grand couple connu de nombres jumeaux est formé des nombres $10^{12} + 9649$ et $10^{12} + 9651$.

On a démontré que pour qu'un nombre naturel $p > 1$ soit premier, il faut et il suffit qu'il existe un nombre naturel $n \leqslant p$, tel que $(n-1)!\,(p-n)! \equiv (-1)^n \pmod{p}$.

Il existe des nombres premiers p et des nombres entiers a, tels que $p^2\,(a^{p-1} - 1)$, par exemple $p = 11$ et $a = 3$ ou 9. D. H. LEHMER a démontré que parmi les nombres premiers $p \leqslant 25000$, seuls les nombres 1093 et 3511 satisfont la condition $p^2\,(2^{p-1} - 1)$.

Nous avons cité à titre d'exemple quelques- uns des problèmes traités dans l'ouvrage de M. SIERPINSKI. Exposé avec une clarté parfaite, cet ouvrage est illustré de très nombreux exercices avec indication de la réponse ou la solution complète. Il pose aussi bien des problèmes à la curiosité des chercheurs. Ce bel ouvrage du Maître polonais fera la joie de tous les amateurs de la théorie élémentaire des nombres. S. PICCARD

R. H. BRUCK: *A Survey of Binary Systems*

185 Seiten. DM 36.–. Ergebnisse der Mathematik. Neue Folge, Heft 20. Springer-Verlag, Berlin 1958

Es handelt sich um die algebraische Theorie der Systeme mit einer einzigen, im allgemeinen einwertigen, «binären» Operation, die den Elementen a, b einer Menge das geordnete Paar $(a, b) = a\,b$ zuordnet. Ausser den Gruppen, die hier auf der Seite gelassen werden, gibt es verschiedene solche Systeme, über die in den letzten Jahren eine ausgedehnte Literatur entstanden ist. Der durch wichtige Untersuchungen auf diesem Gebiet bekannte Verfasser gibt hier zum erstenmal einen geschlossenen Überblick über den gegenwärtigen Stand der Theorie der binären Systeme, wobei die Darstellung teilweise sehr ausführlich ist und vollständige Beweise enthält. Das allgemeinste binäre System ist das Gruppoid. Ein Gruppoid mit eindeutiger Rechts- und Linksdivision ist eine Quasigruppe. Eine Quasigruppe mit einem Einheitselement ist ein «Loop». Den Loops, deren Theorie in Begriffsbildungen und Sätzen eine grosse Ähnlichkeit mit der Gruppentheorie aufweist, ist der grösste Teil des Buches gewidmet. Gegenstand je eines grossen Kapitels sind die Homomorphismen sowie die nilpotenten Loops. Besonders interessant ist die Struktur der Moufang-Loops, die durch das Bestehen der Identität $(x\,y)\,(z\,x) = (x\,(y\,z))\,x$ gekennzeichnet sind. Wie BOL als erster gezeigt hat, gibt es kommutative Moufang-Loops, die keine abelschen Gruppen sind. Das letzte Kapitel enthält den ersten allgemeinen Beweis des folgenden von SLABY formulierten und für $n \leqq 5$ bewiesenen Satzes: Jeder kommutative Moufang-Loop, welcher durch n Elemente $(n > 1)$ erzeugt werden kann, ist zentralnilpotent, wobei die Klasse höchstens $n - 1$ ist. Das Literaturverzeichnis enthält über 400 Arbeiten. E. TROST

W. SPECHT: *Gruppentheorie*

457 pages, DM 69.60. Grundlehren der Math. Wissenschaften, Band 82. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1956

Le tome est consacré à la théorie abstraite des groupes. L'auteur, professeur ordinaire de mathématiques à l'Université d'Erlangen, explique dans son avant-propos qu'il a été conduit à faire un choix dans la masse énorme des resultats que comprend aujourd'hui la théorie abstraite des groupes qui a pris naissance il y a une quarantaine d'années. Il cherche à montrer la beauté de cette discipline et la multitude de ses méthodes.

L'ouvrage est divisé en trois parties.

La première partie, intitulée: *Introduction*, expose les notions de base, celles de semi-groupe, de groupe, de sous-groupe d'un groupe donné, d'homomorphie et d'isomorphie, des groupes avec opérateurs.

La seconde partie, intitulée: *Décompositions libres et directes* traite des groupes libres, de la décomposition d'un groupe en produit libre de ses sous-groupes d'une part, et en produit direct de ses sous-groupes d'autre part, pour autant qu'une telle décomposition est possible. On trouve aussi dans cette seconde partie la théorie des groupes abéliens.

La troisième partie, intitulée: *La théorie générale de structure* traite de la théorie des suites normales, de la théorie des p-groupes et de la théorie de l'extension (Erweiterungstheorie).

L'ouvrage est complété par des indications bibliographiques assez detaillées, un index des auteurs cités et celui des termes utilisés.

Très moderne et riche en contenu, l'ouvrage de M. SPECHT demande au lecteur un effort de pensée abstraite assez considérable.

S. PICCARD

R. DEDEKIND: *Was sind und was sollen die Zahlen?*

XII + 47 Seiten, broschiert DM 3.80. Achte unveränderte Auflage. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1960

Unser von Hermann Hesse als feuilletonistisch bezeichnetes Zeitalter ist dazu übergegangen, Bildung und Benzin an denselben Zapfstellen zu verkaufen. Während ein sinnreicher Apparat die für den betreffenden Wagen optimale Oktanzahl mischt, kann sich der Fahrer aus eigens hierfür konstruierten Selbstbedienungsgestellen, je nach Wunsch, mit Werken von FRANZ VON ASSISI, CASANOVA oder SARTRE eindecken. Taschenbücher, Enzyklopädien und Anthologien schiessen wie Pilze aus dem Boden, und schon hat ein prominenter Mathematiker sich bereit gefunden, für einen geschäftstüchtigen Verleger die Werbetrommel zu rühren. Prof. L. BIEBERBACH ist begeistert von Auswahlbüchern, in denen gewandte Lektoren vier Bücher der Weltliteratur zu einem Buch zusammengezogen haben, wobei – nach BIEBERBACH – manches Mal etwas Vollkommeneres als die Urfassung zustande gekommen sei. Angesichts solcher Kiosk-Kultur ist es doppelt erfreulich, dass der Verlag Vieweg und Sohn diese längst klassisch gewordene Schrift DEDEKINDS aus dem Jahre 1887, obwohl mit ihr kaum ein grosses Geschäft zu machen sein wird, neu und unverändert erscheinen liess. Möge sie recht viele empfängliche Leser finden, schon darum, damit der Verleger ermuntert wird, auch die andere, ebenso grundlegende Schrift DEDEKINDS (aus dem Jahre 1872): *Stetigkeit und irrationale Zahlen* neu aufzulegen.

W. HONEGGER

Mitteilung der Redaktion: M. K. KURATOWSKI vient de nous informer qu'il n'est pas auteur de la note «Œuvre de l'école polonaise de mathématiques» [El. Math. *14*, 136 (1959)] qui parvint à la Rédaction sous son nom. Bien que la majorité des renseignements qui s'y trouve soit exact (et reproduite de son article «Dix ans de l'Institut Mathématique»), il y en a des inexactitudes pour lesquelles M. KURATOWSKI n'est pas responsable.