

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 14 (1959)  
**Heft:** 6

**Rubrik:** Ungelöste Probleme

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 25.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Die hier verwendete Idee der «Rückkoppelung» des Ausganges eines Rechengliedes auf den Eingang eines «früheren» ist in der Analogierechentechnik sehr fruchtbar. (Die Idee als solche ist in der Technik längst bekannt.)

Es mag etwas überraschen, dass wir mit einem Integrator gearbeitet haben und nicht mit einem Differentiator. Der Grund liegt nur darin, dass mit dem ersten höhere Genauigkeit erreicht wird als mit dem letzteren.

Der Leser mag den Eindruck gewonnen haben, das Programmieren für einen AA erfordere bedeutend weniger spezielle Kenntnisse als das für einen DA; dies ist weitgehend richtig. Immerhin muss noch auf folgendes hingewiesen werden: Bei beiden Typen sind im allgemeinen die verarbeitbaren Zahlen betragsmäßig nach oben beschränkt. Beim DA liegt gewöhnlich diese Schranke so hoch, dass sie praktisch belanglos ist. Beim AA ist das meistens nicht der Fall, und es sind deshalb im Rahmen der Programmierung oft Variablentransformationen nötig, damit der zulässige Bereich einerseits nicht überschritten und anderseits (aus Genauigkeitsgründen und wegen gewisser konstruktiv bedingter Umstände) möglichst ausgeschöpft wird. Es würde jedoch zu weit führen, wenn wir hier auf dieses Problem eingehen wollten.

W. PROKOP, Winterthur

## Ungelöste Probleme

**Nr. 33.** For irrational  $\alpha$  let  $M(\alpha)$  be the upper limit of those numbers  $\mu$  such that the inequality

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{\mu q^2}$$

has infinitely many solutions in rational integers  $p$  and  $q$ . Give a short proof, depending on ideas rather than calculations, of the fact that if  $M(\alpha) < 3$  then  $\alpha$  is a quadratic irrationality.

This is of course a consequence of MARKOV's classical work on the minima of indefinite binary quadratic forms, in which the  $\alpha$  with  $M(\alpha) < 3$  are completely determined. There it was shown, after many other properties of the continued fraction expansion of such an  $\alpha$  had been exhibited, that the expansion is periodic, and hence that  $\alpha$  is quadratic. A direct conceptual proof of this would be most interesting in itself, and would permit great simplification in MARKOV's theory. For literature and a modern proof of the full Markov theorem, see J. W. S. CASSELS, *Diophantine Approximation*, Cambridge Tracts in Mathematics, No. 45 (1957). W. J. LE VEQUE

**Nachtrag zu Nr. 26.** Die dort ausgesprochene Vermutung, wonach sich ein zusammenhängender Streckenkomplex der chromatischen Zahl  $k$  stets auf ein Simplex mit  $k$  Punkten zusammenziehen lässt, impliziert im Falle  $k = 5$ , wie bereits ange deutet worden ist, die Gültigkeit des Vierfarbensatzes. Herr K. WAGNER (Köln)<sup>1)</sup> machte uns in freundlicher Weise darauf aufmerksam, dass auch umgekehrt aus der Richtigkeit der Vierfarbenhypothese auf die Richtigkeit unserer Vermutung geschlossen werden kann, so dass Vierfarbensatz und Zusammenziehbarkeit im Falle

<sup>1)</sup> Brief vom 9. Februar 1959.

$k = 5$  sogar äquivalente Aussagen darstellen. In der Tat sind diese Zusammenhänge in der von uns zitierten Abhandlung von K. WAGNER vollständig abgeklärt worden<sup>2)</sup>. Der hier nachgetragene Tatbestand ist für die Erwägung der Chance, auf diesem Wege das berühmte Färbungsproblem lösen zu können, von ziemlicher Bedeutung, und dürfte erneuten Studien in dieser Richtung, wie sie beispielsweise von G. A. DIRAC durchgeführt wurden, erneute Impulse verleihen.

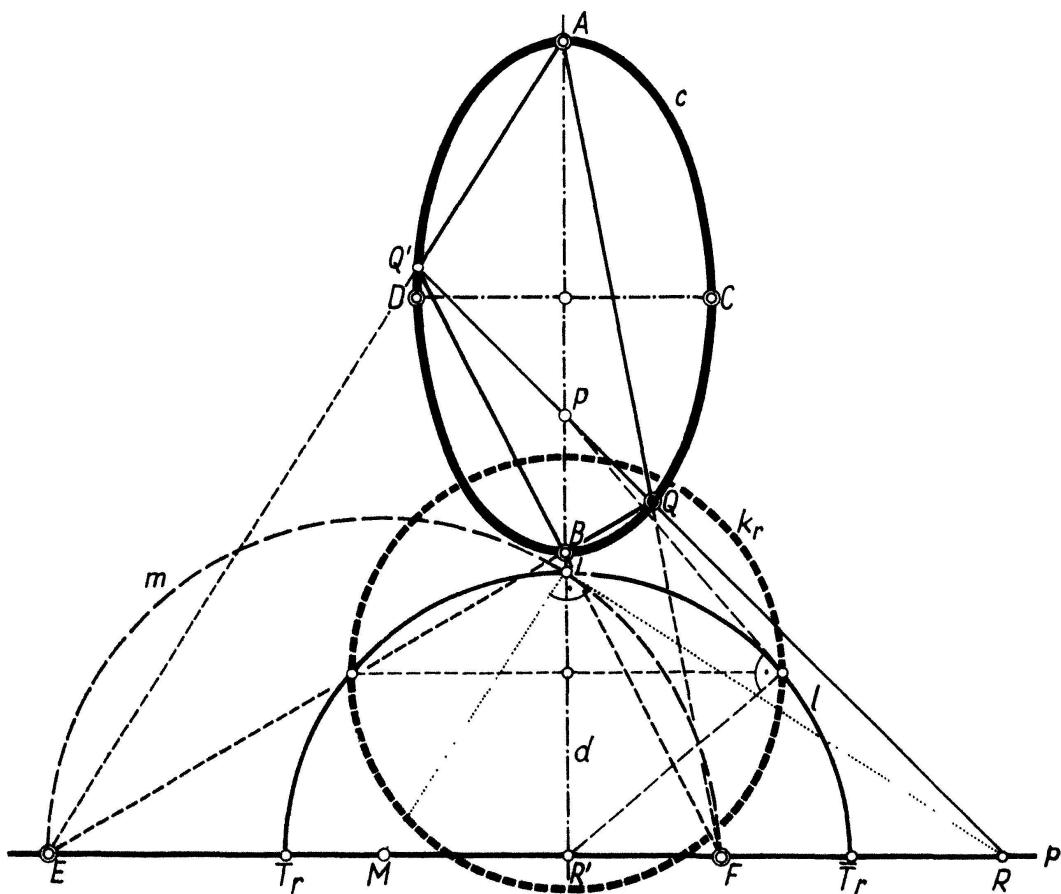
H. HADWIGER

## Aufgaben

**Aufgabe 327.** Man konstruiere jenen Kegelschnitt, der einen nullteiligen Kreis  $k$  in konjugiert imaginären Punkten  $T, \bar{T}$  berührt und durch einen reellen Punkt  $Q$  geht.

E. DOMKOWITSCH, Wien

*Lösung des Aufgabenstellers:* Sei  $k_r$  der reelle Vertreter des nullteiligen Kreises  $k$  (siehe Figur),  $Q$  der gegebene Kegelschnittspunkt,  $p$  der reelle Träger der Punkte  $T, \bar{T}$  und  $P$  der Pol von  $p$  bezüglich  $k_r$  (Antipol bezüglich  $k_r$ ). Die reellen Vertreter  $T_r, \bar{T}_r$  von  $T, \bar{T}$



liegen bekanntlich<sup>1)</sup> auf dem durch die Endpunkte des zu  $p$  parallelen Durchmessers von  $k_r$ , gehenden Kreis  $l$  mit der Mitte  $R'$  auf  $p$ . Die Gerade  $PQ$  trifft  $p$  in  $R$ . Jener Punkt  $Q'$  von  $PQ$ , der von  $Q$  durch  $P$  und  $R$  harmonisch getrennt wird, liegt dann auch auf dem zu suchenden Kegelschnitt  $c$  (Polareigenschaft). Die Hauptscheitel  $A, B$  von  $c$ , welche aus Symmetriegründen auf dem zu  $p$  normalen Durchmesser  $d$  von  $k_r$  liegen, bestimmen mit  $Q, Q'$  ein

<sup>2)</sup> Math. Ann. 114, 570–590, insb. 573 (1937).