

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 14 (1959)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Kleine Mitteilungen

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

nombre naturel  $k$  donné, le plus petit nombre  $g(k)$  tel que pour tout nombre naturel  $n$  suffisamment grand un au moins des nombres  $n+1, n+2, \dots, n+g(k)$  a plus que  $k$  diviseurs premiers. D'après ce que nous avons dit plus haut, on a  $g(1) \leq 3$ . On peut démontrer que

$$g(k) \leq f(k) = p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1},$$

où  $p_i$  est le  $i$ -ième nombre premier.

En effet, s'il était  $g(k) > f(k)$ , il existerait une infinité des nombres naturels  $n$  tel que chacun des nombres  $n+1, n+2, \dots, n+f(k)$  a  $k$  au plus diviseurs premiers. Or, parmi ces nombres il existe au moins un, soit  $r$ , qui est divisible par

$$p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1}.$$

et au moins un, soit  $s$ , qui est divisible par  $p_1 p_2 \cdots p_k$  et ces nombres ne pouvant avoir d'autres diviseurs premiers, on a  $r \neq s$ ,  $r = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_{k-1}^{\alpha_{k-1}} p_{k+1}^{\alpha_{k+1}}$ ,  $s = p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \cdots p_k^{\beta_k}$  et  $|r - s| < f(k)$ .

Or, d'après un théorème connu de PÓLYA les termes d'une suite infinie formée des nombres croissants n'ayant d'autres diviseurs premiers que  $p_1, p_2, \dots, p_{k+1}$  croissent indéfiniment. Il en résulte que pour les  $n$ , donc aussi  $r$  suffisamment grands l'inégalité  $|r - s| < f(k)$  ne peut pas avoir lieu, et l'inégalité  $g(k) \leq f(k)$  se trouve démontrée.

En développant cette idée on peut, par exemple, démontrer que de tous dix nombres naturels consécutifs  $> 92$  au moins un a trois diviseurs premiers distincts.

Je suppose que  $g(k) = p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_{k+1}$ , mais je ne sais pas démontrer cela.

Il est à remarquer qu'il résulte de l'hypothèse  $H$  que j'ai énoncé dans Acta Arithmetica 4, 188 (1958) qu'on a, pour tout nombre naturel  $k$ ,  $g(k) \geq p_1 p_2 \cdots p_{k-1} p_k$ .

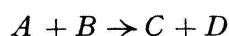
A. SCHINZEL

## Kleine Mitteilungen

### Übergang einer transzendenten in eine rationale Kurve

Die rationalen Funktionen pflegt man als die einfachern vorweg und reinlich getrennt von den transzendenten Funktionen zu behandeln. Die Möglichkeit des Überganges einer transzendenten in eine rationale Kurve wird kaum in Erwähnung gezogen.

Bei einer nichtumkehrbaren bimolekularen chemischen Reaktion



seien zu Beginn der Reaktion von den Substanzen  $A$  und  $B$  je  $a$  und  $b$  Mol vorhanden. Bis zum Zeitpunkt  $t$  seien je  $y$  Mol der Substanzen  $C$  und  $D$  entstanden. Nach dem Massenwirkungsgesetz wird alsdann die Reaktionsgeschwindigkeit  $y'(t)$  durch die Differentialgleichung

$$y'(t) = c(a - y)(b - y)$$

bestimmt, wobei  $c$  die den Verlauf bestimmende Reaktionskonstante bedeutet. Ist nun  $a \neq b$ , so erhält man unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen als Lösung der Differentialgleichung

$$y(t) = \frac{a b (e^{act} - e^{bct})}{a e^{act} - b e^{bct}}.$$

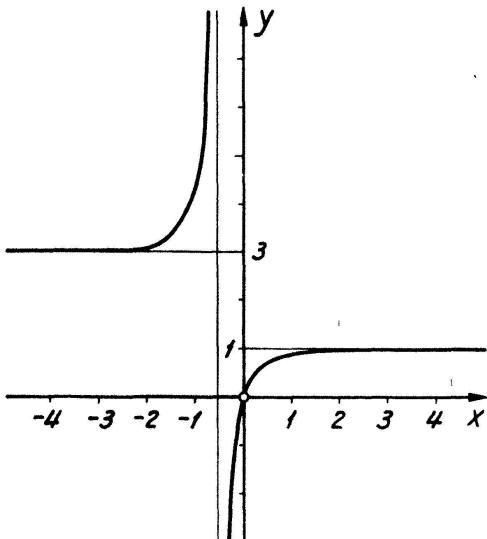
Diese Lösung versagt offensichtlich für  $a = b$ . Für diesen speziellen Fall nimmt die Differentialgleichung die Form an

$$y'(t) = c(a - y)^2,$$

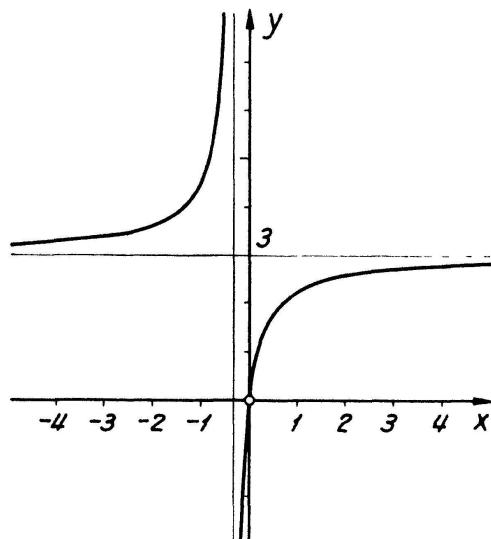
mit

$$y(t) = \frac{c a^2 t}{1 + a c t}$$

als Lösung. Im ersten Fall erhält man eine transzendenten Funktion als Lösung und im zweiten eine gebrochene rationale Funktion. Diese zweite Lösung ergibt sich aber auch



Figur 1



Figur 2

als Grenzwert der ersten Lösung, wenn  $b$  gegen  $a$  strebt. Wenden wir auf die erste Lösung die Bernoullische Regel an, die noch oft seinem Schüler DE L'HOSPITAL zugeschrieben wird, so erhalten wir

$$y(t) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{a(e^{act} - e^{bct}) - c a b t e^{bct}}{-e^{bct} - b c t e^{bct}} = \frac{c a^2 t}{1 + a c t}.$$

Anhand der Figuren 1 und 2 für  $a = 3, b = 1, c = 1$  und  $a = b = 3, c = 1$  lässt sich der Übergang der transzendenten Kurve in die rationale Kurve leicht überblicken.

P. BUCHNER

## Aufgaben

**Aufgabe 318.** Kann man aus allen konvexen Rotationskörpern des  $R_3$  durch Nebenbedingungen solche Klassen auswählen, dass die Kugel im Vergleich mit allen Körpern einer Klasse weder maximales noch minimales Volumen hat? H. BIERI, Bern

*Lösung des Aufgabenstellers:* Solche Klassen kann man tatsächlich angeben. Einen konvexen Rotationskörper des  $R_3$  beschreiben wir durch Hauptmasszahlen  $V$  (Volumen),  $F$  (Oberfläche),  $M$  (Integral der mittleren Krümmung) und die Nebenmasszahlen  $D$  (Durchmesser, allergrößte Breite),  $\Delta$  (Dicke, allerkleinste Breite),  $r$  (Äquatorradius),  $l$  (Länge gemessen auf der Rotationsachse),  $L$  (Länge der erzeugenden Meridiankurve),  $Q$  (Flächeninhalt eines Meridianschnittes).  $\mathfrak{R}_u$  bzw.  $\mathfrak{R}_{u,v}$  bezeichne die Klasse aller konvexen Rotationskörper mit festem vorgegebenem  $u$  bzw. mit festen  $u, v$ . Um Komplikationen zu vermeiden, verabreden wir noch, dass Größen aus den Gruppen  $D, \Delta$  und  $r, l$  nicht gemischt werden sollen. So ergibt sich der