

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 13 (1958)  
**Heft:** 5

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Die vektorielle Behandlung der Kegelschnitte zeigte die Vorteile dieser Methode.

In den physikalischen Fachsitzungen wurde die neuere Physik: Feldelektronenmikroskopie, strahlende Energie, Radioaktivität, Neutronenversuche, auch experimentell, gebracht. Ein ausgezeichnetes Referat über die gegenwärtige Lage des physikalischen Unterrichtes an den höheren Schulen der Bundesrepublik brachte viele offene Fragen und Wünsche.

In den chemischen Fachsitzungen waren neben historischen Vorträgen auch solche über Kunstfasern (mit Versuchen) zu hören. Die biologischen Fachsitzungen befassten sich mit Viren und mit Problemen der Abstammungslehre.

Der letzte Tag war den Besichtigungen der Institute und der Industrien innerhalb der Stadtgrenze Berlins gewidmet. Eine reichhaltige Buch- und Lehrmittelausstellung sowie Lehrmittelvorträge waren für die Besucher ein Augenschmaus. Die Hauptversammlung war ausgezeichnet besucht.

F. STABER, Oberschützen

## Literaturüberschau

PAUL B. FISCHER:

*Arithmetik*

Dritte Auflage. 152 Seiten, 19 Figuren. Sammlung Göschen, Band 47

SIEGFRIED VALENTIN:

*Vektoren und Matrizen*

mit einem Anhang von HERMANN KÖNIG: *Aufgaben zur Vektorrechnung*

Achte, erweiterte Auflage der Vektoranalysis. 198 Seiten, 35 Figuren. Sammlung Göschen, Band 354/354a

KARL PETER GROTEMEYER:

*Analytische Geometrie*

199 Seiten, 73 Figuren. Sammlung Göschen, Band 65/65a.

Verlag Walter de Gruyter & Co. Berlin 1958

Die dritte Auflage der *Arithmetik*, durchgesehen von HANS ROHRBACH, umfasst Kapitel über Zählen und Zahlen, die Bereiche der natürlichen, der ganzen, der rationalen, der reellen und der komplexen Zahlen. Ein Anhang streift kurz die Reihen, Zinseszins- und Rentenrechnung, Kombinatorik und den binomischen Satz.

Es war eine treffliche Idee, die Matrizenrechnung mit der *Vektorrechnung* zu vereinigen und ausserdem dem Bande ausgewählte Aufgaben mit deren Lösungen beizufügen, wenn sich dadurch auch der Umfang fast verdoppelte. Der erste Teil enthält die Rechnungsregeln der Vektoranalysis. Es ist recht bedauerlich, dass sich in dieser Disziplin immer noch keine einheitliche Bezeichnungsweise hat durchsetzen können. Nicht einmal dieser Band und der im selben Moment im selben Verlag erschienene Band der *Analytischen Geometrie* verwenden für das skalare Produkt dieselbe Symbolik. Im zweiten Teil werden Sätze der Potentialtheorie, der Hydrodynamik und der Elektrizitätslehre behandelt. Der dritte Teil bringt die Theorie der linearen Vektorfunktionen, der Matrizen und der Dyaden. Den Abschluss bilden gut ausgewählte Aufgaben zur Vektorrechnung und deren Lösungen. Leider wird den Figuren in dieser sorgfältigen Darstellung zu wenig Beachtung geschenkt; sie sehen eher wie Skizzen in einem Kollegheft aus.

Die Abgrenzung des Stoffes der *Analytischen Geometrie* hat sich im Laufe der Zeit ungewöhnlich verändert. Unter dem Einfluss STEINERS erfolgte ein Zusammenschluss der projektiven und der analytischen Geometrie. In der Folge sind die verschiedensten Gebiete mit der analytischen Geometrie fusioniert worden. Hier bildet die Vektoralgebra die Grundlage, und von dieser aus werden Geraden und Ebenen behandelt. Von den Kegelschnitten, die sonst einen Hauptteil einer analytischen Geometrie bilden, ist hier nicht die Rede. Besondere Abschnitte sind der Kugel, zusammen mit dem Potenzbegriff und dem Matrizenkalkül, verbunden mit einem Abriss über lineare Gleichungen, eingeräumt. An die affinen Abbildungen schliessen sich die Bewegungen und die äquiformen Abbildungen an. Den Flächen zweiter Ordnung ist ein Viertel des Büchleins gewidmet. Alsdann wird der Zusammenhang mit der projektiven Geometrie des Raumes hergestellt.

Eine Besonderheit des Büchleins bildet die Behandlung der Quadriken im Rahmen der projektiven Geometrie. Während von zitierten Autoren nur Name und Lebenszeit angegeben werden, bekommt J. STEINER den Zusatz «Professor in Berlin». Soll damit STEINER für Deutschland annektiert werden?

Alle drei Bände befriedigen die Erwartungen und können empfohlen werden.

P. BUCHNER

*Contributions to the Theory of Games*

Band 3, herausgegeben von M. DRESHER, A. W. TUCKER und P. WOLFE.  
435 Seiten, Princeton University Press 1957

Seit dem Erscheinen des Standardwerkes von NEUMANN und MORGENSTERN, *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton University Press 1944), hat die Literatur über die Spieltheorie einen ungeahnten Aufschwung erfahren. Tatsächlich zeigt es sich, dass diese Theorie zu bedeutungsvollen Erkenntnissen führt, nicht nur in der Erforschung der Gesellschaftsspiele, sondern auch auf andern Gebieten, wie in der Statistik, der mathematischen Wirtschaftslehre, der Erkenntnistheorie usw.

Der vorliegende 3. Band bildet die Nummer 39 der «Annals of Mathematic Studies» und enthält 23 Beiträge, die sich mit dem Ausbau der Theorie in verschiedener Richtung befassen. Dabei bildet das Zwei-Personen-Spiel, seiner hervorragenden Bedeutung entsprechend, den Hauptgegenstand der Betrachtungen. Die Beiträge erscheinen nach Inhalt geordnet in fünf Teilen.

*Ein erster Teil* umfasst fünf Arbeiten und behandelt zerlegbare Spiele mit simultanen Zügen. Jeder Spieler ist über den jeweiligen Stand einer Partie genau orientiert, so dass die Schlusspartie als ein Spiel für sich (Komponente) aufgefasst werden kann. Ein typischer Repräsentant dieser Art Spiele ist das Überlebensspiel. Zwei Gegner verpflichten sich, eine Partie so lange fortzusetzen, bis einer zahlungsunfähig geworden ist, der «Überlebende» ist dann Sieger und erhält einen bestimmten Gewinn. MILNOR und SHAPLEY betrachten insbesondere Spiele, bei denen beide Partner die Möglichkeit haben, eine unbeschränkte Zeit zu «überleben». Es gelingt ihnen, gewisse Bedingungen anzugeben, unter denen solche Spiele optimale Strategien besitzen. – In allen Fällen erweist sich die vorausgesetzte Möglichkeit der Zerlegung eines Spieles in eine Folge von «Unterspielen» für die mathematische Analyse als sehr vorteilhaft.

*Der zweite Teil* behandelt Spiele mit vollständiger Information. Hierher gehört bekanntlich auch das Schachspiel, dessen innere Struktur durch ZERMELO und NEUMANN teilweise aufgedeckt wurde, so dass die Schwierigkeiten «nur» noch in der Auffindung der reinen optimalen Strategien besteht, ein Problem, mit dem sich in allgemeiner Weise und mit einigem Erfolg die Arbeit von RABIN auseinandersetzt. Ein Vorstoss in der gleichen Richtung, aber von einer andern Seite her, bringt die Studie von W. WALDEN, *A Study of Simple Games Through Experiments on Computing Machines*.

*Im dritten Teil* werden Spiele mit partieller Information untersucht. In den meisten Fällen ist es so, dass die Information erst im Laufe des Spieles, also mit einer Phasenverschiebung, eintritt; so nimmt – um ein bekanntes Beispiel anzuführen – beim Jass-Spiel die Kenntnis über die Kartenverteilung mit jedem Vorweis einer Karte zu und liegt erst nach der Abgabe der letzten vollständig vor. Für die Erforschung solcher Spiele fällt erschwerend in Betracht, dass sie im allgemeinen nicht mehr in Unterspiele zerlegbar sind, doch lassen sich, wie SCARF und SHAPLEY zeigen, unter Umständen gewisse Erweiterungen des Begriffs Unterspiele einführen und damit Fortschritte erzielen. – Die zwei Arbeiten von DUBOIS und KARLIN befassen sich mit Verfolgungsspielen. Solche Spiele gewinnen in der Kriegstechnik Bedeutung, je besser es gelingt, Modelle aufzustellen, die den Begebenheiten der Wirklichkeit entsprechen. – KEMENY und THOMSEN gehen in ihrer Arbeit *The Effect of Psychological Attitudes of the Ontames of Games* von der Tatsache aus, dass der Geldwert eines Gutes nicht identisch ist mit seinem Nutzen, und zeigen, wie die Wahl der Nutzungsfunktion sich auf die Strategien der Spieler auswirkt.

*Im vierten Teil* werden Spiele mit unabzählbar vielen Strategien behandelt. Das klassische Beispiel eines solchen Spieles bildet das Einheitsquadrat, wobei die möglichen

Strategien der Spieler in der Wahl je eines Punktes auf den Einheitsstrecken bestehen. Für solche Spiele ist der Hauptsatz der Spieltheorie nicht immer erfüllt, so dass die Frage, unter welchen Bedingungen optimale Strategien existieren, besondere Bedeutung gewinnt. Sie wird in den fünf Arbeiten dieses Teiles unter Vorgabe bestimmter Voraussetzungen und anhand von instruktiven Beispielen, von denen insbesondere dasjenige von RESTREPO, *Silent Duel*, Beachtung verdient, behandelt.

*Fünfter Teil.* Die primäre Darstellung eines Spieles folgt aus der graphischen Aufzeichnung der möglichen Verläufe einer Partie. Sie wird als extensive Form im Gegensatz zur Normalform gekennzeichnet und erscheint als ein sich verzweigendes Büschel gebrochener Linien. Jeder Verzweigungspunkt markiert die Situation unmittelbar vor einem Zug. Werden diese Verzweigungspunkte zusammengerückt, so dass sie ununterbrochen aufeinanderfolgen, so erhält man anstelle der gebrochenen Linien Kurven und damit die Darstellung des sogenannten Differential-Spieles. Leider konnte bis heute keine befriedigende mathematische Formulierung für diesen Fall gefunden werden. Die drei Arbeiten von SCARF, FLEMING und BERKOWITZ enthalten indessen beachtenswerte Vorstöße in dieser Richtung. P. NOLFI

SOPHIE PICCARD: *Sur les bases des groupes d'ordre fini*

242 Seiten. Mémoires de l'université de Neuchâtel, Band 25, Neuchâtel, Secrétariat de l'université, 1957

In der Einleitung werden die Grundbegriffe Gruppe, Untergruppe, Normalteiler, Zentrum, Isomorphismus und Automorphismus definiert und kurz erläutert.

Ein System  $E$  von Elementen  $a_1, \dots, a_k$  einer Gruppe  $G$  heisst *Erzeugendensystem* von  $G$ , wenn alle Elemente aus  $G$  aus endlich vielen der  $a_i$  zusammengesetzt werden können und wenn keine echte Untermenge von  $E$  schon hierzu ausreicht. Ein Erzeugendensystem  $B$  heisst *Basis*, wenn die Zahl der Elemente  $k$  minimal ist.  $k$  ist eine Invariante der gegebenen Gruppe  $G$ . Weiter heisst ein System  $B_1, \dots, B_h$  ein *vollständiges Basensystem*, wenn alle anderen Basen von  $G$  durch Transformation  $B = b B_i b^{-1}$ ,  $b \in G$ ,  $i = 1, \dots, h$  gewonnen werden können und wenn kein System kleinerer Ordnung schon diese Eigenschaft hat.

Das allgemeine Thema des Buches ist die Aufgabe, alle Basen einer gegebenen Gruppe  $G$  anzugeben. Diese Aufgabe ist gelöst, wenn ein vollständiges Basensystem hingeschrieben ist. Es entsteht zunächst die Frage, wieviel Basen aus einer bereits bekannten gewonnen werden können. Hierzu wird als *erste zur Basis  $B$  assoziierte Gruppe*  $g_1$  die Untergruppe von  $G$  bezeichnet, deren Elemente  $B$  bis auf die Reihenfolge in sich transformieren. Die Transformation mit Elementen aus  $g_1$  induzieren eine Gruppe von Permutationen der Elemente  $a_i$  von  $B$ . Diese Gruppe  $g_2$  heisst die *zweite zur Basis  $B$  assoziierte Gruppe*.  $g_2$  ist homomorphes Bild von  $g_1$ . Bezeichnen  $m_1$  und  $m_2$  die Ordnungen von  $g_1$  und  $g_2$  und  $c$  die Ordnung des Zentrums von  $G$ , dann besteht die Beziehung  $m_1 = c m_2$ . Ist ferner  $n$  die Ordnung von  $G$ , dann entstehen aus  $B$  durch Transformation insgesamt  $m/m_1$  verschiedene Basen.

Hauptgegenstand der weiteren Untersuchung sind nun in erster Linie die symmetrischen Gruppen. Bis zum Grade 9 werden alle Basen aufgezählt, in denen ein Element ein Zyklus grösstmöglicher Länge ist. Bis zum Grade 10 werden eine grosse Anzahl von transitiven primitiven Untergruppen der symmetrischen Gruppe untersucht und ihre Basen vollständig aufgezählt. Gruppentheoretisch interessant ist es, dass bis zum Grade 31 zu jeder symmetrischen Gruppe eine Basis und die zugehörigen definierenden Relationen bestimmt sind. Schliesslich werden noch spezielle Gruppen von MATHIEU und BURNSIDE behandelt sowie eine Verallgemeinerung der Kleinschen Vierergruppe.

Dem Gruppentheoretiker ist eine reiche Fülle an Beispielen für die Erzeugung endlicher Gruppen gegeben. Da alle Begriffe ohne Voraussetzung gruppentheoretischer Kenntnisse eingeführt werden, ist der Band aber auch dem zugänglich, der eine erste Unterrichtung in der Gruppentheorie wünscht. Diese ist allerdings auf einen sehr speziellen Teil, die Theorie der symmetrischen Gruppen, beschränkt. Die Vollständigkeit dürfte einmalig sein, zahlreiche Einzelveröffentlichungen der Verfasserin aus diesem Gebiet waren die Vorbereitung dazu. FRANZ WEVER, Erlangen

*Grundfragen und Fortschritte der Physik*

181 Seiten. Georg Lüttke Verlag, Berlin 1958

Das vorliegende Buch, Band 3/4 einer Reihe von «Schriften zur wissenschaftlichen Weltorientierung», bringt fünfzehn Aufsätze von sechzehn Autoren über Grundfragen und Fortschritte der Physik. Die Beiträge sind zum grössten Teil aus Referaten hervorgegangen, die in der RIAS-Funk-Universität gehalten wurden. Der Band vermittelt dank der Zahl der Autoren eine Übersicht von seltener Mannigfaltigkeit. Besonders hervorgehoben seien die sorgfältig abgewogene Darstellung des gegenwärtigen Standes der empirischen Begründung der allgemeinen Relativitätstheorie von E. FINLEY-FREUNDLICH, die knappe historische Übersicht der Entwicklung der Kernforschung durch O. HAHN, der Bericht von O. R. FRISCH über neuere Ergebnisse der Kernforschung und die interessanten Angaben über die Entwicklung und Anwendungsmöglichkeiten von radioaktiven Indikatoren von G. VON HEVESY. Die Ausführungen von O. W. HASELOFF und H. STACHOWIAK über das Thema «*Physik im sozialkulturellen Spannungsfeld*» weisen auf manche soziale Probleme hin, welche durch die neueste Entwicklung auftreten. Weil es für den Mathematiker von besonderem Interesse ist, sei ein Satz aus dem Beitrag von W. SCHMEIDLER über das mathematische Denken in der Physik zitiert: «Wer nicht von dieser Grundannahme ausgeht, dass die Natur in sich vernunftmässig vorgeht, der kann niemals Naturwissenschaftler sein, denn die Wissenschaft will und kann ihrem Wesen nach nichts anderes erstreben, als die Vernunft im Naturgeschehen aufzudecken und zu verstehen.»

L. LOCHER-ERNST

U. GRENANDER et G. SZEGÖ:

*Toeplitz Forms and Their Applications*

X et 245 pages. University of California Press, Berkeley et Los Angeles 1958

La théorie des processus stochastiques a donné une importance accrue aux formes de TOEPLITZ, qui s'étaient introduites en analyse dans l'étude des fonctions analytiques de variables complexes. Le présent ouvrage, après un exposé complet de cette théorie, en donne des applications, notamment dans le domaine du calcul des probabilités et de la statistique.

CH. BLANC

H. WEYL:

*Symmetrie*

157 pages avec 72 figures. Birkhäuser Verlag, Bâle et Stuttgart 1955

En 1951, l'auteur de cet ouvrage publiait en anglais, sous le titre *Symmetry* le texte un peu remanié de quatre conférences faites pour un public non spécialisé; le succès de ce livre fut très grand: il apportait au non-mathématicien la révélation de cette merveilleuse théorie des groupes, avec laquelle toutes les activités humaines ont quelque contact; aux spécialistes, il montrait les prolongements indéfinis de ce que l'on présente souvent comme une froide abstraction.

Cette excellente traduction, avec ses illustrations si suggestives, vaudra à l'ouvrage une diffusion encore accrue; puisse-t-elle inspirer ceux qui, à tous les degrés, ont pour mission d'enseigner les mathématiques.

CH. BLANC

J. R. STOCK:

*Die mathematischen Grundlagen für die Organisation der elektronischen Rechenmaschine der Eidgenössischen Technischen Hochschule*

Nr. 6 der Mitteilungen aus dem Institut für angewandte Mathematik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich. 73 pages. Birkhäuser Verlag, Bâle et Stuttgart 1956

Description détaillée des principes qui ont servi de base à la conception de la machine ERMETH; l'ouvrage contient également des indications sur les dimensions et performances de la machine, ainsi que quelques exemples de programmes.

CH. BLANC