Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 13 (1958)

Heft: 4

Rubrik: Literaturüberschau

Man stellt zum Beispiel

$$\lambda = 1 - \frac{1}{\pi}(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha)$$

graphisch dar und findet aus der regulären Teilung auf der λ-Achse die gewünschte Teilung auf der α-Achse.

5. Eine Hochspannungsleitung in horizontalem Gelände hat eine Spannweite von 200,0 m und einen Durchhang von 10,0 m. Wie lang sind die Drähte von einem Mast zum andern?

▶ Sowohl durch näherungsweise Lösung der exakten Gleichung als auch bei Ersatz der Kettenlinie durch einen Kreisbogen findet man mit sachgemässer Genauigkeit $s = 201{,}3$ m.

Literaturüberschau

KARL STRUBECKER: *Einführung in die höhere Mathematik*
Band I: *Grundlagen*

XV und 821 Seiten mit 338 Figuren. Verlag R. Oldenbourg, München 1956

Man kann drei Sorten von Büchern unterscheiden: erstens solche Bücher, die man nach dem aufmerksamen Durchblättern ungelesen auf die Seite legt, zweitens solche, bei denen die erste Durchsicht zum Entschluss führt, dies und jenes gelegentlich genauer zu lesen, bei der dritten Sorte erweckt schon die flüchtige Einsichtnahme den Wunsch, das Buch unbedingt selbst zu besitzen. Das vorliegende Werk von STRUBECKER gehört ohne Zweifel zur letztgenannten Sorte. Es bietet die Grundlagen für den auf drei Bände geplanten *Grundriss der höheren Mathematik.*

Die Überschriften der vier Kapitel des ersten Bandes, nämlich I. *Zahlen und Zahlenrechnen* (134 Seiten), II. *Elementare algebraische Funktionen* (327 Seiten), III. *Grenzwerte. Unendliche Reihen* (112 Seiten), IV. *Elementare transzendente Funktionen. Stetige Funktionen. Umkehrfunktionen* (238 Seiten), lassen freilich nicht ahnen, welche Fülle von Materialien das Buch enthält. Um diese Fülle wenigstens anzudeuten, seien als Beispiele nur einige Themata aufgezählt, die man neben den üblichen Grundlagen hier behandelt findet: Abgekürztes Zahlenrechnen – Das Verfahren der Wurzelziehung von COLLATZ – Rechenmaschinen – Ausgleichsrechnung – Kettenbrüche – Zerlegung grosser Zahlen der Form $4n+1$ in Primfaktoren – Geometrie der isotropen Ebene – Das Graeffesche Verfahren – Die Interpolationsformeln von NEWTON, STIRLING, GAUSS und BESSEL – Kurbelgetriebe – Die wichtigsten Konvergenzkriterien – Lissajoussche Kurven – Die Gruppe der Lorentz-Transformationen – Logarithmische Funktionspapiere usw.

Die Darstellung ist breit gehalten, so dass man ein eigentliches Lesebuch, im Unterschied zur gedrängten Monographie, in der Hand hat. Der Sprachstil ist angenehm fliessend. Fast allen Lehrsätzen sind Beispiele, auch viele aus technischen Gebieten, numerischer oder konstruktiver Art beigegeben. Die vielen Figuren sind durchwegs vorzüglich.

Man spürt, dass der Verfasser nicht nur eine ausserordentliche Menge von Material zusammengetragen, sondern alles persönlich durchgeackert hat, bis zu den einzelnen numerischen Rechnungen und bis zu den einschlägigen Konstruktionen. Man steht bewundernd vor dieser erstaunlichen, immensen Arbeitsleistung und freut sich auf die weiteren beiden Bände.

Der Verlag hat das Buch vorzüglich ausgestattet. Auch ihm gebührt hohe Anerkennung für den Mut, ein so umfangreiches Werk zu wagen. Der Preis von DM 36.– ist ganz ausserordentlich niedrig. Mit diesen wenigen Worten möchte der Rezensent recht viele Lehrer auf diese hervorragende Publikation von pädagogisch meisterlicher Hand aufmerksam machen.

L. LOCHER-ERNST

W. J. LEVEQUE: *Topics in Number Theory*

Band 1; 208 Seiten; Band 2: 278 Seiten. Addison-Wesley Publishing Co., Reading, Mass., 1956

In den beiden Bändchen von Professor LEVEQUE findet man eine ausserordentlich leicht zu lesende Darstellung einzelner Gegenstände der Zahlentheorie, die sich von den einfachsten Grundtatsachen bis zu Resultaten aus neuester Zeit erstreckt.

Der ursprünglich als Vorbereitung auf den zweiten Band gedachte erste Band kann auch als selbständiges Lehrbuch verwendet werden. Der Leser wird hier mit grossem pädagogischem Geschick in den Geist und die Technik der Zahlentheorie eingeführt. Diesem Zweck dienen auch zahlreiche Aufgaben, unter denen man viele interessante Einzelresultate findet. Kurze Hinweise auf wesentliche Punkte erleichtern die Lösung schwierigerer Aufgaben. Für das Erfassen der zahlentheoretischen Denkweise ist es sehr förderlich, dass unmotivierte Schritte nach Möglichkeit vermieden werden, selbst wenn dabei gelegentlich auf die kürzesten Beweise verzichtet werden muss. So ergeben sich zum Beispiel die Kettenbrüche als Lösung der Frage nach den besten rationalen Approximationen einer reellen Zahl. Auch dieser «elementare» Band enthält viele Dinge, die man in einführenden Büchern gewöhnlich nicht findet, unter anderem eine Umkehrung des kleinen Fermatschen Satzes, einen Beweis, dass die Fermatsche Vermutung nicht mit Kongruenzbetrachtungen zu lösen ist, ferner einen Beweis, dass nur eine Quadratzahl quadratischer Rest aller Primzahlen sein kann mit dem Hinweis auf die Verallgemeinerung dieses Sachverhaltes auf n-te Potenzreste.

Der zweite Band setzt etwas weiter gehende Vorkenntnisse voraus. Im ersten Kapitel wird die Theorie der binären quadratischen Formen vom geometrischen Standpunkt aus mittels der Modulgruppe behandelt. Die im zweiten Kapitel entwickelte Theorie der algebraischen Zahlen wird im dritten Kapitel auf diophantische Gleichungen angewendet, wobei ein Teil des Kummerschen Satzes über die Fermatsche Vermutung bewiesen wird. Den Höhepunkt des Werkes bildet zweifellos das vierte Kapitel, in welchem der Verfasser einen von SIEGEL vermuteten und 1955 von K. F. ROTH bewiesenen abschliessenden Satz über die Güte der Approximation algebraischer Zahlen durch rationale verallgemeinert auf die Approximation durch Zahlen eines festen algebraischen Zahlkörpers. Das der Irrationalität und Transzendenz gewidmete fünfte Kapitel enthält neuere Untersuchungen von MAHLER über die arithmetischen Eigenschaften der Exponentialfunktion sowie einen neueren Satz von SCHNEIDER, mit dem verschiedene Transzendenzaussagen, deren Beweis früher spezielle Methoden erforderte, einheitlich hergeleitet werden können. Insbesondere ergibt sich für algebraische α, β ($\alpha \neq 0$ und $\neq 1$, β irrational) die Transzendenz von α^β (Satz von HILBERT-GELFOND-SCHNEIDER). In den letzten beiden Kapiteln findet der Leser Beweise für den Primzahlsatz (mit Funktionentheorie) und den Dirichletschen Satz über die Primzahlen in der arithmetischen Progression (mit und ohne Funktionentheorie).

Die am Ende jedes Kapitels beigefügten Literaturhinweise erleichtern den Anschluss an die Originalliteratur, für deren Studium der Leser dieses auch äusserlich sehr ansprechenden Werkes aufs beste vorbereitet ist. E. TROST

B. W. GNEDENKO: *Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung*

387 Seiten. Mathematische Lehrbücher und Monographien der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1. Abteilung, Bd. 9. Akademie-Verlag, Berlin 1957

GNEDENKO, der schon zahlreiche Abhandlungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung in russischer Sprache veröffentlicht hat, ist bereits bekannt durch die gemeinsam mit seinem Lehrer CHINTSCHIN verfasste und 1955 in deutscher Sprache erschienene *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Der Rahmen des vorliegenden, ebenfalls aus dem Russischen übersetzten Lehrbuches ist weiter gespannt und setzt im Gegensatz zu genannter Einführung einige Kenntnisse in höherer Analysis voraus. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung wird ausschliesslich als mathematische Disziplin betrachtet, die aber ermöglichen soll, praktische Aufgaben aus Naturwissenschaft und

Technik zu lösen. Das Buch ist didaktisch gut gegliedert, klar und leichtfasslich geschrieben, und mit den vielen Beispielen im Text sowie den beigefügten Übungsaufgaben bietet es eine ausgezeichnete Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und in die Elemente der mathematischen Statistik. Nach Durcharbeitung des Buches ist der Studierende durchaus in der Lage, sich in der Spezialliteratur zurechtzufinden. Dass der Verfasser die Fortschritte auf dem Gebiete der Wahrscheinlichkeitsrechnung fast ausschliesslich der russischen Schule, deren Verdienste wir keineswegs verkennen, zuschreibt, ist um so weniger tragisch zu nehmen, als seine bezüglichen Behauptungen im Vorwort weitgehend durch die Hinweise auf Literatur zur Weiterbildung widerlegt werden. Bedauerlich ist jedoch unseres Erachtens, dass der wissenschaftliche Gehalt stellenweise durch politisch gefärbte Polemik getrübt wird. Es wirkt beinahe grotesk, wenn als Hauptargument gegen die Definition der Wahrscheinlichkeit von v. MISES angeführt wird, dass sie im Widerspruch stehe zur marxistisch-leninistischen Philosophie. Armer Genosse, der es da wagen konnte, in seinem Lehrbuch unlängst die v. Misessche Wahrscheinlichkeitsdefinition an die Spitze zu stellen (siehe Literaturüberschau in El. Math. *10*, 6, 1955: W. G. ACKERMANN, *Wahrscheinlichkeitsrechnung*).

H. JECKLIN

H. S. M. COXETER and W. O. J. MOSER:
Generators and Relations for Discrete Groups

54 Figuren, 155 Seiten. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Neue Folge, Heft 14. Springer-Verlag, Berlin 1957

Die Verfasser der vorliegenden Monographie haben sich zum Ziele gesetzt, für jede aus endlich vielen Erzeugenden entstehende Gruppe mindestens eine abstrakte Definition zu geben. Wie fruchtbar dieser Gesichtspunkt ist und welche schönen Aspekte er der Gruppentheorie gewährt, möge in einer kurzen Übersicht des Inhaltes angedeutet werden. Im ersten Kapitel werden die Grundbegriffe Erzeugende und Relationen einer diskreten Gruppe auseinandergesetzt, ihnen folgen Erläuterungen über Faktorgruppe, direkte Produkte, Automorphismen und die Besprechung einiger Beispiele: zyklische und dizyklische Gruppen, Diedergruppen, Vierergruppe, Quaternionengruppe usw. Eine Tabelle aller 42 nicht abelschen Gruppen der Ordnung kleiner als 32 beschliesst den Abschnitt. Im Kapitel zwei wird mit einer Methode von TODD und COXETER gezeigt, wie man zu jeder endlichen Gruppe eine abstrakte Definition finden kann, und an Beispielen erläutert. Kapitel drei handelt von den topologischen Methoden zur Darstellung der Gruppen: Gebietseinteilungen, Graphen und Diagramme von CAYLEY (Gruppenbilder). Dass der Referent dem vierten Kapitel über abstrakte Kristallographie sein besonderes Interesse zuwendet, braucht nicht besonders betont zu werden. Hier wird unter anderem für jede der 17 ebenen Bewegungsgruppen eine abstrakte Definition aufgestellt. Hierdurch werden diese Gruppen neu beleuchtet, ausserdem wird in Tabelle 4 erstmals eine Übersicht über deren sämtliche Untergruppen veröffentlicht. Kapitel fünf behandelt die Symmetriegruppen der hyperbolischen Ebene. Es folgt im sechsten Kapitel die Diskussion der Zopfgruppe, der symmetrischen und der alternierenden Gruppe und der Polyedergruppen und deren Verallgemeinerung. Den Abschluss bildet eine Besprechung des berühmten Problemes von BURNSIDE. Der Modulgruppe und der linear gebrochenen Gruppe ist das siebente Kapitel gewidmet, während das achte von den regulären Unterteilungen topologischer Flächen handelt. Das Schlusskapitel endlich bringt eine glänzende Darstellung der Spiegelungsgruppen mit dem allgemeinen Ergebnis, dass jede solche endliche Gruppe durch Spiegelungen an den begrenzenden Hyperebenen eines sphärischen Simplexes erzeugt werden kann.

Hierauf werden die einzelnen unter ihnen besprochen, wobei hier besonders auf SCHLÄFLIS Gruppe der Automorphismen der 27 Geraden der kubischen Fläche und auf die fünf Ausnahmegruppen von E. CARTAN hingewiesen sei.

12 Tabellen ergänzen die wertvolle und sorgfältig geschriebene Monographie, von deren ausserordentlich reichem Inhalt diese Besprechung nur einen kleinen Teil erwähnen konnte.

J. J. BURCKHARDT

MAZURKIEWICZ, STEFAN: *Podstawy rachunku prawdobodobienstwa*

Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1956, 270 pages

Le tome 32 des «Monographies mathématiques polonaises», publiées par l'Académie polonaise des sciences, est consacré aux fondements du calcul des probabilités de STEFAN MAZURKIEWICZ, le regretté professeur de l'université de Varsovie.

L'ensemble des événements fortuits pris en considération constitue un corps de BOOL, moyennant certaines conventions usuelles.

La notion de probabilité n'est pas définie, mais elle est caractérisée par un système de six axiomes. Un important chapitre est consacré aux épreuves répétées dans les conditions de JACQUES BERNOULLI.

Le livre se compose de deux parties, dont la première (170 pages) expose les fondements du calcul des probabilités et la seconde est consacrée aux éléments de la théorie des fonctions d'une variable réelle et contient, entre autres, un chapitre sur l'intégrale de LEBESGUE-STIELTJES.

L'exposé est d'une grande précision et il est empreint de cet esprit de finesse qui est si caractéristique de l'auteur. S. PICCARD

F. REHBOCK: *Darstellende Geometrie*

232 Seiten. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 92. Springer-Verlag, Berlin 1957

In der heutigen Zeit der raschen Entwicklung moderner mathematischer Theorien ist das Interesse an der darstellenden Geometrie zwar zurückgegangen, doch wird die Kenntnis der verschiedenen Abbildungsverfahren und eine gewisse Vertrautheit mit den konstruktiven Methoden für alle Mathematiker, Ingenieure und Architekten von Bedeutung bleiben. Es ist deshalb sehr erfreulich, dass nun in der «gelben Reihe» ein kleines «Handbuch» vorliegt, das ein solches, einer vier- bis fünfstündigen Vorlesung entsprechendes Minimalprogramm in sehr geschickter und angenehmer Form darbietet. Der ganze Stoff ist in kleine Abschnitte aufgeteilt. Zu einem Abschnitt gehört meistens eine halbe Seite Text links und eine halbe Seite Figuren rechts. Die Figuren sind gross und übersichtlich und können bei einiger Übung ohne den Text «gelesen» werden, was ausgezeichnete Repetitionsmöglichkeiten bietet. Das Buch ist in zwei Hauptteile gegliedert, die nach dem Umfang ungefähr im Verhältnis 2:1 stehen und von denen der erste die Parallelprojektion, der zweite die Zentralprojektion behandelt. An der Spitze des ersten Teils steht ein Bildnis von G. MONGE, an der Spitze des zweiten eines von J. H. LAMBERT. Einige Angaben über die Geschichte der Perspektive findet man in den Abschnitten *Aus alten Büchern*. Die zugehörigen Figurenseiten enthalten Reproduktionen des Titelblattes und je einer Textseite des betreffenden Werkes. Aufgaben sind keine vorhanden, doch eignen sich einzelne Abschnitte vorzüglich als Übungsthema auch für den Mittelschulunterricht. E. TROST

HOWARD LEVI: *Elements of Algebra*

VIII und 160 Seiten. Zweite Auflage. Chelsea Publishing Company, New York 1956

Die 1954 erschienene erste Auflage dieses Büchleins ist von uns früher[1]) besprochen worden. Der Verfasser kann im Vorwort vom Erfolg seines Kurses berichten. E. TROST

F. HAUSDORFF: *Set Theory*

352 Seiten mit 12 Figuren. Chelsea Publishing Company, New York 1957

Das Buch *Mengenlehre* von HAUSDORFF gehört zu den klassischen Werken der modernen Mathematik. Es ist berühmt geworden durch die ausserordentlich klare und strenge Darstellungsweise, durch eine von Meisterhand getroffene Auswahl und durch

[1]) El. Math. *10*, 47 (1955).

die Unentbehrlichkeit der Mengenlehre für so viele neuere Forschungsgebiete. Nun liegt das Werk auch in englischer Sprache vor, sorgfältig übersetzt aus der deutschen dritten Auflage (1937) von JOHN R. AUMANN. L. LOCHER-ERNST

Compositio Mathematica

Band 13, Fasciculus 2. Verlag P. Noordhoff, Groningen

Inhalt: A. TARSKY and R. L. VAUGHT, *Arithmetical Extensions of Relational Systems* – A. ZULAUF, *On Sums and Differences of Primes and Squares* – J. DE GROOT and H. DE VRIES, *Convex Sets in Projective Space* – J. WEIER, *On the Topological Degree* – E. LUKACS, *Correction to 'On Certain Periodic Characteristic Functions'* – B. H. NEUMANN, *Corrigendum and Addendum to 'Ascending Derived Series'* – C. CONSTANTINESCU, *Über die defekten Werte der meromorphen Funktionen, deren charakteristische Funktion sehr langsam wächst* – B. ULIN, *On a Conjecture of Nelder in Mathematical Statistics* – M. AHMAD, *On Exceptional Values of Entire and Meromorphic Functions* – M. AHMAD, *On Entire Functions of Infinite Order.*

H. HASSE:

Proben mathematischer Forschung in allgemeinverständlicher Behandlung

VIII und 103 Seiten mit Figuren. Otto Salle Verlag, Frankfurt a. M. 1955

Diese aus einer für das Studium generale bestimmten Vorlesung an der Hamburger Universität entsprungene reizvolle Schrift bietet dem Lehrer in einzelnen Formulierungen, in Zwischenbemerkungen und in manchen Beweisanordnungen viele wertvolle Anregungen. Man spürt die Hand des souveränen Mathematikers. Der erste Abschnitt erläutert einige Sachverhalte der Folge der Primzahlen. Im zweiten Abschnitt werden einige elementare Aufgaben über Extremwerte behandelt. Der dritte Abschnitt erläutert die Begriffe Inkommensurabilität, Irrationalität und Transzendenz. Der letzte Teil, der fast die Hälfte des Heftumfangs einnimmt, ist dem Vierfarbenproblem gewidmet. Die Darstellung wendet sich, mit Ausnahme von einigen Zwischenbemerkungen und von einigen Seiten im letzten Abschnitt, an Nichtmathematiker, ist aber in erster Linie für den Mathematiklehrer eine genussvolle Lektüre. Für die meisten Mathematiker wird die arithmetische Wendung des Vierfarbenproblems neu und von besonderem Interesse sein. Wir wünschen dem schönen Heft weite Verbreitung. L. LOCHER-ERNST

HANS RADEMACHER und OTTO TOEPLITZ:

The Enjoyment of Mathematics

204 Seiten mit 123 Figuren. Princeton University Press, Princeton 1957

Es ist nicht nötig, dem deutschsprachigen Leser dieses schöne Werk vorzustellen, das unter dem Titel *Von Zahlen und Figuren* 1930 in erster Auflage erschien. Obschon es für Amateure geschrieben wurde, kann auch der Fachmann sehr viel daraus lernen. Es bietet musterhaft ausgewogene und ausgereifte Darstellungen einer Anzahl interessanter Probleme, zu deren Behandlung nur minimale Vorkenntnisse verwendet werden. Es zeigt, wie man ohne besonders aufgezogene Formalismen auch tieferliegende Tatsachen durchschauen kann. Jedem angehenden Mathematiker möchte man dieses Buch zum gründlichen Studium empfehlen. Der Übersetzer H. ZUCKERMAN hat zwei neue Abschnitte, ganz im Sinne der Verfasser, beigesteuert; der eine bringt einen Beweis für $G \leqq A$, wobei G das geometrische, A das arithmetische Mittel von n Grössen bezeichnet, der zweite, als letzter des Buches, gibt eine Verschärfung einer Abschätzung der n-ten Primzahl, die in dem vorangehenden ingeniösen Kapitel über eine Eigenschaft der Zahl 30 hergeleitet und verwendet wird, nämlich $p_n < (p_1 p_2 p_3 \cdots p_{n-1})^{1/7}$ für genügend grosses n. Bei dieser Gelegenheit sei auf die wesentlich schärfere, von E. TROST[1]) gegebene Abschätzung hingewiesen: Der Exponent $1/7$ darf durch $2/(n-1)$ ersetzt werden. L. LOCHER-ERNST

[1]) E. TROST, *Primzahlen* (Birkhäuser Verlag, Basel 1953), Seite 61.