

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 12 (1957)  
**Heft:** 2

**Rubrik:** Ungelöste Probleme

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.03.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

- [5] G. LORIA, *Spezielle algebraische und transzendente Kurven II* (Teubner, Leipzig 1911), S. 195 ff.  
 [6] W. WUNDERLICH, *Über die Schleppkurven des Kreises*, Sitz.-Ber. Akad. Wiss. Wien 156, 155–173 (1948).

## Ungelöste Probleme

**Nr. 16.** Es sei  $K$  ein eigentlicher ebener Eibereich. Für einen inneren Punkt  $P \in K$  bilde man das Integral des reziproken Stützabstandes

$$B(P) = \int \frac{ds}{p},$$

wobei  $ds$  das Längendifferential der Randkurve von  $K$  und  $p$  den Abstand der zugehörigen Stützgeraden von  $P$  bedeuten und die Integration über den gesamten Rand von  $K$  erstreckt werden soll. Es existiert dann die untere Grenze

$$B = \inf B(P) \quad [P \in K],$$

wo  $P$  alle inneren Punkte von  $K$  durchläuft.

In der von G. PÓLYA<sup>1)</sup> und seinen Mitarbeitern behandelten Theorie der physikalischen Eibereichsfunktionale spielt die Grösse

$$\Phi = A^2 B I^{-1},$$

wo  $A$  den Flächeninhalt und  $I$  das auf den Schwerpunkt bezogene Trägheitsmoment von  $K$  bezeichnen, eine wichtige Rolle als Vergleichsfunktional.

Nach einer durch zahlreiche Sonderuntersuchungen gestützten Vermutung von Herrn G. PÓLYA<sup>2)</sup> gilt die Ungleichung

$$36 < \Phi \leq 54,$$

wo rechts Gleichheit für das reguläre Dreieck besteht, während die Schranke links durch sehr schmale gleichschenklige Dreiecke angenähert wird. Spezielle Zwischenwerte des interessanten Funktionals sind ferner:

$$\Phi = 4\pi^2 \quad [K = \text{Ellipse}]; \quad \Phi = 48 \quad [K = \text{Parallelogramm}].$$

Von verschiedenen Seiten wurde bisher vergeblich versucht, die obenstehende Ungleichung zu beweisen. H. HADWIGER

## Aufgaben

**Aufgabe 258.** Von einer rationalen, bizirkularen Quartik  $q$  mit dem Doppelpunkt  $D$  kennt man eine der beiden (als reell vorausgesetzten) Doppelpunkt tangenten sowie die beiden restlichen aus  $D$  an  $q$  legbaren Tangenten  $t_1, t_2$  samt ihren Berührungspunkten  $T_1, T_2$ . Man konstruiere die Quartik, wenn  $t_1, t_2$  ebenfalls reell sind.

R. BEREIS und H. BRAUNER, Wien

<sup>1)</sup> Vergleiche G. PÓLYA und G. SZEGÖ, *Isoperimetric Inequalities in Mathematical Physics* (Princeton University Press 1951).

<sup>2)</sup> Brief von G. PÓLYA an den Unterzeichneten vom 3. Juli 1956.