

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 10 (1955)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Ungelöste Probleme

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

$P', P'', P'''$  auf die drei Koordinatenebenen drei Gerade  $p', p'', p'''$  erfüllen, die im Bild parallel zu  $z^s, x^s, y^s$  erscheinen. Der Ort der Punkte  $P$  ist mithin eine Raumgerade  $p$  von ganz bestimmter Richtung. Denkt man sich nun den abzubildenden Gegenstand  $G$  zunächst in der Richtung  $p$  auf die  $(y z)$ -Ebene projiziert, so entsteht hier ein *Schrägriss*  $G_1$ , dessen axonometrisches Bild  $G_1^s$  sich mit dem Bild  $G^s$  des Gegenstandes deckt. Da zwischen  $G_1$  und  $G_1^s$  Affinität besteht, so ist damit bewiesen, dass das *axonometrische Bild  $G^s$  des Gegenstandes zu seinem Schrägriss  $G_1$  affin* ist.

Damit ist ein hinreichender Einblick in das Wesen des axonometrischen Bildes gewonnen, der die Gesetze der Parallelprojektion, soweit sie affiner Natur sind – und nur auf diese kommt es tatsächlich an – anzuwenden gestattet. Von diesem Gesichtspunkt aus erscheint es kaum begreiflich, dass dem (an sich natürlich interessanten) Pohlkeschen Lehrsatz, der ja einen ausgesprochen metrischen Inhalt hat, bislang eine so fundamentale Bedeutung für die Axonometrie beigemessen wurde. Eine bewusste Abkehr von dieser Tradition ist anscheinend erstmalig in dem ausgezeichneten Werk von E. STIEFEL vollzogen worden, das im wesentlichen ebenfalls die hier dargelegte Auffassung vertritt<sup>1)</sup>. Im übrigen steht auch F. HOHENBERG im Grunde genommen auf dem gleichen Standpunkt, wie schon die Einleitung seines Aufsatzes andeutet; einer persönlichen Mitteilung zufolge legt sein im Druck befindliches Buch *Konstruktive Geometrie für Techniker* bei der Behandlung der schiefen Axonometrie zunächst besonderes Gewicht auf die affinen Eigenschaften der Abbildung und bringt den Pohlke-Satz erst als abschliessende Ergänzung. W. WUNDERLICH, Wien.

## Ungelöste Probleme

**Nr. 6.** P. ERDÖS schilderte kürzlich (Besuch in der Schweiz im November 1954) verschiedene Fragen der kombinatorischen Geometrie, beispielsweise die folgende: Es gibt eine kleinste natürliche Zahl  $N_k(n)$  ( $n \geq 2$ ;  $k \geq 1$ ), so dass die Aussage richtig ist: «Der Durchmesser einer aus  $n$  Punkten bestehenden Menge  $A$  des  $k$ -dimensionalen euklidischen Raumes wird höchstens durch  $N_k(n)$  verschiedene Punktepaare von  $A$  realisiert.» Wie gross ist  $N_k(n)$ ?

Unter dem Durchmesser einer beschränkten Punktmenge versteht man bekanntlich die obere Schranke der Distanzen, welche durch Punktepaare der Menge repräsentiert werden. Ist die Punktmenge endlich, so gibt es wenigstens ein Punktepaar, das den Durchmesser der Menge realisiert.

Trivialerweise gilt  $N_1(n) = 1$ ; weiter ist  $N_2(n) = n^2$ . Nach einer von VÁZSONYI stammenden Vermutung ist  $N_3(n) = 2n - 2^3$ .

Vermutlich gilt  $N_k(n) < n(k+1)/2$ ; hieraus würde sich die Richtigkeit einer Vermutung von K. BORSUK (vgl. Problem Nr. 2) für endliche Punktmengen ergeben. Mit einfachem Schubfachschluss würde sich aus der angegebenen Schätzung folgern lassen, dass sich  $A$  in  $k+1$  Teilmengen so zerlegen lässt, dass der Durchmesser von  $A$  in keiner Teilmenge angenommen wird.

H. HADWIGER.

<sup>1)</sup> E. STIEFEL, *Lehrbuch der Darstellenden Geometrie* (Birkhäuser, Basel 1947), insbesondere S. 133.

<sup>2)</sup> Vgl. Jahresbericht D. M. V. 43, 114 (1934).

<sup>3)</sup> P. ERDÖS, *On Sets of Distances of  $n$  Points*, Amer. Math. Monthly 53, 248–250 (1946).

*Nachtrag zu Nr. 2:* Kürzlich ist es H. G. EGGLESTON [*Covering a Three Dimensional Set with Sets of Smaller Diameter*, J. London Math. Soc. 30, 11–24 (1955)] gelungen, die Aussage  $D_3 < 1$  zu beweisen. Damit ist die Richtigkeit der Borsukschen Vermutung auch für den dreidimensionalen Raum bestätigt.

## Aufgaben

**Aufgabe 211.** Ein quadratisches Papier werde so gefaltet, dass eine Ecke auf eine der beiden nicht von dieser Ecke ausgehenden Seiten zu liegen kommt. Durch das Falten entstehen drei «überschiessende» Dreiecke. Die Summe dieser Dreiecke soll zu einem Maximum gemacht werden. Wo liegt die abgebogene Ecke, und wieviel Prozent der Gesamtfläche machen die überschliessenden Flächen aus? E. ROTHMUND, Zürich.

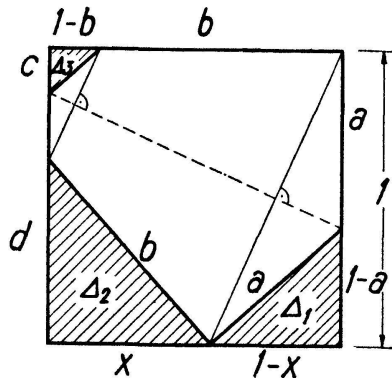
*Lösung:* Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann man die Aufgabe am Einheitsquadrat lösen.

Aus der untenstehenden Figur folgt die Ähnlichkeit der drei Dreiecke; es gilt daher

$$\frac{1-a}{1-x} = \frac{x}{d} = \frac{c}{1-b}. \quad (1)$$

Die Grössen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  bestimmen sich dann nacheinander zu

$$a = 1 - x + \frac{x^2}{2}.$$



Ferner mit Hilfe von (1):

$$d = x \frac{1-x}{1-a} = \frac{2(1-x)}{2-x},$$

und ebenso mittels der Ähnlichkeit

$$b = \frac{a d}{1-x} = \frac{2-2x+x^2}{2-x}$$

sowie mit (1):

$$c = \frac{x}{d} (1-b) = \frac{x^2}{2}.$$

Damit haben wir die einzelnen Dreiecksinhalte

$$\Delta_1 = \frac{1-a}{2} (1-x) = \frac{(2-x)x(1-x)}{4},$$

$$\Delta_2 = \frac{d}{2} x = \frac{(1-x)x}{2-x},$$

$$\Delta_3 = \frac{c}{2} (1-b) = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{x-x^2}{2-x}.$$

Für die Summe der «überschiessenden» Dreiecke gilt dann

$$\Delta(x) = \sum_{i=1}^3 \Delta_i = (1-x)x \frac{x^2-2x+4}{2(2-x)}. \quad (2)$$

Es soll nun (2) für  $x \in [0, 1]$  zu einem relativen Maximum gemacht werden.