**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

**Band:** 10 (1955)

Heft: 1

Rubrik: Ungelöste Probleme

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 30.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

## Ungelöste Probleme

Nr.3. Herr W. Süss (Freiburg i. Br.) lenkt gelegentlich wieder die Aufmerksamkeit auf eine reizvolle Frage der Geometrie der Eilinien, die bereits im Jahre 1918 von W. Blaschke und andern aufgestellt wurde, bis heute aber unbeantwortet blieb. Das Problem lautet: Gibt es eine Eilinie in der Ebene, welche zwei Speichenpunkte aufzuweisen hat? Ein Punkt im Innern einer Eilinie heisst Speichenpunkt, wenn alle durchlaufenden Sehnen gleiche Länge haben.

Bemerkenswerterweise kennt man eine ganze Reihe von Eigenschaften einer solchen Eilinie, die von W. Süss [Tôhoku Math. J. 25, 86–98 (1925)] aufgestellt worden sind. Eine Note von G. A. DIRAC [J. London Math. Soc. 27, 429–437 (1952)] aus neuerer Zeit befasst sich auch mit diesen Eigenschaften. Nur weiss man nicht, ob eine solche Eilinie überhaupt existiert!

H. Hadwiger, Bern.

# Aufgaben

**Aufgabe 195.** Man beweise: Rollt eine Gerade eines starren ebenen Systems  $\Sigma$  auf einer festen Zykloide, so existiert in  $\Sigma$  ein Strahlenbüschel, dessen Geraden im Ablauf der Bewegung ähnliche Zykloiden umhüllen.

R. Bereis, Wien.

Lösung des Aufgabenstellers: Dreht sich eine Ebene  $\Sigma_1$  um einen ihrer Punkte O mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\alpha$ , eine komplanare Ebene  $\Sigma_2$  um einen Punkt A (OA = a) von  $\Sigma_1$  mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\beta$  (gegenüber einem ruhend gedachten System  $\Sigma_0$ ), so beschreibt bekanntlich jeder Punkt von  $\Sigma_2$  im ruhenden System  $\Sigma_0$  eine Trochoide. Die Polkurven dieser Bewegung  $\Sigma_2$  gegen  $\Sigma_0$  sind Kreise mit den Radien

$$r_0 = \frac{\beta - \alpha}{\beta} a$$
 (Fixkreisradius),  
 $r = \frac{\alpha}{\beta} a$  (Rollkreisradius).

Jeder Punkt des Gangkreises k durchläuft eine Zykloide, deren Spitzen auf dem Rastkreis  $k_0$  liegen.

Da ferner Bahntangente t und Bahnnormale n eines beliebigen Punktes B von k stets durch zwei feste Punkte P und Q von  $\Sigma_1$  hindurchgehen P und Q liegen auf dem Verbindungssteg OA; P übernimmt dabei die Rolle des jeweiligen Momentanpoles der Bewegung von  $\Sigma_2$  gegen  $\Sigma_0$ , so führt das durch t und n aufgespannte System  $\Sigma_3$  gegen  $\Sigma_2$  eine Drehung um B und gegen  $\Sigma_1$  eine umgekehrte Ellipsenbewegung aus. Die Bewegung von  $\Sigma_3$  gegen  $\Sigma_0$  kann auch durch Abrollen von n auf der Evolute e der Bahnzykloide e von e hervorgerufen werden. Dieses Abrollen vollzieht sich, wie aus den bestehenden Winkelrelationen zu ersehen ist, mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit

$$\dot{\gamma} = \frac{\alpha + \beta}{2} \,. \tag{2}$$

Da die Gerade t stets die Zykloide z berührt, eine Verschiebung von t in sich während der Bewegung von  $\Sigma_3$  auf ihre Hüllbahn ohne Einfluss ist, ferner t immer den in  $\Sigma_1$  festen Punkt Q trägt und sich gegen  $\Sigma_0$  mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\gamma$  dreht, so ist damit zunächst der bekannte Satz bewiesen: