

Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 10 (1955)
Heft: 1

Rubrik: Berichte

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

kollinearen X, Y, Z , sofern solche existieren. Sind X_1, X_2 bzw. Y_1, Y_2 und Z_1, Z_2 die beiden möglichen Lagen für X bzw. Y und Z , so ergeben die Mitten der Strecken $\overline{X_1X_2}, \overline{Y_1Y_2}, \overline{Z_1Z_2}$ ein Dreieck, für das der Betrag der Fläche ein relatives Maximum annimmt, da diese Fläche eine quadratische Funktion von λ ist. Sind X_1, X_2 usw. imaginär, so kann man aus jener Projektivität gleichwohl den (reellen) Mittelpunkt leicht konstruieren und erhält damit das Dreieck mit dem kleinsten Betrag der Fläche.

C. BINDSCHEDLER, (Küsnacht).

Weitere Lösungen sandten R. LAUFFER (Graz) und A. UNTERBERGER (Bludenz).

Neue Aufgaben

227. Die Asymptoten einer Hyperbel H schneiden aus der Tangente im Kurvenpunkte P eine Strecke ab, deren Länge mit $2s$ bezeichnet sei. Von P aus trägt man auf der Normalen die Strecke $PQ = s$ nach innen ab. Welche Kurve beschreibt Q , wenn P die Hyperbel durchläuft? Beziehungen zwischen H und K ?
L. LOCHER-ERNST, Winterthur.
228. Man konstruiere a) einen Rhombus, b) ein Rechteck, dessen Ecken auf vier gegebenen windschiefen Geraden liegen.
C. BINDSCHEDLER, Küsnacht.
229. Man bestimme den Pferchkreis¹⁾ der Höhenschnittpunkte aller Dreiecke, welche einem festen Kreis (M, r) eingeschrieben sind, und bei welchen
a) eine Ecke auf diesem Kreis ein fester Punkt ist,
b) die Ecken beliebig auf diesem Kreis liegen können.
R. LAUFFER, Graz.
230. Bekanntlich hat die Gleichung $\varphi(n) = a$, wo $\varphi(n)$ die Anzahl der zu n teilerfremden Zahlen $< n$ bedeutet und a eine (notwendig) gerade Zahl ist, nicht immer eine Lösung; z. B. für $a = 34$ gibt es keine Lösung n . Man beweise, dass es unendlich viele gerade Zahlen a gibt, für die die Gleichung keine Lösung besitzt.
M. G. BEUMER, Enschede (Holland).
231. Auf was für einer Linie bewegt sich ein Wanderer in ebenem, waagrechtem Gelände, wenn er mit gleichbleibender Geschwindigkeit ständig seinem Schatten nachgeht?
W. WUNDERLICH, Wien.

Berichte

Verein schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer

Im Zentrum der 58. Jahresversammlung, die am 2. Oktober 1954 in Genf stattfand, standen die Referate von B. L. VAN DER WAERDEN über «Lagerungen von Punkten auf der Kugel» (siehe untenstehendes Résumé) und von R. EXTERMANN über «Electronique et recherche physique». Über die Geschäftssitzung, die im Anschluss an das gemeinsame Nachtessen im Restaurant du Boulevard unter dem Vorsitz von Herrn C. ROTH stattfand, wird voraussichtlich ein kurzer Bericht im *Gymnasium Helveticum* orientieren.

Redaktion

Lagerungen von Punkten auf der Kugel

Der Biologe P. M. L. TAMMES hat die Verteilung der Austrittsstellen der Pollenkörner verschiedener Pflanzenarten untersucht. Bei manchen Arten, z. B. *Fumaria capreolata*, sind die Austrittsstellen über die ganze Kugeloberfläche verteilt, und zwar anscheinend so, dass die gegenseitigen Abstände der Austrittsstellen nicht zu klein werden. TAMMES fand, dass bei derselben Art die Anzahl der Austrittsstellen im allgemeinen mit der Pollengrösse wächst und dass dabei die Anzahlen 4, 6, 8, 12 bevorzugt werden. Er stellte jetzt die mathematische Frage: Wie gross muss eine Kugel sein, damit N Punkte mit Mindestabstand Eins auf der Kugeloberfläche Platz haben?

¹⁾ Unter dem Pferchkreis einer Punktmenge versteht man den kleinsten Kreis, der die Punktmenge im Innern enthält.

Für $N = 2$ oder 3 ist die Antwort leicht. Für $N = 4, 6$ oder 12 wird sie durch einen Satz von L. FEJES-TÓTH gegeben, den man so formulieren kann: Beschreibt man auf der Kugel ein sphärisches gleichseitiges Dreieck so, dass die drei Ecken genau den vorgeschriebenen Mindestabstand haben, so muss der Kugelradius so gross sein, dass der Winkel α dieses Dreiecks die Ungleichung

$$\alpha \leq \frac{N}{N-2} 60^\circ$$

erfüllt. Das Gleichheitszeichen gilt nur in den Fällen $N = 3, 4, 6$ und 12 , wo die N Punkte ein Dreieckspolyeder bilden können. Die minimale Anordnung ist dann ein gleichseitiges Dreieck, ein Tetraeder, ein Oktaeder oder ein Ikosaeder.

Beweise dieses Satzes findet man bei L. FEJES-TÓTH, Jber. dtsch. Math.-Ver. 53 (1943), bei W. HABICHT und B. L. VAN DER WAERDEN, *Lagerung von Punkten auf der Kugel*, Math. Ann. 123 (1951), und in einem kürzlich erschienenen, sehr schönen Buch von L. FEJES-TÓTH, *Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum*, Kapitel V (Springer, Berlin 1953).

Für $N = 5$ lautet die Antwort auf unsere Frage so: Wenn 5 Punkte Platz haben, dann haben auf derselben Kugel auch 6 Punkte Platz, und zwar in den Ecken eines Oktaeders. Einen Beweis findet man bei K. SCHÜTTE und B. L. VAN DER WAERDEN, Math. Ann. 123, 97 (1951)¹⁾. Dort findet man auch die Bestimmung der Minimalkugel für $N = 7, 8$ und 9 . Im Vortrag wurde nur der Beweis für $N = 5$ ausgeführt und für $N = 7$ skizziert.

GREGORY hat gemeint, es sei möglich, auf einer Kugel vom Radius Eins 13 Punkte mit Mindestabstand Eins unterzubringen. NEWTON meinte, es sei unmöglich, und er hat recht, wie SCHÜTTE und VAN DER WAERDEN bewiesen haben [Math. Ann. 125 (1953)].

Mit einem Hinweis auf Lagerungen von 10, 11, 13, 14 und 122 Punkten schloss der Vortrag.

B. L. VAN DER WAERDEN.

Literaturüberschau

U. SEILER und W. HARDMEIER:

Lehrbuch der Physik, Dritter Teil, *Elektrizität und Magnetismus*

Dritte Auflage. Polygraphischer Verlag AG. Zürich

Die beiden ersten Teile des an mehreren Mittelschulen eingeführten Lehrbuches der Physik von SEILER und HARDMEIER, *Mechanik und Akustik* sowie *Optik und Wärmelehre*, sind schon vor Jahren neu bearbeitet worden. Seit einiger Zeit liegt auch der dritte Teil, *Elektrizität und Magnetismus*, in der Bearbeitung von W. HARDMEIER vor. Dieser Band ist in allen Gebieten gründlich überholt und dabei auch stark erweitert worden. In seinem Gesamtaufbau hält sich das Buch an die Tradition, die sich besonders im Unterricht an der Mittelschule bewährt hat, und beginnt mit der Elektrostatik. Der fundamentale Begriff der elektrischen Ladung wird also an den Anfang gestellt, und die sichere experimentelle Methode zur Ladungsmessung, nämlich durch den Stossauschlag des ballistischen Galvanometers, wird beschrieben. Auch mit den modernen Vorstellungen über den Atomismus der Elektrizität wird der Leser von Anfang an vertraut gemacht. Erfahrungsgesetz, auf welches sich die weiteren Folgerungen stützen können, bleibt das Coulombsche Gesetz. Der Autor teilt es in der im Giorgi-System verwendeten rationalen Schreibweise sowie in derjenigen des elektrostatischen CGS-Systems mit. Durch den Gebrauch des Giorgi-Systems tritt schon im Coulombschen Gesetz die für das Vakuum gültige Influenzkonstante ϵ_0 auf. Auch die Gleichungen, welche die elektrische Feldstärke, den elektrischen Fluss, das Potential und die Spannung definieren oder enthalten, werden einander in den beiden Schreibweisen gegenübergestellt, was als sehr angenehm zu werten ist.

Dank der sorgfältigen Einführung der elektrostatischen Grundbegriffe kann der Strom als bewegte Ladung leicht verständlich und anhand verschiedener Beispiele dargestellt

¹⁾ Der Beweis ist reproduziert El. Math. 7, 23 (1952) (*Redaktion*).