Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 9 (1954)
Heft: 6

Rubrik: Literaturüberschau

und schliesslich ein Abendfest. (Nebenbei: Die im Lande geltenden sehr niedrigen Preise für gute Zigarren und ausgezeichnete Süssigkeiten stellten eine angenehme Überraschung dar.) Die verschiedenen Exkursionen in die nähere und weitere Umgebung Amsterdams gaben einen Einblick in wirtschaftliche, kulturelle und landwirtschaftliche Verhältnisse Hollands. Auf der Bootfahrt durch die holländische Wasserlandschaft, beim Besuch des Zuiderseedamms, des Wieringermeerpolders und auf anderen Exkursionen durfte man die gewaltigen Anstrengungen kennenlernen, die Holland zur Aufrechterhaltung seines Kanalsystems und zur Gewinnung von Kulturboden leistet.

Die umfassenden wissenschaftlichen Einblicke, die neuen Eindrücke von einem Lande und die reichen menschlichen Begegnungen mit Arbeitskollegen wurden durch die grosse Arbeit der holländischen Freunde im Organisationskomitee ermöglicht. Es sei ihnen allen und ihren Helfern hier der herzliche Dank für ihre Mühe ausgesprochen.

Nachdem schon am vorletzten Kongresstag anlässlich des grossen Bankettes im Hotel Krasnapolski mehrere Redner der Kongressleitung Dank und Anerkennung ausgesprochen hatten, gab H. HOPF (Zürich) in der Schlußsitzung mit seinem in verschiedenen Sprachen ausgesprochenen «Danke» der Überzeugung Ausdruck, dass trotz der Spezialisierung der Wissenschaft grosse allgemeine Kongresse mehr denn je notwendig seien. Die von W. HODGE im Namen der englischen Mathematiker überbrachte Einladung, den internationalen Kongress 1958 in Edinburgh abzuhalten, wurde mit dankendem Beifall angenommen. L. LOCHER-ERNST.

Schweizerische Mathematische Gesellschaft

43. Jahresversammlung, Altdorf, 26. September 1954

A. MARET (Biel): Bemerkungen zum Vierfarbensatz.
S. PICCARD (Neuenburg): Structure de groupes.
H. RUTISHAUSER (Zürich): Der Quotienten-Differenzen-Algorithmus.
CH. BLANC (Lausanne): Estimation de la covariance et du spectre d'une fonction aléatoire.
A. PFLUGER (Zürich): Über die Bestimmung von oberen und unteren Schranken für Kapazität und Torsionsfestigkeit.
H. P. KÜNZI (Zürich): Wertverteilung meromorpher Funktionen mit mehrfach zusammenhängendem Existenzgebiet.
S. PICCARD (Neuenburg): Relations caractéristiques des bases du groupe alterné.
W. SENFT (Zürich): Zur geometrischen Analyse des Metrikbegriffes in der Theorie der linearen Räume.

Literaturüberschau

P. BUCHNER:

Leitfaden der Algebra. Vierter Teil mit einer Einführung in die Differential- und Integralrechnung

Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Mittelschulen, herausgegeben vom Verein Schweizerischer Mathematiklehrer. 253 Seiten mit 167 Figuren. Orell-Füssli-Verlag, 2. Auflage, Zürich 1953

Die erste Auflage dieses ausgezeichneten Buches wurde ausführlich in El. Math. *3*, 70 (1948) besprochen. Gegenüber der ersten Auflage sind nur wenige Änderungen vorgenommen worden: Ergänzend ist einiges über die Berechnung unbestimmter Ausdrücke, die Simpsonsche Methode und die Parameterdarstellung hinzugekommen. Der Abschnitt über Nomographie wurde durch ein graphisches Verfahren zur Auflösung von Gleichungen dritten und vierten Grades ersetzt, und bei der Einführung des bestimmten Integrals wird nun die Existenz des Grenzwertes unter gewissen Einschränkungen gezeigt.

Die Zahl von neueren und neuesten Lehrbüchern, die zur Einführung in die Differential- und Integralrechnung zur Verfügung stehen, ist gross. Wenn man sie objektiv miteinander vergleicht, wobei Klarheit und Strenge der Darstellung, Auswahl des Wesentlichen, Reichhaltigkeit des Gebotenen, weise Beschränkung des Umfangs für den Anfänger und schliesslich der Preis in Erwägung gezogen werden müssen, so kommt man zum Ergebnis, dass die Darstellung BUCHNERS eine Spitzenleistung bedeutet. In der Schweiz ist das bekannt. Wir glauben, dass das Buch auch ausserhalb der Schweiz nützliche Dienste leisten wird. *L. Locher-Ernst.*

ADALBERT DUSCHEK:

Vorlesungen über höhere Mathematik, III. Band

507 Seiten mit 107 Figuren, Springer-Verlag, Wien 1953

Der dritte Band dieser umfangreichen, von *einer* Hand geschriebenen Vorlesung berührt drei grosse Problemkreise: gewöhnliche und partielle Differentialgleichungen, Variationsrechnung und Funktionentheorie, also Grundfragen, die heute zur mathematischen Ausbildung der Physiker und Ingenieure gehören. Den Studierenden wird wieder die scharfe Umschreibung der grundlegenden Begriffe, die übersichtliche Einteilung des Lehrstoffes, die klare Entwicklung der Theoreme und die vollständig durchgerechneten Beispiele das Eindringen und Verarbeiten der Materie erleichtern. Überdies kann er an Aufgaben (mit zum Teil ausführlichen Lösungen) seine Kräfte messen. Den Ingenieur werden die breit dargelegte Theorie der linearen Differentialgleichungen und die (etwas zu knappen) Hinweise auf numerische und graphische Lösungen interessieren; der Physiker wird die sehr eingehend behandelte Theorie der Jacobi-Hamiltonschen partiellen Differentialgleichungen beachten, während den Mathematiker die knappe, aber frische Darstellung der Grundlagen der Funktionentheorie mit einer komplexen Variablen, mit spezieller Betonung der elliptischen Funktionen, erfreuen wird. Diese drei Disziplinen erfahren hier keine freie Darstellung, sondern sie sind eingeschränkt durch das Ziel einer einheitlichen Beschreibung der höheren Mathematik für Studierende an technischen Hochschulen. Hier liegt auch der Grund für die Beschränkung auf das Reelle bei den Differentialgleichungen und auf die Ermittlung der Extremalen bei der Variationsrechnung. Dennoch ist dieser dritte Band, der wiederum in tadelloser Aufmachung herausgekommen ist, ein sehr wertvolles Lehr- und Nachschlagewerk. *A. Häusermann.*

P. F. BYRD and M. D. FRIEDMAN:

Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Physicists

XIII und 355 Seiten, Springer-Verlag, Berlin 1954

Gewöhnlich sind die Bücher der gelben Sammlung Lehrbücher. Der vorliegende 67. Band ist dagegen eine Sammlung von etwa 3000 Formeln, zu denen einige Wertetafeln treten, und soll den Ingenieuren und Physikern ermöglichen, den Wert eines konkret vorgelegten elliptischen Integrals im allgemeinsten Fall in drei Schritten zu bestimmen, von denen sich aber in vielen Fällen einer oder zwei erübrigen.

Erster Schritt: Ist der Integrand von der Form einer rationalen Funktion einer Veränderlichen t und der Quadratwurzel aus einem Polynom dritten oder vierten Grades von t (S. 42–147) – oder handelt es sich um Integranden, bei denen gewisse spezielle Polynome in t in einer Potenz auftreten, deren Potenzexponenten gewisse einfache gebrochen rationale Zahlen (also nicht nur 1/2) sind (S. 148–161) oder um Integranden, die trigonometrische oder hyperbolische Funktionen enthalten (S. 162–190) –, so werden beim ersten Schritt alle diese Integrale übergeführt in Integrale, deren Integranden rationale Funktionen der drei Jacobischen Funktionen Sinus-, Kosinus- und Deltaamplitude sind.

Zweiter Schritt: Ist jetzt der Integrand von der zuletzt erwähnten Form, so wird (S. 191–222) das Integral zurückgeführt auf elementare Funktionen dieser Jacobischen Funktionen und die Legendreschen elliptischen Normalintegrale der ersten, zweiten (die Wertetafeln beider findet man im Anhang) oder dritten Gattung.

Dritter Schritt: Tritt ein Legendresches elliptisches Normalintegral dritter Gattung auf, so wird es (S. 223–239) übergeführt auf eine oder beide der zuletzt im Anhang tabellierten Funktionen, das heisst im wesentlichen der Jacobischen Zetafunktion und der Heumanschen Lambdafunktion (und eventuell Logarithmen von Thetafunktionen).

Die Seiten 240 bis 298 enthalten über 400 Formeln, mit deren Hilfe eine Fülle von weiteren Integraltypen berechnet werden kann, nämlich partielle Ableitungen oder Integrale, sei es bezüglich des Moduls oder Arguments von elliptischen Integralen, Spezialfälle von hyperelliptischen Integralen, die auf elliptische reduziert werden können, Laplacesche Transformierte von Produkten von zwei Besselschen Funktionen und andere mehr.

Als Ergänzung zu der einleitenden Übersicht mit den nötigen Definitionen und vielen fundamentalen Beziehungen (S. 1–41) folgen auf den Seiten 296 bis 321 Reihenentwicklungen von elliptischen Funktionen und Integralen, endlich wird auf den Zusammenhang zwischen der Weierstraßschen und der Jacobischen Bezeichnungsweise für die elliptischen Funktionen und Integrale eingegangen.

Die Verfasser sind beide Mitglieder des National Advisory Committees for Aeronautics der USA. und erkannten bei ihrer Forschungsarbeit auf dem Gebiete der theoretischen Aerodynamik die Notwendigkeit der Existenz eines Werkes, wie es das vorliegende darstellt. Ihnen und ihren Mithelfern wird sich jeder Benutzer dieses Buches zum grössten Dank verpflichtet fühlen sowohl für die enorme Arbeit, welche die Herausgabe eines solchen Buches bedingt, als auch für die übersichtliche und klare Darstellung.

Max Gut.

P. Mathesius: *Tore zur Mathematik*

328 Seiten mit 138 Figuren und einer Farbtafel (zum pythagoreischen Lehrsatz)
Verlag Christiani, Konstanz 1952

Dieses Buch sucht den Leser in die wichtigsten Begriffe der Arithmetik, Geometrie und Analysis einzuführen (Potenz, negative Zahl, Bruch, Gleichung, Ableitung und anderes); für Übungen wird zunächst auf «übliche» Lehrbücher, später auf des Verfassers *Mathematischen Selbstunterricht* verwiesen. Diese Begriffe, behauptet Mathesius, würden im Unterricht und in der Fachliteratur oft nicht erschöpfend und meistens logisch nicht klar behandelt, was die Ursache von Misserfolgen und Ängsten sei. Daher sind die Begriffe hier zum Teil in originellen, zum Teil in traditionellen Entwicklungen, aber immer ausserordentlich weitschweifig dargestellt, und zwar so, wie sie im erwähnten Selbstunterricht (24 Lehrbriefe, 1943–1950) bereits vorkommen. Alle diese Werke wollen die «Tore» öffnen helfen. Sie wenden sich daher hauptsächlich an solche Leser, die vieles oder alles aus dem früheren Unterricht vergessen haben. Ihnen soll die (in allen Büchern von Mathesius dramatisierte) Furcht vor dem Gespenst der unentbehrlichen Mathematik genommen und in Zuneigung und Freude verwandelt werden. Aber die oft abfälligen Urteile über die Begriffsentwicklung in den meisten Lehrbüchern (die zunächst für Übungen gerade noch gut genug sind), ferner die häufig missbilligende Kritik an längst eingelebten (und auch in der wissenschaftlichen Mathematik benützten) Begriffen, schliesslich das durchaus nicht immer notwendige Einführen neuer, rein persönlicher Begriffsbezeichnungen bilden nicht den richtigen, frischen Ton für das Wiederaneignen vergessenen Lehrstoffes und für eine sachgerechte Belehrung Erwachsener oder hilfesuchender Schüler. Zudem ist unbestimmt, wem das Buch dienen soll: sollte es für gewerbliche Berufsschüler bestimmt sein, so geht es stofflich viel zu weit; sollte es für Schüler höherer Lehranstalten gelten, so ist es viel zu gedehnt geschrieben und bleibt auf viel zu einfache Beispiele beschränkt: solche Schüler suchen weniger separatistische Kritik an mathematischen Grundbegriffen, sondern eine Anzahl geeigneter Beispiele verschiedenen Schwierigkeitsgrades, um an ihnen eine genügende mathematische

Praxis zu erlangen. Das vorliegende Buch eignet sich daher mehr für mathematisch interessierte Leser, die in einem abgekürzten Gang (hier in 50 Gesprächen) vom Zählen durch die wichtigsten Stationen mühelos zur «höheren» Mathematik pilgern wollen.

Das Motiv der *Tore zur Mathematik* kann nur von einem früheren Werk her verstanden werden. Im *Gesetz der Zahl und des Raumes*, I (1944) unternimmt MATHESIUS den Versuch, eine nur auf dem (allerdings weit gefassten) Begriff der Zahl die Arithmetik rein logisch und zugleich möglichst anschaulich zu begründen; diesem theoretischen Abschnitt folgen didaktische Beispiele für verschiedene Schulstufen. MATHESIUS verwirft hier jegliche Begriffserweiterung der Zahl und lehnt somit auch das Hankelsche Prinzip der Permanenz der formalen Rechnungsgesetze ab. Er stützt sich in den philosophischen Diskussionen des Zahlbegriffs vollständig auf das dritte und vierte Kapitel des sehr ausgereiften und reichhaltigen Werkes *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* (1910, 2. Aufl.), in dem der Ordinarius für Philosophie an der Universität Marburg, P. NATORP, mit KANTS Erkenntniskritik den logischen Grundfunktionen der Zahl (Wesen der Zahl, die vier Grundoperationen, das Irrationale, Infinitesimalverfahren, das Imaginäre, die Richtung und anderes) in einer für Formalisten nicht immer schmeichelhaften Art nachgeht. MATHESIUS kündigte nun im «Gesetz» einen zweiten, bisher nicht erschienenen Band an, der die logische Grundlegung der Geometrie wieder für Fachleute zum Ziele habe. Das vorliegende Buch ist also neben einer Einführung in den «Selbstunterricht» eine an Schüler gerichtete, vereinfachte Ausgabe früherer Pläne. *A. Häusermann.*

G. GRIMM und M. RUEFF: *Analytische Geometrie*

Unterrichtswerk des Vereins schweizerischer Mathematiklehrer. Leitfaden, zweiter Teil. 134 Seiten, 50 Figuren; Orell-Füssli-Verlag, Zürich 1954

Schon innerhalb eines Jahres ist der mit Spannung erwartete zweite Teil des Werkes erschienen. Wie schon im ersten Bande, so ist auch jetzt die Darstellung ein Muster von Klarheit. Jedem der aufeinander abgestimmten Abschnitte geht ein kurzer Zielumriss voraus, wobei sich die Verfasser nicht scheuen, gelegentlich dem jugendlichen Leser darzulegen, warum eine sonst naheliegende allgemeine Methode im Einzelfall unzweckmässig ist. Die wohldurchdachte Arbeit äussert sich in einer präzisen und anschaulichen, aber niemals weitschweifigen Sprache. Für den Leser wäre allerdings bei Rückverweisen auf Formeln und Sätze die blosse Seitenangabe nützlicher als die durch das (von der Kommission gewünschte) Dezimalklassifikationssystem bedingten Zahlengebilde. Der vorgeschriebene Rahmen wird durchweg beachtet, auch dort, wo eine fortgeschrittene Diskussion mühelos weiterentwickelt werden könnte. In allem ein erfreuliches Werk, welches Zeugnis ablegt vom pädagogischen und wissenschaftlichen Geschick der beiden Autoren sowie von der Ausdauer, den (1944) übernommenen Auftrag der Lehrmittelkommission gewissenhaft auszuführen. Während im ersten Bande[1]) der Lehrstoff vor allem für Gymnasien dargeboten wird, so ist der zweite Band ganz auf das Lehrziel einer Oberrealschule ersten Ranges zugeschnitten. Um nämlich die drei Hauptabschnitte einigermassen abzurunden, ist stofflich viel mehr vorgetragen, als tatsächlich behandelt werden kann; die beiden Verfasser fordern ausdrücklich eine Stoffauswahl durch den Lehrer. Mathematisch interessierte Schüler erhalten durch den Leitfaden einen ausgezeichneten Überblick über das Fach und gleichzeitig eine Vorschau in weite Gebiete erstsemestriger Vorlesungen. Das vorliegende Buch enthält trotz dem Umfange von nur 130 Seiten im Vergleich zu älteren Schulbüchern (zum Beispiel GANTNER-RUDIO, um 1900) solche Neuerungen in Stoffdarstellung, Stoffauswahl und methodisch-kritischer Verarbeitung, dass dieses Werk, zusammen mit dem ersten Teil, als Markstein in die Geschichte der schweizerischen mathematischen Literatur der Mittelschule eingehen wird.

[1]) Angezeigt in El. Math. 7 142 (1952).

Im ersten Hauptabschnitt ist die charakteristische Gleichung neu. Mit ihr können in einfacher Weise aus der allgemeinen Gleichung zweiten Grades die Koeffizienten der beiden reinquadratischen Glieder des Kegelschnittes bestimmt werden, dessen Hauptachsen parallel zu den (gedrehten) Koordinatenachsen sind. Wohl recht selten sind in einem Schulbuch homogene Punktkoordinaten so ausgiebig verwendet worden: hier zur Diskussion der Typen, des Zerfalles, und in der Polarentheorie der Kurven zweiter Ordnung. Viele Formeln werden in der neuen Schreibweise übersichtlicher und uneigentliche Punkte mit ihr analytisch fassbar. Aber einige Untersuchungen, in denen gelegentlich partielle Differentialausdrücke (wenn auch nur abkürzungsweise) auftreten, führen an die obere Stoff- und Fassungsgrenze oder überschreiten beide bereits. – Der zweite Hauptabschnitt ermöglicht dem Schüler manche Anwendungen aus der Algebra. Jedenfalls gibt er mit Hilfe eines ergänzenden algebraischen Satzes und einiger kurventheoretischer Begriffen (mehrfache, isolierte und andere Sonderpunkte, Kurvengebiete, Asymptoten) in einer Anzahl von überaus glücklich ausgewählten Beispielen Einblicke in die Behandlung algebraischer Funktionen. Zudem bietet dieses reizvolle Kapitel dem Schüler eine Sammlung sorgfältig gezeichneter Kurven. – Im letzten, grossen Abschnitt wird zuerst der Vektorbegriff auf drei Dimensionen verallgemeinert, die äusseren und die gemischten Produkte sowie dreireihige Determinanten behandelt. Dadurch werden Aufgaben lösbar, die ohne Vektoren ausserordentlich schwerfällig darstellbar sind. Schliesslich kommen Raumkurven und sehr ausführlich Flächen (hauptsächlich zweiter Ordnung) zur Besprechung. Kreisschnitte des Kegels zweiter Ordnung und des Torus beschliessen das Werk.

Diese Übersicht deutet die Mannigfaltigkeit der Themen des für den Typus C geschriebenen zweiten Teiles an und zeigt aber auch die Erörterung mancher Probleme, deren Behandlung in älteren Lehrbüchern (zum Beispiel Ford, 7. Auflage, 1903) der Hochschule reserviert waren. Die Frage, was stofflich einer Mittelschule, auch vom Typus C, zugemutet werden kann, hängt von der Einstellung zum «gymnasialen» Lehrziel ab. Je nachdem der Akzent mehr auf der Pflege einer vielseitigen Ausbildung aller geistigen Möglichkeiten liegt oder mehr auf einer gründlichen Vorbereitung zum reibungslosen Übertritt an die Hochschule, wird der zwar bereits sorgsam ausgewählte Lehrstoff des vorliegenden Leitfadens mehr oder weniger zu beschneiden sein. Diese Auswahl ist Sache des Lehrers. Wird das Buch von diesen Ermessensfragen unberührt betrachtet, so haben die beiden Autoren dem Schulmathematiker ein gediegenes Werk in die Hand gegeben, in dem mutig und frisch neue Behandlungswege der alten Materie beschritten werden. Der Leitfaden sei daher dem Studium angelegentlichst empfohlen.

A. Häusermann.

Compositio Mathematica

Verlag P. Noordhoff, Groningen

Vol. 11, Fasc. 3 (1953): J. M. Hammersby: Markovian Walks on Crystals. – W. E. Jenner: Block Ideals and Arithmetics of Algebras. – P. G. J. Vredenduin: The Logic of Negationless Mathematics. – T. Satô: Sur l'équation intégrale non linéaire de Volterra.

Vol. 12, Fasc. 1 (1954): J. Dieudonné: Sur le produit de composition. – W. Gautschi: Bounds of Matrices with Regard to an Hermitian Metric. – R. Remak: Über algebraische Zahlkörper mit schwachem Einheitsdefekt.