Zeitschrift: Elemente der Mathematik
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 7 (1952)
Heft: 2

Artikel: L'œuvre de vulgarisation dans les mathématiques pures

Autor: Young, R.C.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-16353

solche, die auf ein und derselben Parallelen zur y-Achse liegen. Die symmetrische Gleichung

$$x X = y + Y$$

für die Inzidenz des Punktes (x, y) mit der Geraden (X, Y) erlaubt eine völlig symmetrische Darstellung dualer Tatsachen. Zum Beispiel entspricht die Bedingung des Parallelismus der Geraden (X_1, Y_1), $(X_2, Y_2) : X_1 = X_2$ dabei dem Vertikalsein der Punkte (x_1, y_1), $(x_2, y_2) : x_1 = x_2$.

b) Liegt P_u nicht auf g_u, so sei g_u wie unter a gewählt, und es sei P_u der Ursprung O des rechtwinkligen Koordinatensystems der x, y. Dem Parellelismus von Geraden steht das «Proportionalsein» von Punkten dual gegenüber, das heißt daß sie mit O kollinear sind. In dieser nichteuklidischen Geometrie geht höchstens eine Parallele zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt, und es gibt darin dual höchstens einen proportionalen Punkt zu einem gegebenen Punkt auf einer gegebenen Geraden.

W. Süss, Freiburg i. Br.

L'œuvre de vulgarisation dans les mathématiques pures

La vulgarisation proprement dite n'est guère aimée du spécialiste : l'à peu près et la diffusion qu'elle exige lui semblent trop favoriser l'habitude d'un point de vue mal ajusté et par là faillir dans son but même.

En dehors des mathématiques pures cependant, la présentation populaire de la science moderne se poursuit impitoyablement. Une échelle conduit, d'analogie en analogie, à partir de faits usuels et de personnages familiers jusqu'aux découvertes et aux spéculations les plus abstruses.

Dans les mathématiques pures, rien de pareil n'a été mis en évidence jusqu'ici : le mathématicien pur, dans ses hautes recherches, peut encore se sentir hors d'atteinte de la vulgarisation au sens strict. A quoi tient cette situation insolite ? Est-elle louable ou non ?

La réponse demande une enquête détaillée : A quoi vise la vulgarisation dans les mathématiques pures ? A quoi sert-elle effectivement ? Quels domaines atteint-elle ? Y en-a-t-il qui doivent lui échapper toujours ? Les buts visés vont-ils persister ? Et les moyens utilisés – sont-ils au niveau de l'époque ? En quoi tout cela diffère-t-il du cas de la vulgarisation scientifique générale ?

Cette enquête préliminaire ne peut se faire dans le cadre d'une causerie. Mais pour l'amorcer, je voudrais soumettre les réflexions suivantes.

Autrefois, en mathématiques comme ailleurs, les exposés populaires s'adressaient à des patrons : ils servaient à justifier une demande d'aide financière ou encore à répondre à l'attaque d'adversaires, comme la fameuse lettre d'ARCHIMÈDE au roi Gelfond, qui fait connaître l'étendue prodigieuse de son système de numération.

D'une façon subjective, ces motifs ont toujours subsisté, même après la disparition des patrons et des adversaires déclarés. La concurrence des sujets réputés « utiles » leur redonnent une valeur objective de nos jours. Ils ne peuvent cependant être soutenus honnêtement s'ils ne concernent pas les principales branches des mathématiques travaillées à l'heure actuelle.

Les sujets traités sont presque tous fort élémentaires et rapprochés des applications pratiques: propriétés des nombres entiers, mensuration, géométrie des figures régulières, opérations algébriques, calcul différentiel et intégral simple. Y figurent de plus des problèmes spéciaux de topologie et la notion des nombres transfinis, dont le rôle est pourtant assez restreint actuellement. Le raisonnement, partie intégrale des mathématiques véritables dans toutes leurs ramifications, n'est représenté à peu près que par des exemples fautifs, conduisant à des paradoxes vrais ou fabriqués. Il s'agit surtout d'histoire des mathématiques, souvent très ancienne. Les sujets quelque peu avancés ne figurent qu'isolément; et leur exposition, malgré toute bonne volonté, ne touche toujours qu'un public déjà informé. Au surplus, le côté récréatif prime presque partout, tandis que les rapports scientifiques comparables évoquent constamment la notion de la recherche du vrai.

Ce n'est, en effet, pas l'analogie du scientiste, c'est l'analogie du poète qui sert le mieux. S'il est permis de parler d'expérience poétique, on peut au même sens parler d'expérience scientifique; et l'on voit que, le côté pratique à part, c'est elle qui constitue le thème véritable d'un exposé populaire, dépouillée cependant du langage technique qui lui est approprié. Pour ceux qui n'y sont pas dès longtemps initiés, ce langage spécialisé elliptique exigerait un effort de compréhension excessif. D'autre part, dans les mathématiques pures comme en poésie, *la forme importe souvent au moins autant que le fond*, et crée par elle-même des conceptions nouvelles. On se trouve donc en présence du même problème qu'en art poétique: se contenter de transmettre les idées voulues, dans tout leur raffinement, à quelques élus, ou n'en donner que l'impression essentielle, accessible à toute personne intelligente. En résolvant à sa façon ce problème, le DANTE ALIGHIERI devint le créateur de la langue italienne: il s'écarta de la tradition formaliste et rigoureuse des poètes de son époque sans pourtant lui faire violence. Les sonnets qu'il adresse à la confrérie, assujettis aux strictes règles de l'art, alternent, dans sa *Vita Nuova*, avec l'interprétation du thème en langage courant et de brèves explications relatives aux poèmes eux-mêmes. Son étonnante maîtrise se montre également dans les deux genres. S'agit-il de l'imiter, on se rappellera que le plus mathématicien des grands poètes pouvait bien avoir obéi là à un instinct scientifique autant que social, puisqu'il était instruit de toutes les connaissances acquises à son époque. Quoi qu'il en soit, dans les mathématiques pures, les deux genres d'instinct, social et scientifique, me semblent devoir conseiller une tentative analogue.

La vulgarisation au sens propre n'est plus, là, seule en jeu. Le même principe surgit chaque fois que la présentation ou l'interprétation du fond essentiel d'un sujet spécialisé cherche à dépasser les bornes d'un étroit cercle d'initiés. Cette « vulgarisation » au sens plus large s'exerce à tous les niveaux; elle constitue l'une des modes récurrentes dans les mathématiques, celle de l'expression approchée et pittoresque, voire même mystique, qui revient en faveur après chaque période d'extrême formalisme et de rigueur précise.

A ce niveau d'interprétation avancé, les exemples à la manière de DANTE ne manquent pas dans l'activité mathématique contemporaine. Ils sont indispensables dans les discussions verbales auxquels prennent part des mathématiciens de spécialités très diverses: la formulation précise, en terminologie technique, s'adresse aux initiés – une explication, une interprétation, une analogie, engage l'attention générale.

Au delà, à juger d'après les très rares conférences mathématiques adressées à un public plus large, le même procédé n'a pas été praticable, bien que les sujets scientifiques moins abstraits se soient montrés fort susceptibles d'un pareil traitement moitié technique, moitié franchement populaire. Les livres de vulgarisation proprement dits donnent souvent en appendice des formulations mathématiques précises, dont l'effet n'est cependant pas tout à fait comparable.

KLEIN était convaincu qu'il faut, dans tout travail formel, mettre expressément en jeu l'imagination créative de cette sorte, *die Anschauung*, suivant l'expression intraduisible des Allemands. En cela, WEIERSTRASS fut son ennemi acharné. L'expert qui se suffit à lui-même ne voit aucun avantage à se départir explicitement de son appareil technique familier, raffiné, économe, exact; tel un calmant nerveux, celui-ci assure le détachement mental, canalise et par là renforce la pensée. Son fonctionnement impeccable écarte le risque de dévoyer, supprime les répétitions et l'effort superflus. D'autre part, on peut observer que tout calmant nerveux engourdit à la longue les facultés qu'il met en court-circuit.

De plus – opinion peut-être discutable – on peut mesurer la valeur et la portée finale d'une trouvaille mathématique par la capacité qu'elle a de s'exprimer à la fois et sous une forme arithmétique sobre, propre à être strictement contrôlée par le raisonnement, et sous une forme pittoresque, largement compréhensible, qui en relève l'essence.

Ce critère devrait naturellement s'appliquer sans distinction à tout domaine mathématique, tandis que l'interprétation, la « vulgarisation », même à un niveau élevé, est loin d'avoir été utilisée de façon égale partout. C'est pourquoi j'ai voulu, pour finir, tenter l'interprétation concrète d'un sujet d'analyse supérieure qui n'a pas atteint, jusqu'ici, un public bien étendu; j'espère que son allure Jules-Vernesque ne choquera pas l'esprit imbu de la gravité de notre mission de penseurs exacts.

Imaginons-nous une invasion venue de la planète Mars, et portée par ces disques volants dont on a tant entendu parler l'an dernier.

Une génération de Martiens a atterré; elle circule sur une vaste plaine rase que nous nous représentons comme sans bornes. Seul l'un d'entre eux, le *Capitaine*, se tient immobile en un endroit fixe.

La seconde génération de Martiens est en train d'arriver; rangés sans lacunes, bien tranquilles, sur l'un des disques flottants au-dessus de la plaine, ce sont les fils de ceux qui ont déjà atterré.

Il y a entre pères et fils une affinité telle que les trois pères de trois fils très voisins demeurent toujours très voisins eux aussi, les deux triangles formés restant sensiblement semblables. Aux environs du *Capitaine*, la foule ne peut donc se mouvoir à peu près qu'en cercle autour de lui, en se déformant peu. Mais de proche en proche, les déformations s'ajoutent, et le mouvement d'un père éloigné est moins restreint. L'un d'eux, en particulier, le *Guide*, est complètement libre et circule à volonté jusqu'aux plus lointaines régions, en entraînant naturellement la foule après lui.

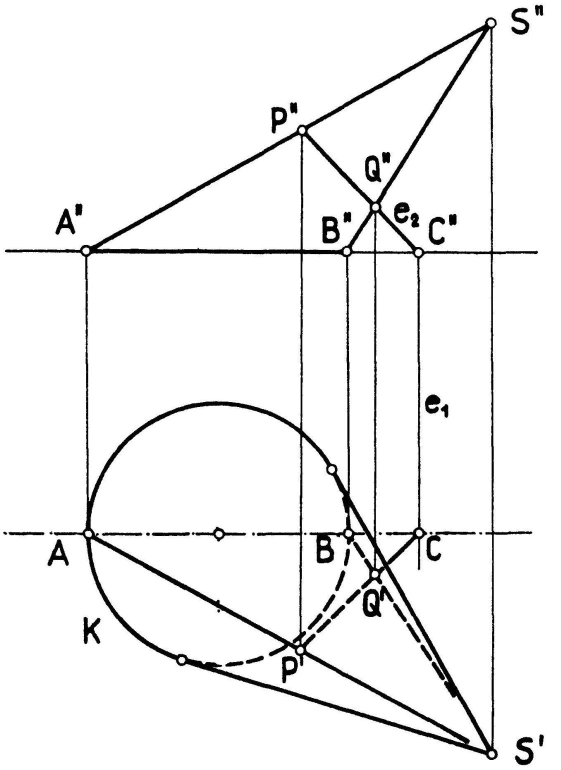
Cette situation qui reflète un théorème élémentaire de la théorie des fonctions de variable complexe, change du tout au tout lorsqu'on ne place qu'une petite entrave au mouvement général: on plante sur la plaine deux arbres. Le *Guide* ne peut plus aller où il lui plaît. Un mur circulaire invisible s'est élevé, que le *Guide* ne peut franchir sans qu'un Martien ne se heurte à l'un des arbres plantés.

C'est là le sens qualitatif de la célèbre découverte de SCHOTTKY en 1904. Le caractère nettement quantitatif de l'énoncé primitif et des précisions modernes se traduirait par des données numériques exactes sur l'emplacement relatif du *Capitaine*, du *Guide*, de leurs fils et des deux arbres plantés. R. C. YOUNG, Londres.

Kleine Mitteilungen

Zur Perspektive des Kreises

Während die Parallelprojektion des Kreises sich ziemlich einfach behandeln läßt (siehe zum Beispiel FLÜKIGER, *Darstellende Geometrie* [Zürich 1943], S. 43), erfordert die allgemeine perspektivische Abbildung des Kreises beträchtlich mehr Aufwand an Mitteln. Sie läßt sich aber für den Fall des elliptischen Bildes leicht auf die Parallelprojektion des Kreises zurückführen, sobald man eine affine Raumtransformation benützt, die die Punkte einer Ebene fest läßt. (Eine solche kann etwa durch die Fixpunktebene ε, die Affinitätsrichtung und das Affinitätsverhältnis oder auch durch ε und ein Paar homologer Punkte P, P^* bestimmt werden.) Ihre Haupteigenschaften



(Geraden werden in Gerade, Ebenen in Ebenen transformiert; Invarianz des Teilverhältnisses) ergeben sich mühelos. Man kann nun den den Kreis projizierenden Kegel so transformieren, daß das durch die Affinität mittransformierte Bild ein Kreis wird, von dem das ursprüngliche eine Parallelprojektion darstellt.

Der Leitkreis K liege in π_1, die Bildebene σ stehe senkrecht auf π_2. Der zu π_2 parallele Durchmesser AB schneide die Spur e_1 von σ in C. Die Schnittlinie der Ebenen SAB und σ schneide die Mantellinien SA, SB in P und Q. Liegt C außerhalb der Strecke AB (was wir voraussetzen dürfen), so liegt nach unserer Voraussetzung C auch außerhalb