Aufgaben

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **6 (1951)**

Heft 5

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Beweis: Der Umlaufsinn $A \to B \to C$ soll der positive Drehsinn sein. Dann gilt in jedem Falle, daß das Verhältnis der Inhalte der Dreiecke BCP und BCA gleich n_1 ist. Liegt P nicht auf derselben Seite der Geraden BC wie A, so ist der Inhalt des Dreiecks BCP negativ zu nehmen, gemäß dem diesfalls negativen Umlaufsinn BCP. Also ist:

$$n_1 + n_2 + n_3 = (BCP + CAP + ABP) : ABC.$$

Die Klammer ist in jedem Falle gleich ABC, woraus der Satz folgt. Wendet man ihn auf besondere Punkte des Dreiecks an (zum Beispiel P als Inkreismittelpunkt), so ergeben sich daraus leicht mehrere Dreieckseigenschaften. (Die Zahlen n_i sind die wohlbekannten und für manche Zwecke nützlichen Dreieckskoordinaten, die man in den meisten Büchern über analytische Geometrie behandelt findet.)

Aufgaben

Aufgabe 96. Man zeige: Unter allen Rotationskörpern von der festen Länge $l > 0$ gibt es immer genau einen Kegel und einen Zylinder, welche in Oberfläche und Volumen übereinstimmen. Wie groß sind Oberfläche und Volumen dieses ausgezeichneten Körperpaares? H. Bieri, Bern.

Lösung: Wir verstehen unter der «Länge» des Rotationskörpers die Länge der Meridiankurve zuzüglich der Radien der Begrenzungskreise.

Ist r der Radius der Kegelbasis, dann ist $O = l\,r\,\pi$ und $3\,V = r^2\,\pi\sqrt{l^2 - 2\,l\,r}$. Die Elimination von r ergibt

$$3\,V\,l^2\,\pi = O^2\sqrt{l^2 - \frac{2\,O}{\pi}}. \tag{1}$$

Ist h die Höhe des Zylinders, dann gilt $2\,O = (l^2 - h^2)\,\pi$ und $4\,V = h\,(l - h)^2\,\pi$. Die Elimination von h ergibt

$$4\,V = \pi\left(l - \sqrt{l^2 - \frac{2\,O}{\pi}}\right)^2\sqrt{l^2 - \frac{2\,O}{\pi}}. \tag{2}$$

Aus (1) und (2) erhält man die Gleichung

$$4\,O^2\sqrt{l^2 - \frac{2\,O}{\pi}} = 3\,l^2\,\pi^2\left(l - \sqrt{l^2 - \frac{2\,O}{\pi}}\right)^2\sqrt{l^2 - \frac{2\,O}{\pi}}$$

mit den Lösungen $O_1 = l^2\,\pi/2$, $O_2 = 0$, $O_3 = l^2\,\pi\,(2\sqrt{3} - 3)/2$. Die entsprechenden Volumina sind $V_1 = 0$, $V_2 = 0$, $V_3 = l^3\,\pi\,(11\sqrt{3} - 19)/4$. R. Lauffer, Graz.

Der Aufgabensteller sowie die übrigen Löser, A. Bager (Hjørring, Dänemark), L. Kieffer (Luxemburg) und T. Reich (Glarus), verstehen unter «Länge» die Höhe des Rotationskörpers. Wie H. Faehndrich (Bern) mitteilt, steht die Aufgabe in dieser Form bei Mettler-Vaterlaus, *Aufgabensammlung zur Stereometrie*, Seite 107, Nr. 70 (Lösung in *Ergebnisse*, Seite 100). Herr Bieri hat die Aufgabe im Zusammenhang mit seinen Untersuchungen über extremale Rotationskörper gestellt.

Aufgabe 97. Von einem Brennpunkt einer Ellipse geht ein Lichtstrahl aus und kehrt nach zweimaliger Reflexion an der Ellipse in diesen Punkt zurück. Man bestimme die Ausgangsrichtung so, daß der Lichtstrahl eine möglichst große Dreiecksfläche umschließt. H. Lehmann, Bern.

Lösung: Es seien F, F' die Brennpunkte, O das Zentrum, $2\,a$ die große Achse und $e = c/a$ die Exzentrizität der Ellipse. Ein Strahl aus F' trifft die Ellipse in P, geht durch

F, trifft wieder die Ellipse in Q und kehrt nach F' zurück. $F'PQ$ ist das betrachtete Dreieck. Wir benutzen die gewöhnliche Affinität zwischen der Ellipse und dem Kreis über der großen Achse. P_1 und Q_1 seien die P und Q entsprechenden Kreispunkte. Es genügt nun, das gleichschenklige Dreieck OP_1Q_1 zu betrachten, denn seine Fläche ist zu derjenigen von OPQ proportional, und diese wiederum ist die Hälfte der Fläche des Dreiecks $F'PQ$. Ist $\varphi = \sphericalangle P_1OQ_1$, so gilt

$$\triangle OP_1Q_1 = \frac{1}{2} a^2 \sin\varphi .$$

Das Maximum tritt für $\varphi = 90°$ ein, das heißt dem Kreis mit Radius a ist ein Quadrat $P_1Q_1R_1S_1$ einzubeschreiben, dessen Seite P_1Q_1 durch F geht. Das ist offenbar dann und nur dann möglich, wenn $e\,a \geqq a\sqrt{2}/2$, $e \geqq \sqrt{2}/2$. Ist $e > \sqrt{2}/2$, so gibt es zwei zur großen Achse symmetrische Lösungen. P_1 kann bestimmt werden, indem man den Faßkreis zum Winkel 45° über der Sehne OF mit dem Kreis über $2a$ zum Schnitt bringt. Man bemerkt, daß OP und OQ konjugierte Halbmesser sind. Für $e = \sqrt{2}/2$ steht PQ senkrecht zur großen Achse. Diese Lösung gilt auch für $e < \sqrt{2}/2$, denn dann ist $\varphi > 90°$, und φ (und damit P_1Q_1) muß möglichst klein gewählt werden. Das ist aber gerade bei der zum Durchmesser senkrechten Kreissehne der Fall (OP und OQ sind nicht mehr konjugiert). A. BAGER, Hjørring (Dänemark).

Weitere Lösungen mittels Differentialrechnung sandten H. DEBRUNNER (Lyß), H. FAEHNDRICH (Bern), F. GOLDNER (London), L. KIEFFER (Luxemburg), R. LAUFFER (Graz), R. NÜSCHELER (Bern), A. SCHWARZ (Seuzach).

Aufgabe 98. Der Kreis K liegt auf einem elliptischen Paraboloid mit vertikaler Achse. Man betrachte diejenigen auf dem Paraboloid liegenden Wurfparabeln, die K berühren, und zeige, daß die Geschwindigkeit v im Berührungspunkt für alle Punkte von K dieselbe ist. R. LAUFFER, Graz.

Lösung des Aufgabenstellers: Eine Parameterdarstellung des Kreises ist gegeben durch

$$x = p + r\cos\alpha\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad z = q + r\sin\alpha\cos\varphi, \tag{1}$$

wo p, q, r und α konstant sind $(0 < \alpha < \pi/2)$. Dieser Kreis liegt auf dem Paraboloid $z = x^2/a^2 + y^2/b^2$, wenn

$$a^2 = 2p\operatorname{ctg}\alpha, \quad b^2 = \frac{2p}{\sin\alpha\cos\alpha}, \quad q = \frac{p^2 + r^2\cos^2\alpha}{2p\operatorname{ctg}\alpha}. \tag{2}$$

Im Berührungspunkt haben Kreis und Wurfparabel dieselbe Tangente, somit gilt für die Geschwindigkeit in diesem Punkt wegen (1) die Komponentenzerlegung

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{v}{r}\cdot\frac{dx}{d\varphi} = -v\cos\alpha\sin\varphi, \\ v_y &= \frac{v}{r}\cdot\frac{dy}{d\varphi} = v\cos\varphi, \\ v_z &= \frac{v}{r}\cdot\frac{dz}{d\varphi} = -v\sin\alpha\sin\varphi. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Die Wurfparabel hat nach (1), (2) und (3) die Parameterdarstellung

$$x = p + \cos\alpha\,(r\cos\varphi - v\,t\sin\varphi), \quad y = r\sin\varphi + v\,t\cos\varphi,$$

$$z = \frac{p^2 + r^2\cos^2\alpha}{2p\operatorname{ctg}\alpha} + \sin\alpha\,(r\cos\varphi - v\,t\sin\varphi) + \frac{1}{2} g\,t^2.$$

Setzt man diese Ausdrücke für die Koordinaten in der Gleichung des Paraboloids ein, so ergibt sich der vom Berührungspunkt unabhängige Wert

$$v = \sqrt{\frac{p g}{\sin\alpha \cos\alpha}}.$$

Aufgabe 99. Im Raum seien eine Ellipse und zwei windschiefe Geraden in folgender Lage gegeben: Die Geraden sind je parallel zu einer Ellipsenachse und schneiden beide das Lot zur Ebene der Ellipse im Mittelpunkt der letzteren. Man betrachtet die Regelfläche, deren Erzeugenden diejenigen Geraden sind, welche gleichzeitig alle drei gegebenen Kurven schneiden (Randstrahlen eines paraxialen Bündels bei einer astigmatischen Linse). Was für Kurven sind die ebenen Schnitte parallel zur Ellipsenebene? Man beweise, daß sich darunter immer zwei Kreise befinden, und berechne deren Lage und Radien. W. PROKOP, Winterthur.

Lösung: Die Ellipse liege in der (x, y)-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems und habe die Gleichung

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2;$$

die Gleichungen der Geraden seien $y = 0$ und $z = c$ bzw. $x = 0$ und $z = d$. Legt man durch einen Punkt $P_1(x_1, y_1)$ der Ellipse die beiden Ebenen, die je eine der Geraden enthalten, so lauten die Koordinaten für einen Punkt $\bar{P}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ der Schnittgeraden in der Höhe $\bar{z}$:

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{\bar{z}}{d}\right) x_1 \quad \text{und} \quad \bar{y} = \left(1 - \frac{\bar{z}}{c}\right) y_1.$$

Bewegt sich P_1 auf der Ellipse, so beschreibt $\bar{P}$ die Kurve

$$\frac{d^2 \bar{x}^2}{a^2 (d - \bar{z})^2} + \frac{c^2 \bar{y}^2}{b^2 (c - \bar{z})^2} = 1,$$

also auch eine *Ellipse*, mit Ausnahme der Höhen $\bar{z} = c$ und $\bar{z} = d$. Es entstehen Kreisschnitte, wenn die Koeffizienten von $\bar{x}^2$ und $\bar{y}^2$ gleich sind, das heißt für die Höhe

$$\bar{z} = \frac{c\, d\, (a \pm b)}{a\, c \pm b\, d}.$$

Die Kreisradien sind

$$r_{1,2} = \frac{a\, b\, |c - d|}{|a\, c \pm b\, d|}.$$

R. NÜSCHELER, Bern.

H. FAEHNDRICH (Bern) weist darauf hin, daß das Problem für zwei beliebige windschiefe Geraden und eine ebene Kurve n-ter Ordnung als Leitkurven schon von J. STEINER (*Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten* [Berlin 1832], S. 305) gestellt wurde.

Weitere Lösungen sandten H. DEBRUNNER (Lyß), F. GOLDNER (London), L. KIEFFER (Luxemburg), R. LAUFFER (Graz).

Aufgabe 101. In einer Rätselzeitung wird behauptet, folgendes Problem habe nur eine Lösung: In einer Gesellschaft von Knaben und Mädchen, die mehr als 10 Kinder umfaßt, werden Lose verteilt, welche genau zwei Gewinne enthalten. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Gewinne auf zwei Mädchen fallen, beträgt 1/10. Wie viele Knaben und Mädchen sind in der Gesellschaft?

Ist die Behauptung richtig, und welcher Art ist das Problem? A. SPEISER, Basel.

Lösung: Es sei X die Anzahl der Mädchen und Y die Anzahl aller Kinder, dann ergibt sich

$$10\, X\, (X - 1) = Y\, (Y - 1).$$

Multipliziert man mit 4 und setzt

$$x = 2X - 1, \quad y = 2Y - 1,$$

so folgt
$$y^2 - 10\,x^2 = -9.$$

Das ist eine diophantische Gleichung, deren Lösungen von selber ungerade sind, so daß jedem Paar x, y ein Paar X, Y entspricht. Mit x, y ist auch
$$x' = 19\,x + 6\,y, \qquad y' = 60\,x + 19\,y$$
eine Lösung. Aus
$$x_1 = 1,\ y_1 = 1; \qquad x_2 = 3,\ y_2 = 9; \qquad x_3 = 13,\ y_3 = 41$$
ergeben sich drei Ketten mit je unendlich vielen Lösungen.

C. BINDSCHEDLER, Küsnacht.

Weitere Lösungen gingen ein von H. FAEHNDRICH (Bern), E. GISI (Basel), F. GOLDNER (London), R. LAUFFER (Graz).

Aufgabe 102. *a*) Démontrer que si x, y, z sont des nombres rationnels (naturels), le nombre $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$ est rationnel dans ce et seulement dans ce cas, où chacun des nombres x, y, z est un carré d'un nombre rationnel (naturel).

b) Démontrer que si les nombres x et y sont naturels et $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$ est un nombre rationnel, alors x et y sont des cubes de nombres naturels. W. SIERPIŃSKI, Varsovie.

Lösung: a) Die Summe zweier positiver irrationaler Quadratwurzeln kann nicht rational sein, denn aus $\sqrt{a} + \sqrt{b} = s$ folgt $2\,s\sqrt{b} = b - a + s^2$, also $\sqrt{b}$ und damit $\sqrt{a}$ rational. Die Zahlen
$$\alpha_1 = \sqrt{y} + \sqrt{z}, \qquad \alpha_2 = \sqrt{y} - \sqrt{z}, \qquad \alpha_3 = -\sqrt{y} + \sqrt{z}, \qquad \alpha_4 = -\alpha_1$$
genügen der Gleichung vierten Grades mit rationalen Koeffizienten
$$\alpha^4 - 2\,\alpha^2 (y + z) + (y - z)^2 = 0. \tag{1}$$
Ist x kein Quadrat und $r = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$ rational, so ist $\alpha_1 = r - \sqrt{x}$ irrational, und die quadratische Gleichung
$$\alpha^2 - 2\,r\,\alpha + r^2 - x = 0 \tag{2}$$
ist irreduzibel im Körper der rationalen Zahlen. Also ist (2) ein Teiler von (1), da der größte gemeinsame Teiler von (1) und (2) den Linearfaktor $\alpha - \alpha_1$ besitzt, also nicht konstant ist und somit mit (2) zusammenfallen muß. Die von α_1 verschiedene Wurzel von (2) kann wegen $r \neq 0$ nur α_2 oder α_3 sein. Aus $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\,r$ oder $\alpha_1 + \alpha_3 = 2\,r$ (VIETA!) folgt $\sqrt{y} = r$ oder $\sqrt{z} = r$, somit sind alle Wurzeln rational.

Es gilt der allgemeine *Satz:* Eine Summe von positiven irrationalen Quadratwurzeln aus rationalen Zahlen ist niemals rational.

Zum Beweis sei n die kleinste Anzahl irrationaler Quadratwurzeln mit rationaler Summe, also $n \geqq 4$. Es sei $\alpha_1 = \sqrt{x_2} + \cdots + \sqrt{x_n}$ die erste der 2^{n-1} Zahlen α_i von der Form $\pm\sqrt{x_2} \pm \sqrt{x_3} \pm \cdots \pm \sqrt{x_n}$. Die α_i genügen einer Gleichung vom Grad 2^{n-1} mit rationalen Koeffizienten. (Anmerkung der Redaktion: Der Beweis ergibt sich durch vollständige Induktion aus der Produktdarstellung
$$\prod_{k=1}^{2^{n-1}} (z - \alpha_i) = \sum_{k=0}^{2^{n-2}} a_k \left(z - \sqrt{x_n}\right)^k \sum_{k=0}^{2^{n-2}} a_k \left(z + \sqrt{x_n}\right)^k, \tag{3}$$
wo die Koeffizienten a_k nach Induktionsvoraussetzung rational sind. Ist nun r rational und x_1 kein Quadrat, so ist $\alpha_1 = r - \sqrt{x_1}$ irrational und das Polynom (2) mit $x = x_1$ irreduzibel, also ein Teiler von (3). Die von α_1 verschiedene Wurzel α_k von (2) kann wegen $r \neq 0$ nicht gleich $-\alpha_1$ sein, also enthält $(\alpha_1 + \alpha_k)/2 = r$ höchstens $n - 2$ positive Quadratwurzeln, entgegen der Annahme. C. BINDSCHEDLER, Küsnacht.

b) Ist $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = s$ eine rationale Zahl, so ergibt sich

$$\sqrt[3]{x^2 y} + \sqrt[3]{x y^2} = s \sqrt[3]{x y} = \frac{s^3 - x - y}{3}.$$

Folglich ist $\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{y} = t$ eine rationale Zahl. Nach dem Satz von VIETA sind $\sqrt[3]{x}$ und $\sqrt[3]{y}$ Nullstellen des Polynoms $f(\xi) = \xi^2 - s\,\xi + t$. Ferner ist $\sqrt[3]{x}$ auch Nullstelle des Polynoms $g(\xi) = \xi^3 - x$. Die beiden Polynome $f(\xi)$ und $g(\xi)$ mit rationalen Koeffizienten haben also einen gemeinsamen Teiler $h(\xi)$ positiven Grades, der nach dem Euklidischen Algorithmus ebenfalls ein Polynom mit rationalen Koeffizienten ist. Ist $h(\xi)$ vom Grad 2, so gilt $h(\xi) \equiv f(\xi)$. Folglich ist auch $\sqrt[3]{y}$ eine Nullstelle von $g(\xi)$, woraus $x = y$ und $\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{y} = s/2$ folgt. Ist andererseits $h(\xi) = u\,\xi + v$, dann wird $\sqrt[3]{x} = -v/u$ mit rationalen u, v. Jedenfalls ist also x die dritte Potenz einer rationalen Zahl, woraus die Behauptung folgt. A. MOOR, Debrecen (Ungarn).

2. Lösung von b): Es ist $\sqrt[3]{x\,y}$ rational (siehe oben!), also entweder $x = a^3$, $y = b^3$ oder $x = c^3 e$, $y = d^3 e^2$, also

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = m = (c + d\sqrt[3]{e})\sqrt[3]{e},$$

somit

$$(c - d\sqrt[3]{e})\, m = (c^2 - d^2 \sqrt[3]{e^2})\sqrt[3]{e} = c^2 \sqrt[3]{e} - d^2 e,$$

woraus $\sqrt[3]{e} = w$ (rational), also $e = w^3$, q. e. d. MARGRIT FREI, Zürich.

Weitere Lösungen gingen ein von F. GOLDNER (London) und R. LAUFFER (Graz).

Neue Aufgaben

135. Gegeben zwei in bezug auf einen gemeinsamen Durchmesser zueinander symmetrisch liegende Parabeln P_1, P_2 (Parameter p, Achsendistanz $2\,k$). Dann hat die Aufgabe: «Ein Quadrat zu zeichnen, dessen Ecken abwechselnd auf P_1 und P_2 liegen» für $k < p$ keine, für $k = p$ unendlich viele und für $k > p$ genau zwei Lösungen. Man berechne im letztern Fall die Quadratseite.

C. BINDSCHEDLER, Küsnacht.

136. Es ist der Kreis zu bestimmen, dessen Polarität die Neilsche Parabel $a\,y^2 = x^3$ in sich transformiert. R. LAUFFER, Graz.

137. Evaluez l'intégrale

$$\int_0^\infty \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg} x^2\right) dx.$$

H. BREMEKAMP, Delft.

138. Für die Bernoullischen Zahlen B_n, die durch die Entwicklung

$$\frac{x}{e^x - 1} = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{B_h\, x^h}{h!}$$

definiert sind, ist die Gültigkeit folgender Darstellungen nachzuweisen

$$B_n = \sum_{\nu=0}^{n} \frac{(-1)^\nu\, \nu!}{1+\nu}\, a_\nu^{(n)} = \sum_{\nu=0}^{n} \sum_{\mu=0}^{n} \frac{(-1)^\nu \binom{\mu}{\nu}}{1+\mu}\, \nu^n$$

mit

$$a_1^{(n)} = a_n^{(n)} = 1,$$

$$a_\nu^{(n)} = a_{\nu-1}^{(n-1)} + \nu\, a_\nu^{(n-1)}, \qquad a_0^{(n)} = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 0, \\ 0 & \text{für } n > 0. \end{cases}$$

H. BURGER, Grenchen.

139. Eine variable Gerade g werde an den Seiten eines festen, spitzwinkligen Dreiecks ABC gespiegelt. Das Dreieck der Spiegelbilder heiße Spiegeldreieck von g. Man beweise:

Die Spiegeldreiecke einer Parallelenschar sind perspektiv ähnlich. Das Ähnlichkeitszentrum G ist ihr Inkreismittelpunkt, und die Ecken liegen auf den Strahlen GA, GB, GC. Der Radius der Inkreise ist gleich dem Abstand der betreffenden Geraden g vom Höhenschnittpunkt des Grunddreiecks ABC. G liegt auf dem Umkreis des Grunddreiecks, und die Richtungen von g sind den Punkten dieses Kreises eineindeutig zugeordnet.

Wenn das Grunddreieck stumpfwinklig ist, dann treten an Stelle der Inkreise die Ankreise derjenigen Seite des Spiegeldreiecks, die aus der Spiegelung an der längsten Seite von ABC hervorgeht. Bei rechtwinkligem Grunddreieck rückt eine Ecke der Spiegeldreiecke ins Unendliche. A. STOLL, Zürich.

Bericht

Tagung für Geometrie im Mathematischen Forschungsinstitut Lorenzenhof, Oberwolfach

August 1951

In der Woche vom 5. bis 11. August fanden sich gegen dreißig Mathematiker verschiedener Länder (Deutschland, England, Frankreich, Spanien, Österreich, Schweiz, Nigeria) im Lorenzenhof ein, um in Kolloquien von ihren Arbeiten aus verschiedenen Gebieten der Geometrie zu berichten und gegenseitig Fühlung zu nehmen. Während der Tage, an denen der Referent anwesend sein konnte, haben folgende Herren vorgetragen: ANCOCHEA, BARNER, BLASCHKE, BURAU, GODDARD, HADWIGER, JEGER, KLINGENBERG, LEICHTWEISS, LÖBELL, LOCHER, STRUBECKER. Leider muß darauf verzichtet werden, hier auf die Inhalte der Referate einzugehen. Hingegen wird es manchem Leser willkommen sein, über das Forschungsinstitut einige Angaben, die der Leiter auf unsere Bitte zur Verfügung stellte, zu erhalten.

Das heutige «Mathematische Forschungsinstitut» wurde im Sommer 1944 als «Mathematisches Reichsinstitut» durch die damalige Forschungsgemeinschaft und den Reichsforschungsrat gegründet. Der Vorstand der Deutschen Mathematiker-Vereinigung hatte die Errichtung eines zentralen Forschungsinstitutes für Mathematik, ähnlich wie die Nachbarfächer Physik, Chemie, Biologie und andere schon lange solche Institute besaßen, sich zum Ziele gesetzt und schließlich nach entsprechenden Vorstufen im letzten Kriegsjahr die genannten Stellen zur praktischen Durchführung gewinnen können. Die Kriegsverhältnisse hatten die Unterbringung des Instituts in einem einsam im Schwarzwald gelegenen größeren Gebäude zur Folge, dem Lorenzenhof in Oberwolfach. Hier waren bei Kriegsende etwa dreißig Mathematiker tätig, deren Universitätsinstitute meist durch die Zerstörungen des Krieges nicht mehr arbeitsfähig waren. Diese Forschungen wurden auch durch die tatkräftige Hilfe englischer und französischer Freunde und Kollegen beim Kriegsende grundsätzlich kaum unterbrochen; die Zahl der Kolloquien vermehrte sich eher und stellte eine ständige Quelle der Mitarbeiter und Besucher dar zur Unterrichtung über neuere Fortschritte unserer Wissenschaft. Hierfür war von außerordentlicher Bedeutung für das Institut, daß eine gute Verbindung mit ausländischen Mathematikern schon kurz nach dem Waffenstillstand gelang, die sich im Laufe der Jahre zu einem großen Kreis von Freunden und Mitarbeitern des Lorenzenhofes erweitert hat, die, fachlich und freundschaftlich miteinander verbunden, dem Ideal europäischer Zusammenarbeit praktisch huldigen.

Das Institut wird jetzt vom Lande Baden im Rahmen der verfügbaren schwachen Mittel finanziert. Außer der eifrig betriebenen Aufgabe, die Zusammenarbeit zwischen den Kollegen der Nachbarländer insbesondere zu vertiefen und zu erweitern, setzt sich das Institut zur Zeit als Ziele, durch Kolloquien und Arbeitsbesprechungen von Spezialisten aktuelle Probleme der Mathematik zu fördern – in diesem Sommer sind solche