Wie groß ist das Zapfenreibungsmoment M_0?
(Bestimmung von J und M_0 mit Satz vom Antrieb.)
[$J = 200$ kgsec^{2}m, $M_0 = 20$ mkg.] *R. S.*

Literaturüberschau

A. Ostrowski: *Vorlesungen über Infinitesimalrechnung*

Zum Gebrauch bei akademischen Vorträgen sowie zum Selbststudium
Erster Band: Funktionen einer Variablen. Brosch. Fr. 43.50, geb. Fr. 47.50
Verlag Birkhäuser, Basel 1945

Der vorliegende erste Band bringt in hervorragender satztechnischer Ausgestaltung die vom Verfasser jeweils im ersten Semester gehaltene Vorlesung über Infinitesimalrechnung. Das erste Kapitel gibt eine Orientierung über das Wesen der Mathematik, über die Grundeigenschaften der reellen Zahlen und den Funktionsbegriff. Das zweite Kapitel enthält auf 40 Seiten eine außerordentlich ausführliche, sehr sorgfältige Auseinandersetzung über den Grenzwertbegriff. Im dritten Kapitel werden in der Hauptsache der Begriff des bestimmten Integrals und dessen elementare Eigenschaften entwickelt. Ferner werden hier die trigonometrischen Funktionen eingeführt. Das vierte Kapitel bringt den Begriff der Ableitung und die Fundamentalsätze der Infinitesimalrechnung. Die eigentliche Technik des Differenzierens und Integrierens wird im fünften und sechsten Kapitel erläutert. Im letzteren kommen auch die Logarithmus- und Exponentialfunktion sowie deren wichtigste Eigenschaften zur Behandlung. Im siebenten Kapitel finden sich Anwendungen der ersten und der höheren Ableitungen auf die Beurteilung des Funktionsverlaufes (allerdings ohne Einführung der Krümmung), die Taylorsche Formel und die Reihenentwicklungen der elementaren Funktionen.

Bei den vielen, wenn auch heute schwer erhältlichen Lehrbüchern über Infinitesimalrechnung fragt man sich bei einer Neuerscheinung vor allem, ob in Aufbau und Durchführung etwas Neues geboten wird. Bei dem Werke von Ostroswki freut man sich über die ausgeprägte Eigenartigkeit. Einige besondere Vorzüge seien hier erwähnt: Die vielen interessanten Zwischenbemerkungen, historischen Angaben und Fußnoten machen die Darstellung lebendig. Von den Mathematiklehrern besonders geschätzt sind die Strenge der Formulierungen und der lückenlose Aufbau aus den Axiomen für die reellen Zahlen. Für die Klärung der Grundbegriffe und zur Übung des mathematischen Denkens überhaupt dient ein selten reichhaltiges Material an Übungen (ohne Lösungen). Der Verfasser hat hier eine Fundgrube interessanter Beispiele geschaffen, wofür wir ihm dankbar sind. Einzelne Beweisführungen sind virtuos durchgedacht. Es sei hier etwa auf die außerordentlich prägnante, vollkommen durchsichtige und wohl kaum weiter zu vereinfachende Darstellung des Riemannschen Integralbegriffes im § 12 (47, 48) verwiesen.

Der erste Band bringt zwar keine große Menge mathematischen Stoffes. Dafür wird um so mehr Gewicht darauf verlegt, gewisse immer wieder zur Verwendung gelangende Gedankengänge gründlich auszuarbeiten. Manche Mathematiklehrer werden deshalb dieses Buch als trefflichen Ratgeber gerne benützen.

Von der vorliegenden mathematischen Darstellung zur eigentlichen Anwendung in den Naturwissenschaften ist allerdings noch ein beträchtlicher Schritt zu machen. Es liegt dies in der Hauptsache im Umstand begründet, daß der Begriff des Differentials (des «Integrationsdifferentials» dx) nur als «Symbol» erklärt wird, das «einzig und allein dem Hinweis auf die Variable» (S. 142) dient. Vielleicht ist es in der zweiten Auflage möglich, daß der Autor in dieser Richtung demjenigen, der die Mathematik anzuwenden hat, doch etwas mehr bietet. Es wären wohl auch einige Worte über die Rolle von Unstetigkeitsstellen beim Integrationsprozeß am Platze. Bei der im übrigen gepflegten Gründlichkeit des Aufbaues vermißt man eine Erläuterung darüber, daß offenbar ausschließlich mit reinen Zahlen (Maßzahlen) operiert wird, wenn auch z. B. das Bogenmaß des Winkels als *Länge* eines Bogens (S. 115) erklärt wird. Für eine größere, ja leicht zu bietende Anschaulichkeit der etwas einseitig formalen Erklärung der Substitutionsmethode (§ 20, 72) beim Integrieren würde mancher Leser dankbar sein. Daß ferner in der zweiten Auflage der Verlag für besser gezeichnete Figuren besorgt sein wird, ist selbstverständlich. In einigen Zeichnungen (Fig. 13, 14, 29, 30, 31, 32) fehlt die Angabe der Einheiten.

Diese Bemerkungen sind als Wünsche zu betrachten, dieses schöne Werk möglichst allseitig noch weiter zu vervollkommnen. Wir möchten jedem Mathematiker das Studium bestens empfehlen und sind gespannt auf den angekündigten zweiten Band.

L. LOCHER.

MAX LANDOLT: *Grandeur, mesure et unité*

traduit de l'allemand par Emile Thomas, Bruxelles et Paris 1947

Le nombre est le maître de l'univers, proclamaient les anciens pythagoriciens et affirment certains mathématiciens modernes. La grandeur est la notion fondamentale du monde matériel, pensent les physiciens et si l'égalité est la relation fondamentale entre deux nombres, elle l'est aussi entre deux grandeurs; mais cette dernière relation est plus complexe que celle relative aux nombres; l'unité intervient et ainsi est née la théorie des dimensions. Cette théorie mérite d'être approfondie et l'ouvrage de M. LANDOLT est consacré à cette tâche. Les dimensions des quantités physiques obéissent à certaines règles de calcul; celle-ci se retrouvent en algèbre. C'est cette propriété qu'analyse l'auteur et il montre ses relations avec la théorie des groupes, elle-même fondamentale en algèbre.

On peut distinguer deux classes dans les opérations précédentes; la première est celle où interviennent deux ou plusieurs quantités de même nature; dans la seconde, figurent des relations entre des grandeurs de natures différentes. M. LANDOLT appelle les premières des compositions intensives et les secondes des compositions qualitatives. L'addition algébrique de deux quantités est une composition intensive tandis que le produit de la masse par l'accélération est un exemple de composition qualitative.

L'application de la théorie des groupes implique l'existence d'«éléments neutres» qui correspondent à l'opération unité. Cela ne va pas sans un notable effort d'abstraction. Par ailleurs, les opérations que considère la théorie étant toujours commutables, les groupes correspondants sont abéliens.

L'auteur établit un bref résumé de divers travaux antérieurs. Nous regrettons de n'y pas voir figurer les noms de MM. ESNAULT-PELTERIE et de VASCHY. En quelques occasions, la pensée de l'auteur demanderait une expression plus rigoureuse, ce qui est indispensable dans un ouvrage théorique. Félicitons l'auteur de la multiplicité des exemples; encore faut-il veiller à certaines critiques possibles. Par exemple, la comparaison des masses par la balance (p. 50) exige que la gravité ne soit pas nulle; la comparaison des masses fait appel à d'autres considérations que celle de la balance.

L'axiomatique de la théorie pourrait probablement faire l'objet de nouvelles recherches. Ainsi l'auteur montre (p. 64) que «les mesures sont inversement proportionnelles aux unités», dans le cas de rapports entiers. Il généralise ensuite aux rapports commensurables, puis postule la validité de cette règle pour tous les rapports réels. Un passage à la limite, ne permettrait-il pas de renoncer à ce postulat ? Postuler une relation dans le cas de l'incommensurabilité n'est-ce pas admettre la proposition dans le cas de la commensurabilité ?

Ces remarques montrent le niveau des considérations de l'auteur. L'ouvrage constitue un essai important dans l'élaboration d'une théorie cohérente, générale et approfondie de la notion de dimension. Ici comme toujours, la mathématique conduit à un perfectionnement fécond d'une théorie; elle fournit un moyen de contrôle précis du calcul et parfois un artifice propre à la découverte. C'est de la bonne «économie de pensée».

PAUL ROSSIER.

Dr. ADOLF HESS: *Praktische Mathematik*

116 S., 127 Fig., broschiert, Rascher-Verlag Zürich, 1947.

Der Verfasser der drei wohlbekannten Lehrbücher legt den Studierenden der Technik und zum Selbststudium ein neues Werk vor, das als Ergänzung seiner Planimetrie, Trigonometrie und analytischen Geometrie geschrieben wurde.

Im ersten Abschnitt des Buches (§ 1–7, 60 S.) sind jene Fragen der Mathematik behandelt, die in den üblichen Werken der Mittelschulliteratur nur kurz angeführt oder gar nicht berücksichtigt werden. Der Verfasser nimmt den Standpunkt der angewandten Mathematik ein: es geht ihm nicht um eine systematische Darstellung dieses praktisch wichtigen Lehrstoffes. Sein Ziel ist, vielmehr dem Schüler eine kleine Auswahl von einfachen, aber dafür brauchbaren Methoden zu geben. Diese Methoden werden in einer solchen Form vorgeführt, daß ein Problem der angewandten Mathematik (Wurzel einer Bestimmungsgleichung, Integration, Darstellung einer Funktionsgleichung in einem Koordinatensystem oder als Nomogramm) mit genügender Genauigkeit und innert nützlicher Frist graphisch oder numerisch gelöst werden kann. — Jeder Teilabschnitt wird eingeleitet durch eine kurze Übersicht über das Problem und die wichtigsten Eigenschaften der Lösungen. Detailfragen werden in den über sechzig oft ausführlich gelösten Beispielen erörtert. Großer Wert wird auf die passende Wahl der Maßstäbe (Ausnützen des vorhandenen Platzes), zweckmäßige Herstellung und richtige Ausnützung von graphischen Darstellungen gelegt. Eine übersichtliche Anordnung des numerischen Lösungsganges und ein möglichst einfacher Aufbau der Nomogramme und der zeichnerischen Lösungen wird angestrebt. Zahlreiche Figuren klären die aus verschiedenen Gebieten gesammelten und mit Ergebnissen versehenen Aufgaben. Das Werk eignet sich daher auch zum Selbststudium.

Der zweite Abschnitt des Buches (§ 8) umfaßt fünfzig Seiten und enthält eine wertvolle Sammlung von über 150 Aufgaben «aus der Geometrie und Algebra». Es sind aber alle Gebiete der elementaren Mathematik vertreten. In der Aufgabenstellung geht der Verfasser eigene Wege. Beim Durchlesen der Aufgaben hat man oft den Eindruck, daß sie direkte Beobachtung der Umwelt widerspiegeln. Etwa Aufgabe 13 (S. 67) erinnert an das Abdrehen einer Spieltischhälfte und das nachfolgende Aufklappen des andern Blattes; oder Aufgabe 49 (S. 79) scheint der Grundriß von zwei (idealisierten) Tramwagen zu sein, die in einer Kurve kreuzen. In dieser Formulierung geben die Aufgaben dem Schüler einen besonderen Anreiz zu eigenen Beobachtungen und zur Durchführung der dadurch angeregten Berechnung. Die kleinen, aber deutlichen Figuren erlauben eine knappe Fassung des Aufgabentextes und geben manchmal Andeutungen zur Lösung. Der Verfasser legt mit diesem Buch den Schülern der obern Klassen ein wirklich willkommenes und empfehlenswertes Übungsbuch vor. Für den Lehrer ist diese Sammlung eine Quelle von Anregungen zum eigenen Aufsuchen von sinnvollen Aufgaben. Der Verfasser begnügt sich oft nur mit Andeutungen für ganze Reihen neuer Aufgaben: Mit etwas Phantasie können oft die geometrischen Formen abgeändert oder die Frage kann auf eine im Buche gegebene Größe gerichtet oder in der Algebra kann schon frühzeitig die Berechnung von Funktionswerten zur Einübung der Operationen begonnen werden (Beispiele 116–120).

Das ganze Werk ist klar und anregend geschrieben. In der drucktechnischen Darstellung des mathematischen Satzes erfüllt es aber nicht ganz die gehegten Erwartungen. Die Verteilung von Formeln im Text, die etwas zu großen Zahlen und Buchstaben und ihre zu großen Abstände von den Formelbruchstrichen geben ein ungewohntes Bild des sonst gefällig herausgegebenen Werkes. Von diesen kleinen Mängeln abgesehen, ist das Buch eine wichtige Neuerscheinung in der schweizerischen Aufgabenliteratur. Diese «Praktische Mathematik» kann Lehrern und Schülern bestens empfohlen werden.

A. Häusermann (Zürich).

Mitteilung

Herrn Dr. H. Jecklin, Tit.-Prof. an der Universität Zürich, dürfen wir als neuen ständigen Mitarbeiter begrüßen.

Die Redaktion.
