

Zeitschrift:	Dissonance
Herausgeber:	Association suisse des musiciens
Band:	- (1999)
Heft:	62
Artikel:	Musique et théorie du chaos : perspectives musicales des modèles mathématiques
Autor:	Neukom, Martin
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-927890

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

MUSIQUE ET THÉORIE DU CHAOS

Perspectives musicales des modèles mathématiques

PAR MARTIN NEUKOM

Ces deux dernières décennies, d'innombrables publications, souvent illustrées d'images fascinantes, sur ce qu'on appelle la «théorie du chaos», ont enthousiasmé à la fois les professionnels et les amateurs. La fascination provient sans doute principalement du fait qu'avec des formules et des algorithmes très simples, donc des règles du jeu faciles, on peut obtenir des figures d'une complexité inattendue. Mais si l'on peut déjà discuter de la valeur esthétique des graphiques, d'autres problèmes surgissent dans les applications musicales, dès qu'on cherche à traduire les structures mathématiques en notes ou en compositions entières.

Dans le présent article, on expliquera pour commencer quelques notions de la «théorie du chaos» – un amas très hétérogène –, que l'on illustrera par des exemples simples. On commenterà ensuite, de façon critique, les tentatives actuelles d'exploiter la «théorie du chaos» en composition, tout en renvoyant occasionnellement à des musiques plus anciennes, composées à l'aide de techniques analogues ou qui peuvent être décrites ou analysées de façon inédite grâce aux notions nouvelles.

INFORMATION ET COMPLEXITÉ

Le terme de *chaos* désigne communément le désordre, l'imprévisibilité, l'arbitraire. Dans la mythologie, le chaos est aussi l'origine, le matériau initial de toute évolution. Dans le domaine acoustique, le chaos signifie donc les vibrations fortuites qui donnent le bruit «blanc». Une oscillation immuable, périodique, une note tenue, présentent en revanche un ordre marqué. Plus le désordre d'un système est grand, plus il faut d'*informations* pour le décrire.

Cela contredit naturellement notre perception, qui est incapable de dégager la moindre information d'un bruit blanc parfaitement régulier, bien que sa description exacte requière des informations maximales. Dans la musique traditionnelle, la définition de ce qu'est l'*«information musicale»* paraît simple, au premier abord : c'est ce qu'il faut noter pour pouvoir reproduire la musique, donc les notes. Il faut en réalité beaucoup de connaissances supplémentaires pour interpréter «correctement» les notes et, dans la musique ancienne comme dans une partie du répertoire contemporain, la notation ne donne qu'une fraction des informations que nous communiquent une interprétation. Il est encore nettement plus difficile de définir le contenu, le message de la musique, et leur teneur en informations.

La notion de *complexité* est un essai de décrire la richesse des structures d'un système (ou, plus concrètement, d'un morceau de musique) (Illustration 1).

On croyait autrefois que la complexité reposait toujours sur des processus compliqués et enchevêtrés, mais la «théorie du chaos» montre que des processus parfois très simples

peuvent se comporter de façon complexe. Dans le domaine de l'art, la complexité n'est guère définissable de manière générale, mais dans plusieurs courants de l'histoire de la musique, elle compte parmi les critères principaux de la qualité d'un ouvrage. En musique, les morceaux complexes sont souvent ceux qui comportent peu d'informations ; ainsi certaines œuvres contrapuntiques de Jean Sébastien Bach peuvent être ramenées à l'agencement simple de quelques motifs et décrites en moins de signes que n'en demande la notation.

Le terme *théorie du chaos* englobe une foule de théories et de modèles surgis à des époques différentes dans diverses disciplines. Grâce à la possibilité de simuler par ordinateur les processus généralement non calculables, ces théories ont connu un développement foudroyant au cours des dernières décennies ; à cette occasion, des éléments communs et des liens sont apparus entre les théories les plus variées.

NON-LINÉARITÉ ET RÉTROACTIVITÉ

Dans tous les secteurs, les aspects *non linéaires* et les *discontinuités* jouent un rôle important. Cela revient à dire que certaines modifications des causes entraînent des modifications non proportionnelles des effets. A la fin des années 1950, le météorologue Edward N. Lorenz a découvert de tels facteurs non linéaires dans ses modèles du temps : pour des modifications minimales des valeurs initiales, il constatait des écarts marqués dans les prévisions, et cela en un bref délai¹. Depuis la publication de son article, intitulé «Kann der Flügelschlag eines Schmetterlings in Brasilien einen Tornado in Texas hervorrufen?» (Le battement d'aile d'un papillon au Brésil peut-il susciter une tornade au Texas ?), on parle de l'*effet papillon*. Un autre élément fondamental de toutes les théories est la *rétroactivité*, c'est-à-dire le fait que les processus sont influencés par leurs résultats mêmes. Quand, dans ces systèmes, surgissent des comportements chaotiques, quasi arbitraires et imprévisibles, même sans influence forte, on parle de *chaos déterministe*. Signalons en outre l'existence du

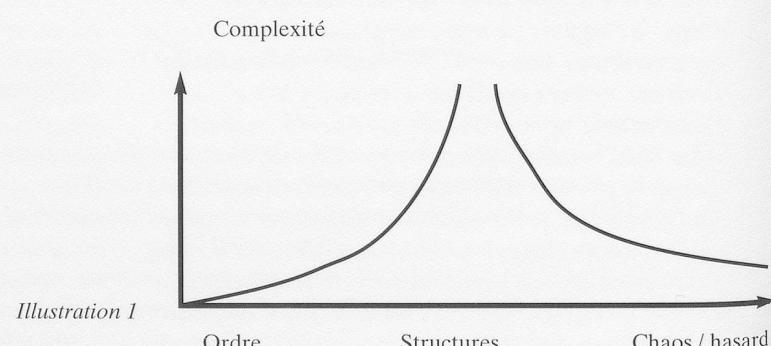
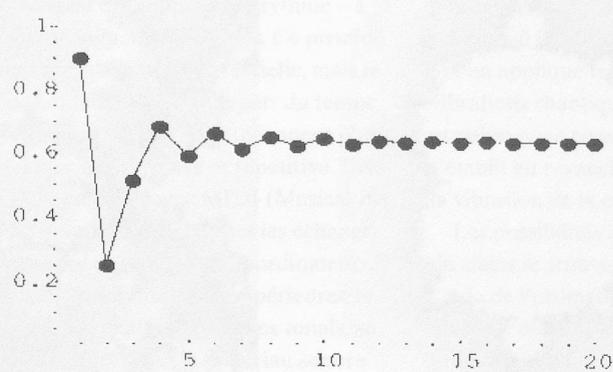


Illustration 1

1. Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens et Dietmar Saupe, *Chaos. Bausteine der Ordnung*, Reinbek bei Hamburg 1998, pp. 54–59.

Illustration 2



phénomène inverse, où l'ordre peut jaillir spontanément au sein d'un système chaotique ; là aussi, la rétroactivité joue un rôle central. On parle dans ce cas d'*auto-organisation* ou de *synergétique*². Nous examinerons de plus près, ci-dessous, un exemple concret, où peuvent se produire les deux comportements : les vibrations d'une corde frottée.

Citons nommément une équation très bien étudiée, qui est largement commentée dans tous les livres consacrés à la théorie du chaos, et qui est aussi utilisée dans les programmes informatiques de production de musique. Elle paraît sur le marché sous plusieurs noms. On l'appelle le plus souvent *équation logistique*, mais elle est aussi connue comme *itérateur quadratique*, *reproduction de parabole* ou *équation du comportement prédateur/proie*. Cette équation permet de calculer couramment de nouvelles valeurs x^n à partir de la valeur précédente x^{n-1} .

$$x^n = r * x^{n-1} * (1 - x^{n-1})$$

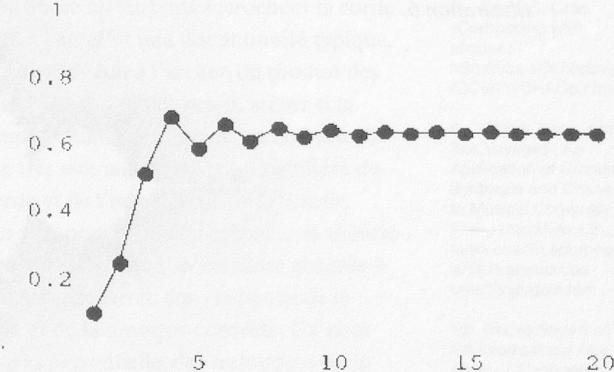
Les valeurs x^n obtenues se situent entre 0 et 1 quand la valeur initiale x^1 se situe entre 0 et 1, et r entre 0 et 4. Si l'on choisit par exemple $r = 2.75$ et $x^1 = 0.9$, respectivement 0.1, on obtient les séries de chiffres reproduites dans les diagrammes ci-contre, qui convergent manifestement vers la même limite (Illustration 2).

Si, pendant le calcul des valeurs, on modifie le paramètre r , la valeur limite change aussi. Le diagramme suivant, obtenu avec $r = 2.6$ jusqu'à $r = 3.569$, montre d'abord une augmentation de la valeur limite, puis une division en deux valeurs limites, entre lesquelles les valeurs obtenues oscillent. De nouvelles *bifurcations*, comme on appelle ces ramifications, donnent des cycles toujours plus longs, jusqu'à ce qu'ils atteignent une longueur pratiquement infinie à la valeur $r = 3.6268$ du paramètre et que le comportement chaotique survienne (Illustration 3).

On appelle cette constellation *attracteur*, étant donné que, quelle que soit la valeur initiale, les valeurs suivantes sont attirées toujours plus près de la valeur limite, respectivement du cycle limite. Si l'on choisit par exemple $r = 3.5$, un cycle de quatre apparaît visiblement après quelques étapes (*itérations*), quelle que soit la valeur initiale.

Le diagramme suivant montre le trajet ultérieur de l'attracteur quand le paramètre passe de $r = 3.5$ à $r = 4$. Ce n'est qu'à la toute fin, à $r = 4$, que règne le chaos total, c'est-à-dire que les valeurs obtenues se répartissent alors également entre 0 et 1 ; entre les deux, il y a toujours des cycles – de toutes les longueurs qu'on voudra, comme on peut le démontrer – qui se divisent par bifurcation (Illustration 4).

Il est facile d'imaginer que ces comportements et d'autres qui leur ressemblent représentent une mine de techniques de composition, dans lesquelles le choix de valeurs quelconques



des paramètres n'est pas laissé à la «fantaisie» ou à l'«arbitraire» du compositeur, mais peut être calculé en employant des systèmes (techniques sérielles) ou en recourant au hasard (techniques aléatoires ou stochastiques). L'économie concomitante des moyens – une formule simple, pilotée par un seul paramètre – exerce naturellement une fascination spéciale sur de nombreux compositeurs.

2. Hermann Haken, *Erfolgsgeheimnisse der Natur. Synergetik: die Lehre vom Zusammenwirken*, Stuttgart 1986.

FRACTALES ET AUTO-SIMILITUDE

Les images fascinantes évoquées au début de l'article, qu'on appelle des fractales, semblent n'avoir rien de commun avec le chaos, vu que les exemples les plus simples présentent un ordre parfaitement visible. Une possibilité de produire des objets fractals consiste à ajouter des structures de plus en plus petites à un modèle, par rapetissement et multiplication constants. L'exemple le plus connu est sans doute la courbe de Koch (dite «flocon de neige»), nommée d'après le mathématicien belge Helge von Koch, qui en publia déjà la «recette» en 1904. Elle s'obtient en greffant des copies plus petites de la figure sur ses côtés (Illustration 5).

Si le processus est répété à l'infini, on obtient une courbe de longueur infinie, le périmètre croissant de $4/3$ à chaque étape. La courbe ne comporte plus de segments rectilignes et est si dense qu'elle constitue en quelque sorte un hybride

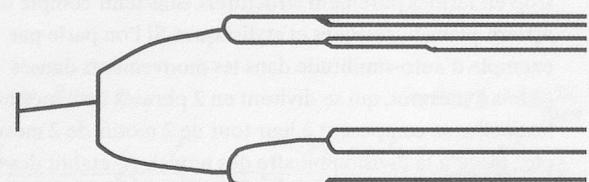


Illustration 3

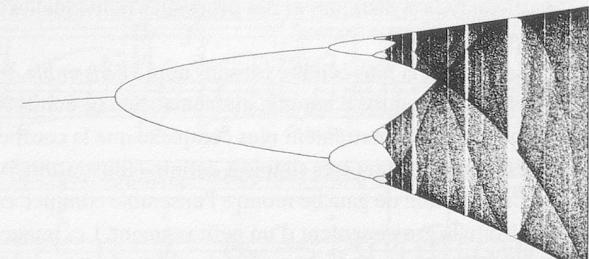
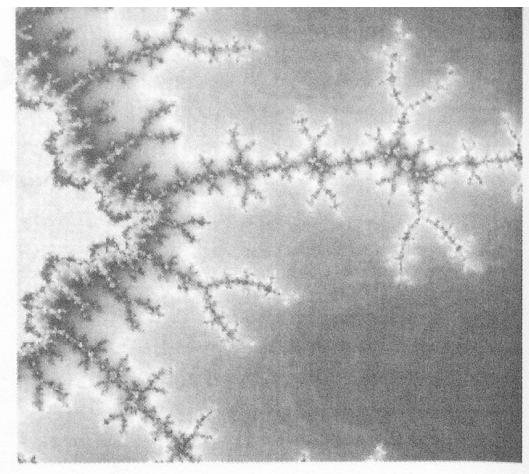
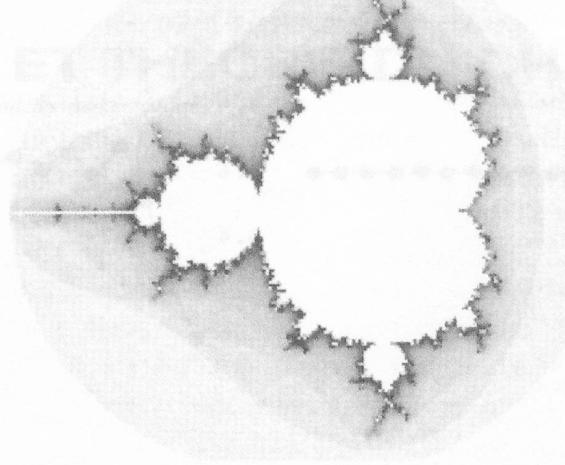


Illustration 4



Illustration 5



entre une ligne et une surface. Il est alors possible d'attribuer mathématiquement (de diverses manières) une dimension à de telles courbes, dimension qui se situe entre celles de la ligne et de la surface, soit entre 1 et 2. Pour la courbe de Koch, on obtient la dimension $1.2691\dots^3$ C'est ce résultat fractionnaire qui a donné naissance au terme de *fractale* pour désigner les figures dont le nombre des dimensions n'est pas un entier. Une propriété importante de beaucoup de fractales est leur auto-similitude, c'est-à-dire que le grossissement d'un segment quelconque de la courbe est semblable à la courbe complète. La courbe de Koch est auto-similable au sens strict, étant donné que sa forme est la même, quel que soit le grossissement choisi.

Le lien avec le chaos déterministe réside en ceci que certains attracteurs, comme celui qui a été décrit plus haut, sont des fractales et présentent des auto-similitudes. Le terme d'auto-similitude est donc utilisé fréquemment, désormais, dans un contexte musical, par exemple pour décrire des techniques contrapuntiques, des agencements formels ou des déroulements harmoniques, à différents niveaux ; ce faisant, on n'établit aucun rapport quelconque avec la théorie du chaos, mais on habille simplement d'un terme à la mode des ordonnances bien connues depuis longtemps. Il faut en général se méfier de ces transferts de notions extra-musicales dans la terminologie musicale, car on désigne souvent des phénomènes qui n'ont que des liens apparents. On pense trop en termes purement structurels, sans tenir compte des arrière-plans historiques et stylistiques. Si l'on parle par exemple d'auto-similitude dans les mouvements dansés (2 fois 8 mesures, qui se divisent en 2 phrases de 4 mesures, lesquelles se composent à leur tour de 2 motifs de 2 mesures, etc., jusqu'à la division binaire des notes), on établit des rapports non seulement entre des niveaux très variés, mais aussi entre des caractéristiques fondamentales de l'écriture, des particularités stylistiques et des propriétés individuelles du morceau.

L'illustration la plus célèbre est sans doute l'*ensemble de Mandelbrot*, nommé d'après le mathématicien Benoît B. Mandelbrot⁴. Elle est nettement plus complexe que la courbe de Koch, mais pourtant très simple à définir. (Illustration 6).

L'illustration de gauche montre l'ensemble complet, celle de droite le grossissement d'un petit segment. Les images les plus fascinantes sont les animations qui plongent de plus en plus profond dans l'ensemble de Mandelbrot et font apparaître sans cesse de nouvelles formes. Les structures délicates, aux ramifications presque organiques, qui ne se répètent jamais exactement, même à un grossissement infini, et qui présentent pourtant toujours des similitudes, font vibrer. Il y a cependant de bonnes raisons à ce que presque tout le monde ait déjà vu des images de ces fractales, mais que

presque personne n'ait entendu de musique fractale. La principale est que les fractales sont des figures géométriques, souvent à deux dimensions (comme l'ensemble de Mandelbrot, qui se définit au niveau des nombres complexes). Or, dans un certain sens, notre musique aussi est bidimensionnelle. Comme le montre clairement la notation conventionnelle, les paramètres essentiels sont le temps et la hauteur. Mais la tentative de traduire des figures géométriques en musique, en attribuant le temps à une direction et la hauteur à l'autre, est condamnée à l'échec pour diverses raisons. D'une part, ces deux dimensions ont des caractères tout à fait différents ; de l'autre, elles se distinguent absolument des dimensions géométriques. Pour notre perception, la hauteur n'a rien de linéaire ni d'homogène ; chaque écart a ses propres qualités. Les intervalles traditionnels ont des propriétés particulières, dues en partie à leur nature et en partie à l'emploi qui en est fait ; les intervalles qui n'existent pas dans notre système tonal sont souvent ressentis comme simplement faux. S'y ajoute le fait que la faculté de dissocier des notes jouées simultanément est très limitée. Quant au temps, c'est évidemment une dimension linéaire, en un certain sens, mais à l'écoute, nous ne pouvons avoir la vue d'ensemble du déroulement temporel, contrairement à la lecture d'une partition ou à la contemplation d'un tableau ; la succession des événements est irréversible, la vitesse normalement prescrite.

PERSPECTIVES POUR LA COMPOSITION

Les possibilités de traduire en musique les notions et les modèles de la théorie du chaos sont très diverses. On mentionnera au passage la démarche intuitive de certains compositeurs qui se laissent inspirer par les images et les termes évoqués, sans appliquer le moindre détail de la théorie dans leurs œuvres. Leur représentant le plus illustre, György Ligeti, s'est même vu dédier le livre *Chaos. Bausteine der Ordnung*⁵. La musique de Ligeti des années 1960 joue effectivement déjà avec des structures complexes, bien avant la vogue de la théorie du chaos, «mais les traces de ce penchant ne se sont pas traduites par des schémas de composition qui soient des transpositions facilement repérables de connaissances scientifiques»⁶.

Si l'on cherche des transpositions musicales concrètes de processus chaotiques, on en trouvera naturellement là où la théorie a pu se développer complètement, c'est-à-dire dans le domaine de la musique générée par ordinateur. On ne sera donc pas surpris d'apprendre que la plus grande partie de la bibliographie, mais aussi des compositions et des programmes, se trouve sur Internet⁷. Les programmes permettent en général de faire le choix de certaines valeurs de

3. *Chaos. Bausteine der Ordnung* (note 1), p. 249.

4. Benoît B. Mandelbrot, *Die fraktale Geometrie der Natur*, Bâle 1987.

5. *Chaos. Bausteine der Ordnung* (note 1), préface.

6. *Chaos. Bausteine der Ordnung* (note 1), p. VIII.

7. «Fractals, Chaos and Music» : <http://thinks.com/ads/ink.pl?url=http://www.geocities.com/SoHo/Square/7921/fmusic.html> ; «Fractal Music Lab» : <http://member.aol.com/strohbeen/fml.html>.

paramètres – limités souvent à la hauteur et au rythme – à l'aide d'algorithmes issus de la théorie du chaos. Ce procédé rappelle certes les techniques de la musique sérielle, mais le matériau sonore et son traitement sont la plupart du temps plus simples et plus conventionnels, car ils proviennent plutôt de la tradition de la musique légère, naïve et répétitive. Tous les programmes travaillent en outre avec MIDI (Musical Instrument Digital Interface), système qui permet les échanges de données entre instruments électroniques et ordinateurs. Bien que le MIDI offre des possibilités bien supérieures, la plupart des programmes se bornent aux systèmes tonals, au diapason et aux rythmes traditionnels ; le matériau sonore s'en tient aux notes isolées, si bien que le traitement de bruits, de timbres ou de phénomènes composites est exclu.

Prenons comme exemple le programme «A Musical Generator». Il permet de fixer l'instrument, le système tonal et la note fondamentale, jusqu'à seize voix ; pour déterminer les hauteurs, les durées et le tempo, on choisit dans différents systèmes – fractales unidimensionnelles, systèmes dynamiques, etc. – des objets à l'aide desquels calculer les valeurs des paramètres. On produit alors des morceaux polyphoniques, qu'on peut écouter aussitôt, ce qui permet de vérifier l'effet des réglages choisis. Grâce à des programmes idoines, on pourra transformer les données en notes et les imprimer. (L'exemple de D.C. Little prouve d'ailleurs qu'on peut composer de la musique différenciée avec des programmes qui opèrent essentiellement sur des paramètres traditionnels⁸.)

A un tout autre niveau, celui de la production même des sons, on découvre des possibilités intéressantes. Réaliser des sons synthétiques qui soient à peu près aussi riches et vivants que les sons naturels reste une opération très dispendieuse. Cela tient au fait que la hauteur, le timbre et la nuance des sons naturels varient légèrement et continuellement, surtout dans la phase d'attaque. Si l'on essaie d'ajouter délibérément ces variations à des sons synthétiques, le résultat sonne généralement de façon peu naturelle. En simulant des processus physiques, comme la rétroaction non linéaire de l'archet sur la corde, on arrive toutefois à reproduire des séquences sonores plausibles du point de vue physique et qui sonnent naturellement. Les vibrations d'une corde peuvent être décrites approximativement par des équations linéaires, alors que les interactions de la corde et de l'archet ne sont pas linéaires ; le

passage abrupt d'une phase où les crins accrochent la corde et celle où ils glissent est en effet une discontinuité typique. Si l'on applique trop de pression à l'archet, on produit des vibrations chaotiques, c'est-à-dire des bruits, même si la pression reste constante. Quand la pression est correcte, il s'établit en revanche très vite une rétroaction régulière de la vibration de la corde et de l'interaction archet/corde.

Les possibilités les plus nombreuses d'exploiter la théorie du chaos se trouvent cependant dans la musique générée à l'aide de l'ordinateur au sens étroit, dans la lignée de la musique électronique et de la musique concrète. On peut utiliser ici, de façon très personnelle, des techniques de la théorie du chaos, soit pour produire des sons, soit pour les traiter et pour piloter les paramètres. Les œuvres ainsi produites ne suscitent hélas guère de commentaires ; les partitions (graphiques) faisant défaut, il est rarement possible de les analyser. (Sur l'emploi de l'équation logistique, voir l'article du compositeur américain Gary Lee Nelson⁹ ; sur l'auto-similitude, les commentaires de Gerald Bennett sur sa composition *Rainstick*.¹⁰) Etant donné que les vibrations chaotiques (les bruits), les générateurs aléatoires, mais aussi les processus déterministes complexes, jouent depuis longtemps un rôle primordial dans la musique par ordinateur, l'influence de la théorie du chaos n'en a pas bouleversé radicalement l'esthétique, mais lui a procuré plutôt des moyens rationnels et surtout adéquats, techniquement parlant, de réaliser toutes ses conceptions sonores.

8. David C. Little, «Composing with chaos» : <http://vbs.ahk.nl/david/COMPwCHAOp.html>.

9. «Wind, Sand, and Sea Voyages : An Application of Granular Synthesis and Chaos to Musical Composition» : <http://www.timara.oberlin.edu/people/%7Egelnson/papers/Gola/gola.htm>.

10. *Proceedings II of the International Academy of Electroacoustic Music 1996*, Bourges/Paris.

Début de l'Etude pour piano n° 1
«Désordre» de György Ligeti

ÉTUDE 1 : « DÉSORDRE » Dédié à Pierre Boulez György Ligeti 1985

Piano

Molto vivace, Vigoroso, molto ritmico $\text{o}=76$

sempre legato, senza possatale

sehr sparsamer Gebrauch des Pedals / Utiliser la pédale très discrètement (pendant toute la pièce)