

**Zeitschrift:** Dissonanz  
**Herausgeber:** Schweizerischer Tonkünstlerverein  
**Band:** - (1999)  
**Heft:** 62

**Artikel:** Chaostheorie und Musik : musikalische Perspektiven mathematischer Modelle  
**Autor:** Neukom, Martin  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-928008>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 31.12.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

In den letzten zwei Jahrzehnten haben unzählige Veröffentlichungen über die sogenannte «Chaostheorie», versehen zumeist mit faszinierenden Bildern, Fachleute und Laien gleichermaßen begeistert. Die Faszination besteht wohl hauptsächlich darin, dass mit sehr einfachen Formeln und Algorithmen, mit einfachen Spielregeln also, unerwartet komplexe Muster erzeugt werden können. Kann man aber schon bei graphischen Produkten über deren künstlerischen Wert streiten, so ergeben sich bei musikalischen Anwendungen bereits Probleme bei der Umsetzung der mathematischen Strukturen in Töne beziehungsweise in ganze Kompositionen.

In diesem Artikel werden zunächst einige Begriffe der sehr heterogenen «Chaostheorie» erläutert und an einfachen Beispielen veranschaulicht. Sodann sollen vor allem aktuelle Versuche, die «Chaostheorie» kompositorisch zu verwerten, erläutert und kritisiert werden, gelegentlich aber wird auch auf ältere Musik verwiesen, die bereits mit ähnlichen Techniken komponiert wurde oder die mit den neuen Begriffen unter neuem Blickwinkel beschrieben oder analysiert werden kann.

## INFORMATION UND KOMPLEXITÄT

Der Begriff *Chaos* bezeichnet traditionellerweise Unordnung, Unvorhersagbarkeit, Beliebigkeit. In mythologischen Zusammenhängen ist das Chaos aber auch der Ursprung, das Ausgangsmaterial aller Entwicklung. Im akustischen Bereich bedeutet Chaos demnach zufällige Schwingung, klanglich entspricht dies weissem Rauschen. Eine unveränderliche, periodische Schwingung, ein ausgehaltener Ton weist im Gegensatz dazu eine grosse Ordnung auf. Je grösser die Unordnung in einem System, desto mehr *Information* ist notwendig, um dieses genau zu beschreiben.

Dies widerspricht natürlich unserer Wahrnehmung, die einem vollkommen gleichmässigen weissen Rauschen überhaupt keine Information entnehmen kann, obwohl zu seiner exakten Beschreibung maximale Information notwendig ist. In traditioneller Musik scheint die Definition, was «musikalische Information» sei, zunächst einfach – genau das nämlich, was notiert werden muss, um Musik zu reproduzieren, also die Noten. In Wirklichkeit braucht es aber sehr viel zusätzliche Kenntnis, um die Noten «richtig» interpretieren zu können, und besonders in alter und ebenso teilweise in neuerer Musik gibt die Notation nur einen Bruchteil der Information wieder, die uns ein interpretiertes Stück vermittelt. Noch wesentlich schwieriger ist es, den Inhalt, die Aussage von Musik und deren Informationsgehalt zu definieren.

Mit dem Begriff *Komplexität* wird versucht, die Reichhaltigkeit der Struktur eines Systems (oder konkret eines Musikstücks) zu beschreiben (Abb. 1).

Glaubte man früher, dass Komplexität immer auf kompliziert vernetzten Prozessen basiert, so zeigt die «Chaostheorie», dass sich auch sehr einfache Prozesse komplex verhalten können. Der Begriff Komplexität ist im Zusammenhang mit Kunst zwar kaum allgemein definierbar, gehört aber in vielen Stilrichtungen der Musikgeschichte zu den wichtigsten Qualitätsmerkmalen eines Werkes. Auch in der Musik enthalten oft gerade die komplexen Stücke relativ wenig Information, so können etwa gewisse kontrapunktische Werke von Johann Sebastian Bach auf einfache Anordnungen weniger Motive reduziert und mit weniger Zeichen, als die Notenschrift erfordert, beschrieben werden.

Der Begriff *Chaostheorie* umfasst eine ganze Menge von Theorien und Modellen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten in unterschiedlichen Disziplinen entstanden sind. Dank den Möglichkeiten, nicht allgemein berechenbare Vorgänge auf Computern simulieren zu können, entwickelten sich diese Theorien in den letzten Jahrzehnten rasant; dabei wurden Gemeinsamkeiten und Zusammenhänge zwischen den verschiedensten Theorien gefunden.

## NICHTLINEARITÄT UND RÜCKKOPPELUNG

In allen Gebieten spielen *Nichtlinearitäten* und *Diskontinuitäten* eine wichtige Rolle. Das bedeutet, dass aus gewissen Veränderungen der Ursachen nicht proportionale Veränderungen der Wirkungen folgen. Solche Nichtlinearitäten entdeckte der Meteorologe Edward N. Lorenz Ende der fünfziger Jahre in seinen Wettermodellen: Bei minimalen Veränderungen der Ausgangswerte stellte er in den Prognosen schon nach kurzer Zeit markante Abweichungen fest.<sup>1</sup> Dieses Phänomen wird seit dem Erscheinen seines Artikels mit dem Titel *Kann der Flügelschlag eines Schmetterlings in Brasilien einen Tornado in Texas hervorrufen?* als *Schmetterlingseffekt* bezeichnet. Ein weiteres grundlegendes Element aller Theorien ist die *Rückkopplung*, das heisst die Beeinflussung der Prozesse durch deren eigene Ergebnisse. Wenn in

1. Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens und Dietmar Saupe, *Chaos. Bausteine der Ordnung*, Reinbek bei Hamburg 1998, S. 54–59.

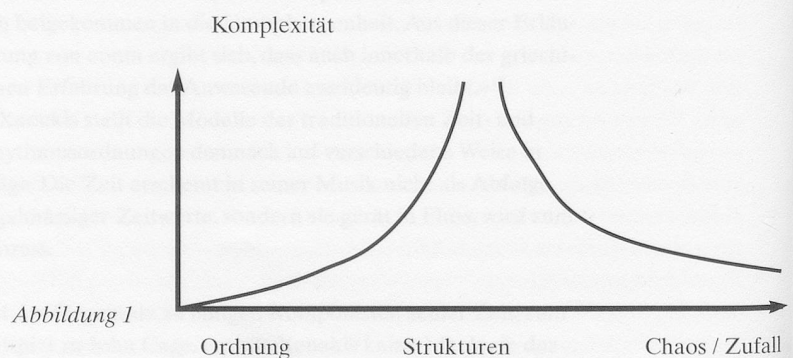
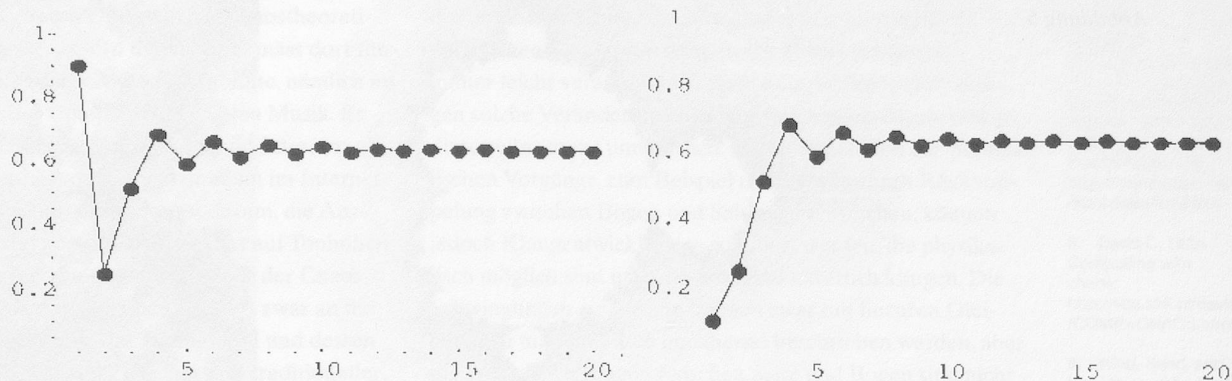


Abbildung 1

Abbildung 2



solchen Systemen, auch ohne zufällige Einflüsse, chaotisches, quasi zufälliges und unvorhersagbares Verhalten auftritt, spricht man von *deterministischem Chaos*. Erwähnt sei hier auch das umgekehrte Verhalten, nämlich dass in chaotischen Systemen spontan Ordnung entstehen kann, wobei auch hier die Rückkopplung eine zentrale Rolle spielt. Man spricht in diesem Fall von *Selbstorganisation* oder von *Synergetik*.<sup>2</sup> Wir werden weiter unten ein konkretes Beispiel, bei dem beide Verhaltensweisen auftreten können, genauer betrachten, nämlich die Schwingungen einer gestrichenen Saite.

Eine sehr gut untersuchte Gleichung, die in allen Büchern über Chaostheorie eingehend erläutert und auch in Computerprogrammen zur Erzeugung von Musik verwendet wird, sei auch hier explizit erwähnt. Sie taucht unter den verschiedensten Namen auf. Meist wird sie als *logistische Gleichung* bezeichnet, aber auch als *quadratischer Iterator*, *Parabelabbildung* oder als Gleichung des *Räuber-Beute-Verhaltens*. Mit der Gleichung werden laufend neue Werte  $x^n$  aus dem vorhergehenden Wert  $x^{n-1}$  errechnet.

$$x^n = r * x^{n-1} * (1 - x^{n-1})$$

Die produzierten Werte  $x^n$  liegen zwischen 0 und 1 wenn der Startwert  $x^1$  zwischen 0 und 1 liegt und  $r$  zwischen 0 und 4. Wählt man beispielsweise  $r = 2.75$  und  $x^1 = 0.9$  bzw. 0.1, so erhält man die in den obenstehenden Diagrammen abgebildeten Zahlenfolgen, die offensichtlich zum selben Grenzwert konvergieren (Abb. 2).

Verändert man nun während der Berechnung der Werte den Parameter  $r$ , so verändert sich auch dieser Grenzwert. Das nebenstehende Diagramm, erzeugt mit  $r = 2.6$  bis  $r = 3.569$ , zeigt zunächst ein Ansteigen des Grenzwertes und anschließend eine Verzweigung in zwei Grenzwerte, zwischen denen die produzierten Werte hin und her pendeln. Durch weitere sogenannte *Bifurkationen* ergeben sich immer längere Zyklen, bis sie schliesslich bei einem Parameterwert  $r = 3.6268$  gewissermassen unendlich lang sind und chaotisches Verhalten auftritt (Abb. 3).

Man nennt dieses Gebilde einen Attraktor, da bei beliebiger Wahl eines Ausgangswertes die folgenden Werte immer näher zum Grenzwert bzw. zum Grenzyklus hingezogen werden. Wählt man beispielsweise  $r = 3.5$ , so wird bei beliebigem Startwert schon nach wenigen Schritten (*Iterationen*) ein Viererzyklus sichtbar.

Das nächste Diagramm zeigt den weiteren Verlauf des Attraktors mit dem Parameter  $r = 3.5$  bis  $r = 4$ . Erst ganz am Schluss, bei  $r = 4$ , herrscht völliges Chaos, das heisst, dass dann die produzierten Werte gleichmässig zwischen 0 und 1 verteilt sind; dazwischen gibt es immer wieder Zyklen – wie sich zeigen lässt beliebiger Länge – die sich durch Bifurkationen aufteilen (Abb. 4).

Man kann sich nun leicht vorstellen, dass diese und weitere interessante Verhaltensweisen eine wahre Fundgrube darstellen für Kompositionstechniken, in denen die Wahl beliebiger Parameterwerte nicht der «Phantasie» oder der «Willkür» des Komponisten überlassen, sondern mit Hilfe sowohl von Systemen (serielle Techniken) oder auch mittels Zufall (aleatorische oder stochastische Techniken) ermittelt wird. Dabei übt die Sparsamkeit der Mittel – eine einfache Formel, gesteuert mit einem einzigen Parameter – natürlich auf viele Komponisten einen besonderen Reiz aus.

## FRAKTAL UND SELBSTÄHNLICHKEIT

Die faszinierenden Bilder, die Eingangs erwähnt wurden, die sogenannten Fraktale, scheinen zunächst mit Chaos nichts zu tun zu haben, da zumindest die einfachen Beispiele eine klar sichtbare Ordnung aufweisen. Eine Möglichkeit, fraktale Kurven zu erzeugen, besteht darin, einem Modell durch ständige Verkleinerung und Vervielfältigung immer kleinere Strukturen hinzuzufügen. Das bekannteste Beispiel ist wohl die Kochkurve, benannt nach dem Mathematiker Helge von Koch, der die Anweisung zu ihrer Konstruktion bereits 1904 veröffentlichte. Sie entsteht, wenn in der unten abgebildeten Figur die einzelnen Linien durch verkleinerte Abbildungen der Figur ersetzt werden (Abb. 5).

2. Hermann Haken, *Erfolgsgeheimnisse der Natur. Synergetik: die Lehre vom Zusammenwirken*, Stuttgart 1986.

Abbildung 3

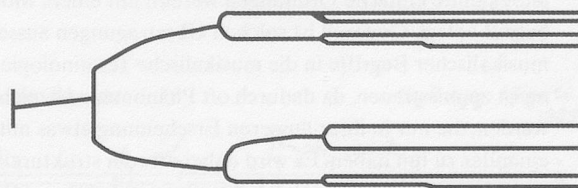


Abbildung 4

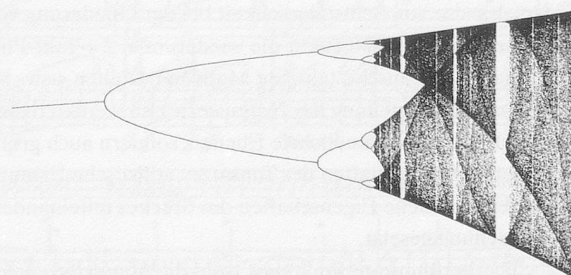
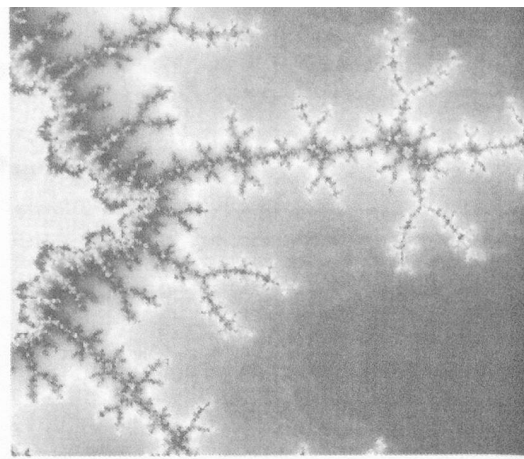
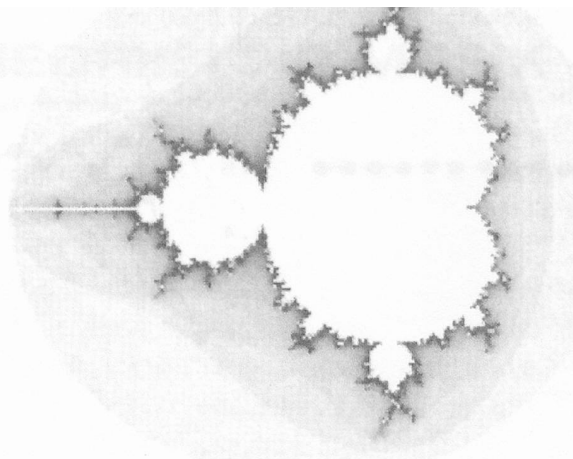


Abbildung 5







Wird dieser Vorgang unendlich fortgesetzt, so entsteht eine unendlich lange Kurve, da die Länge bei jedem Schritt um den Faktor  $4/3$  anwächst. Die Kurve hat keine geraden Abschnitte mehr und ist so dicht, dass sie in gewissem Sinn ein Zwischending zwischen Linie und Fläche darstellt. Es ist nun mathematisch (auf verschiedene Arten) möglich, solchen Kurven eine Dimension zuzuordnen, die zwischen jener der Geraden und jener der Flächen, also zwischen 1 und 2 liegt. Für die Kochkurve erhält man die Dimension 1.2691...<sup>3</sup> Diese gebrochene Zahl (fraction = Bruch) führte zum Begriff Fraktal, mit dem Figuren mit nicht ganzzahliger Dimension bezeichnet werden. Eine wichtige Eigenschaft vieler Fraktale ist ihre Selbstähnlichkeit, das heisst, dass eine gewisse Vergrößerung eines Ausschnittes der ganzen Kurve ähnlich ist. Die Kochkurve ist im strengen Sinn selbstähnlich, da ihre Form in jeder Vergrößerung genau gleich ist.

Ein Zusammenhang mit dem deterministischen Chaos besteht darin, dass gewisse Attraktoren, wie zum Beispiel der oben beschriebene, Fraktale sind und Selbstähnlichkeiten aufweisen. Der Begriff Selbstähnlichkeit wird nun oft auch in musikalischen Zusammenhängen verwendet, beispielsweise zur Beschreibung von kontrapunktischen Techniken, formalen Gliederungen oder harmonischen Abläufen auf verschiedenen Ebenen; dabei wird aber keineswegs ein Zusammenhang mit der Chaostheorie beschrieben, sondern altbekannte einfache Ordnungen werden mit einem Modebegriff belegt. Generell ist solchen Übertragungen aussermusikalischer Begriffe in die musikalische Terminologie meist zu misstrauen, da dadurch oft Phänomene bezeichnet werden, die nur in ihrer äusseren Erscheinung etwas miteinander zu tun haben. Es wird dabei oft rein strukturell gedacht, und die historischen und stilgeschichtlichen Hintergründe werden zu wenig berücksichtigt. Spricht man beispielsweise von Selbstähnlichkeit bei der Gliederung von Tanzsätzen (2 mal 8 Takte, die wiederum in 2 4-Takt-Phrasen zerfallen, die aus 2 2-taktigen Motiven bestehen, usw., bis zur geraden Unterteilung der Notenwerte), so werden dabei nicht nur unterschiedlichste Ebenen, sondern auch grundlegende Eigenschaften des Tonsatzes, stilistische Eigenheiten und individuelle Eigenschaften des Stückes miteinander in Beziehung gesetzt.

Das berühmteste Fraktal ist wohl die *Mandelbrotmenge*, benannt nach dem Mathematiker Benoît B. Mandelbrot,<sup>4</sup> die zwar wesentlich komplexer ist als die Kochkurve, aber dennoch sehr einfach definiert werden kann (Abb. 6).

Das linke Bild zeigt die Menge als Ganzes, das rechte die Vergrößerung eines kleinen Ausschnitts. Faszinierend sind vor allem Animationen, in denen immer tiefer in die Menge hineingezoomt wird; dadurch tauchen immer wieder neue

Formen auf. Die feinen Strukturen mit oft organisch anmutenden Verzweigungen und Verästelungen, die sich bis zu unendlicher Vergrößerung nie genau wiederholen und dennoch immer wieder Ähnlichkeiten aufweisen, lassen einen erschauern. Es verwundert nicht, dass immer wieder versucht wird, diese Strukturen in Klang umzusetzen. Dass aber wohl jedermann schon Bilder solcher Fraktale gesehen, aber kaum jemand fraktale Musik gehört hat, hat seine Gründe. Der wichtigste besteht darin, dass Fraktale geometrische, oft zweidimensionale Gebilde sind (wie die Mandelbrotmenge, die in der komplexen Zahlenebene definiert ist). In gewissem Sinn ist unsere Musik ebenfalls zweidimensional. Wie die traditionelle Notation deutlich zeigt, sind die wesentlichen Parameter Zeit und Tonhöhe. Doch der Versuch, geometrische Gebilde in Musik umzusetzen, indem man der einen Richtung die Zeit und der anderen die Tonhöhen zuordnet, muss aus verschiedenen Gründen scheitern. Einerseits haben die beiden Dimensionen völlig unterschiedlichen Charakter, andererseits unterscheiden sich beide grundsätzlich von geometrischen Dimensionen. Die Dimension der Tonhöhen ist für unsere Wahrnehmung alles andere als linear und homogen, jeder Abstand hat vielmehr seine eigene Qualität. Die traditionellen Intervalle haben, zum Teil naturgemäss, zum Teil durch ihren Gebrauch, je eigene Eigenschaften, Tonabstände, die nicht in unserem Tonsystem vorkommen, werden oft einfach als falsch empfunden. Hinzu kommt, dass das Auflösungsvermögen gleichzeitig erklingender Töne sehr beschränkt ist. Die Zeitdimension ist zwar in gewissem Sinn linear, wir können aber beim Hören, anders als bei Bildern oder in einer Partitur, nicht den gesamten Zeitverlauf überblicken, der Ablauf der Ereignisse ist vielmehr unumkehrbar, seine Geschwindigkeit normalerweise vorgegeben.

## KOMPOSITORISCHE PERSPEKTIVEN

Es gibt sehr unterschiedliche Möglichkeiten, wie die Begriffe und Modelle der Chaostheorie in Musik umgesetzt werden können. Nur am Rande sei die intuitive Auffassung jener Komponisten erwähnt, die sich zwar von den zur Rede stehenden Bildern und Begriffen inspirieren lassen, in ihren Kompositionen aber keine technische Details der Theorie verwenden. Dem prominentesten Vertreter, György Ligeti, ist sogar das Buch *Chaos. Bausteine der Ordnung* gewidmet.<sup>5</sup> Ligetis Musik der sechziger Jahre zeigt tatsächlich schon vor dem Boom der Chaostheorie «eine Auseinandersetzung mit komplexen Strukturen»; «doch haben sich die Spuren dieser Neigung nicht in leicht durchschaubaren Übersetzungen wissenschaftlicher Einsichten in kompositorische Muster niederschlagen».<sup>6</sup>

3. *Chaos. Bausteine der Ordnung* (Fussnote 1), S. 249.

4. Benoît B. Mandelbrot, *Die fraktale Geometrie der Natur*, Basel 1987.

5. *Chaos. Bausteine der Ordnung* (Fussnote 1), Vorwort.

6. *Chaos. Bausteine der Ordnung* (Fussnote 1), S. VIII.

daran, dass sich Tonhöhe, Klangfarbe und Lautstärke bei natürlichen Tönen, vor allem in der Einschwingphase, immer leicht verändern. Versucht man, synthetischen Klängen solche Veränderungen willkürlich hinzuzufügen, wirken diese selbst meist unnatürlich. Durch Simulation der physikalischen Vorgänge, zum Beispiel der nicht linearen Rückkopplung zwischen Bogen und Saite beim Streichen, können jedoch Klangentwicklungen simuliert werden, die physikalisch möglich sind und entsprechend natürlich klingen. Die Schwingungen einer Saite können zwar mit linearen Gleichungen mathematisch annähernd beschrieben werden, aber die Wechselwirkungen zwischen Saite und Bogen sind nicht linear; und beim abrupten Wechsel zwischen Phasen, bei denen die Bogenhaare auf den Saiten haften, und Perioden, in denen sie gleiten, handelt es sich um typische Diskontinuitäten. Streicht man nun mit zu viel Druck, so können, selbst wenn dieser Druck konstant ist, chaotische, das heisst geräuschhafte Schwingungen erzeugt werden. Andererseits stellt sich bei richtigem Druck sehr schnell eine regelmässige Rückkopplung zwischen der Saitenschwingung und der Wechselwirkung zwischen Bogen und Saite ein.

Vielfältige Möglichkeiten zur Anwendung der Chaostheorie ergeben sich aber vor allem in der Computermusik im engeren Sinn, die die Tradition der Elektronischen Musik und der Musique Concrète fortsetzt. Sowohl für die Klangproduktion selber als auch für die Verarbeitung der Klänge und die Steuerung der Parameter können hier in individueller Weise Techniken aus der Chaostheorie verwendet werden. Leider sind diese Werke selten kommentiert, und Notentexte oder graphische Partituren fehlen, wodurch es selten möglich ist, die Werke zu analysieren. (Zur Verwendung der logistischen Gleichung siehe den Artikel des amerikanischen Komponisten Gary Lee Nelson,<sup>9</sup> zur Selbstähnlichkeit siehe Gerald Bennetts Erläuterungen zu seinem Stück *Rainstick*.<sup>10</sup>) Da in der Computermusik seit langem chaotische Schwingungen, also Geräusche, Zufallsgeneratoren, aber auch komplexe deterministische Prozesse eine zentrale Rolle spielen, ergibt sich aus dem Einfluss der Chaostheorie nicht eine wesentliche Veränderung der Ästhetik, sondern vor allem neue, rationelle und vor allem adäquate technische Mittel, die Klangvorstellungen zu realisieren.

7. Fractals, Chaos, and Music:  
<http://thinks.com/ads/link.pl?url=http://www.geocities.com/SoHo/Square/7921/fmusic.html>;

Fractal Music Lab:  
<http://member.aol.com/strohbeen/fml.html>.

8. David C. Little,  
Composing with  
chaos:  
<http://vbs.ahk.nl/david/COMPwCHAOS.html>

9. Wind, Sand, and Sea Voyages: An Application of Granular Synthesis and Chaos to Musical Composition:  
<http://www.timara.oberlin.edu/people/%7Egnelson/papers/Gola/gola.htm>.

10. Proceedings II of the International Academy of Electroacoustic Music 1996, Bourges/Paris.

[illegible]