Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 57 (1982)

Artikel: Caractères unipotents de 3D4(Fq).

Autor: Spaltenstein, N.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-43905

Comment. Math. Helvetici **57** (1982) 676–691 0010-2571/82/004676-16\$01.50+0.20/0

Caractères unipotents de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$

N. SPALTENSTEIN

On calcule les 8 caractères unipotents et les fonctions de Green du groupe fini ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$ ($q=p^e$, p premier).

Les autres caractères irréductibles complexes de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$ s'obtiennent tous en prenant des combinaisons linéaires convenables des caractères des représentations virtuelles R_T^θ de Deligne et Lusztig [3], et ceux-ci peuvent être évalués à l'aide des fonctions de Green. On peut donc calculer tous les caractères irréductibles de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$.

L'auteur tient à remercier le Science and Engineering Research Council pour son soutien.

0. Notations et rappels

0.1. k est une clôture algébrique d'un corps fini $\mathbb{F}_q$, $q=p^e$, p premier.

0.2. G est un groupe algébrique sur k, simple de type D_4, défini sur $\mathbb{F}_q$, déployé sur $\mathbb{F}_{q^3}$ mais non sur $\mathbb{F}_q$. On note F l'endomorphisme de Frobenius de G. Le groupe qui nous intéresse est $G^F=\{g\in G \mid F(g)=g\}$.

0.3. On peut considérer G comme un sous-groupe d'un groupe simple G' de type F_4 défini sur $\mathbb{F}_q$. Deux tores maximaux F-stables de G sont G^F-conjugués si et seulement s'ils sont G'^F-conjugués. Les classes de F-conjugaison dans *le* groupe de Weyl W de G [3] correspondent à certaines classes de conjugaison dans le groupe de Weyl de G'. Pour ces dernières on utilise les notations de [1]. On note T_w un tore maximal F-stable de G correspondant à $w\in W$, et $\ell(w)$ est la longueur de w dans W. Soit encore $C_{W,F}(w)=\{x\in W \mid xwF(x)^{-1}=w\}$. Il y a 7 classes de F-conjugaison dans W:

F-classe de w	$\lvert C_{W,F}(w)\rvert$	$\lvert T_w\rvert$	$(-1)^{\ell(w)}$
$\tilde{A}_2$	12	$(q-1)(q^3-1)$	1
$\tilde{A}_2+A_1$	4	$(q+1)(q^3-1)$	-1
C_3	4	$(q-1)(q^3+1)$	-1
C_3+A_1	12	$(q+1)(q^3+1)$	1
$\tilde{A}_2+A_2$	24	$(q^2+q+1)^2$	1
$F_4(a_1)$	24	$(q^2-q+1)^2$	1
F_4	4	q^4-q^2+1	1

0.4. Le groupe W^F est diédral d'ordre 12 et il est engendré comme groupe de Coxeter par deux éléments s_1, s_2 avec $\ell(s_1)=1$, $\ell(s_2)=3$. Soient $\mathbb{1}$, ε_1, ε_2 et ε ses quatre représentations de degré 1, où $\mathbb{1}$ est la représentation triviale, ε est le signe, $\varepsilon_1(s_1)=\varepsilon_2(s_2)=-1$ et $\varepsilon_1(s_2)=\varepsilon_2(s_1)=1$. On note ρ_1 la représentation standard et on pose $\rho_2=\rho_1\otimes\varepsilon_1$.

0.5. On note $\mathcal{U}$ la variété unipotente de G. Il y a 6 G-classes F-stables dans $\mathcal{U}$ qu'on note $\varnothing$, A_1, $3A_1$, A_2, $D_4(a_1)$, D_4. A l'exception de A_2, et de D_4 si $p=2$, chacune de ces classes donne une seule orbite dans G^F. Les ordres des centralisateurs sont les suivants.

G^F-classe		$\lvert C_G(u)^F\rvert$
$\varnothing$		$(q^2-1)(q^6-1)(q^8+q^4+1)q^{12}$
A_1		$(q^6-1)q^{12}$
$3A_1$		$(q^2-1)q^{10}$
A_2'		$2(q^2+q+1)q^8$
A_2''		$2(q^2-q+1)q^8$
$D_4(a_1)$		q^6
D_4	$(p\neq 2)$	q^4
D_4'	$(p=2)$	$2q^4$
D_4''	$(p=2)$	$2q^4$

Après extension des scalaires à $\mathbb{F}_{q^3}$, on a l'interprétation suivante pour les classes A_2' et A_2'' (et pour D_4' et D_4'' si $p=2$). On a un espace vectoriel V sur $\mathbb{F}_{q^3}$, de dimension 8, muni d'une forme quadratique déployée Q et un élément u du groupe orthogonal. Si u appartient à la classe A_2 (ou D_4 si $p=2$) on peut trouver des sous-espaces orthogonaux u-stables V_1, V_2 tels que $V=V_1\oplus V_2$, $\dim V_1=2$, $\dim V_2=6$. Alors u appartient à A_2' (ou D_4' si $p=2$) si et seulement si la restriction de Q à V_1 (ou V_2) est déployée.

0.6. On suppose que G est adjoint. Si $\tilde{G}$ est simplement connexe de type D_4, défini sur $\mathbb{F}_q$, et $\pi:\tilde{G}\to G$ est une isogénie définie sur $\mathbb{F}_q$, $\tilde{G}^F\to G^F$ est un isomorphisme. Il s'ensuit par exemple que si $C\subset G$ est une classe semi-simple F-stable, alors C^F est une classe de conjugaison dans G^F.

0.7. Soient $B_0\subset G$ un sous-groupe de Borel et $T_0\subset B_0$ un tore maximal F-stables. On note U_0 le radical unipotent de B_0. Soient $\lambda_1,\ldots,\lambda_{12}$ les racines positives, et pour $1\leqslant i\leqslant 12$ soit $x_i:\mathbb{G}_a\to U_0$ un homomorphisme adapté à λ_i. Cela peut être fait de telle sorte que $\lambda_1=\alpha$, $\lambda_2=\beta$, $\lambda_3=\gamma$, $\lambda_4=\delta$ soient les racines simples, $\lambda_5=\alpha+\delta$, $\lambda_6=\beta+\delta$, $\lambda_7=\gamma+\delta$, $\lambda_8=\beta+\gamma+\delta$, $\lambda_9=\alpha+\gamma+\delta$, $\lambda_{10}=\alpha+\beta+\delta$, $\lambda_{11}=\alpha+\beta+\gamma+\delta$, $\lambda_{12}=\alpha+\beta+\gamma+2\delta$, $F(x_1(1))=x_2(1)$, $F(x_2(1))=x_3(1)$, $F(x_3(1))=x_1(1)$, $F(x_4(1))=x_4(1)$, $x_5(1)=[x_4(1),x_1(1)]$, $x_6(1)=[x_4(1),x_2(1)]$, $x_7(1)=[x_4(1),x_3(1)]$, $x_8(1)=[x_7(1),x_2(1)]=[x_6(1),x_3(1)]$, $x_9(1)=[x_5(1),x_3(1)]=$

$[x_7(1), x_1(1)]$, $x_{10}(1)=[x_6(1), x_1(1)]=[x_5(1), x_2(1)]$, $x_{11}(1)=[x_{10}(1), x_3(1)]=[x_9(1), x_2(1)]=[x_8(1), x_1(1)]$, $x_{12}(1)=[x_{11}(1), x_4(1)]=[x_5(1), x_8(1)]=[x_6(1), x_9(1)]=[x_7(1), x_{10}(1)]$.

On écrit les éléments de U_0 sous la forme $u=\prod_{1\leq i\leq 12} x_i(c_i)=x_1(c_1)\cdots x_{12}(c_{12})$. On pose $X_i=x_i(\mathbb{G}_a)$, $1\leq i\leq 12$.

0.8. Supposons p impair. Soit $s\in T_0^F$ l'élément tel que $\alpha(s)=\beta(s)=\gamma(s)=-\delta(s)=1$. Le centralisateur de s n'est pas connexe mais $C_G^0(s)$ est la seule composante F-stable. Il y a dans $C_G^0(s)^F$ deux classes unipotentes régulières qu'on note $4A_1'$ et $4A_1''$ et qui sont respectivement contenues dans les classes A_2' et A_2'' de G^F. Ces classes ont pour représentants $u'=x_1(1)x_2(1)x_3(1)x_{12}(1)$ et $u''=x_1(1)x_2(1)x_3(1)x_{12}(\zeta)$ où $\zeta\in\mathbb{F}_q$ n'est pas un carré.

0.9. Soient T un tore maximal F-stable de G et $\theta: T^F\to\mathbb{C}^*$ un caractère. Deligne et Lusztig [3] ont construit une représentation virtuelle R_T^θ de G^F. C'est ici le caractère de cette représentation qu'on note R_T^θ (en fait Deligne et Lusztig ne travaillent pas avec $\mathbb{C}$ mais au niveau des caractères cela n'a pas d'importance). La restriction de R_T^θ à $\mathcal{U}^F$ ne dépend pas de θ. C'est la fonction de Green $Q_{T,G}$. Si $g=su$ est la décomposition de Jordan de $g\in G^F$, on a

$$R_T^\theta(g)=\frac{1}{|C_G^0(s)^F|}\sum_{\substack{g\in G^F\\ gTg^{-1}\ni s}} Q_{gTg^{-1},C_G^0(s)}(u)\theta(g^{-1}sg)$$

0.10. Si H est un groupe algébrique défini sur $\mathbb{F}_q$, on pose $\varepsilon(H)=(-1)^r$, où r est la dimension d'un tore déployé maximal de H.

0.11. On note ϕ_i la valeur à q du i^e polynome cyclotomique (par exemple $\phi_6=q^2-q+1$).

0.12. Supposons p impair. On choisit un caractère $\psi:\mathbb{F}_{q^3}\to\mathbb{C}^*$ dont la restriction à $\mathbb{F}_q$ n'est pas triviale. Soit $\chi:\mathbb{F}_{q^3}^*\to\mathbb{C}^*$ l'homomorphisme tel que $\chi(x)=1$ si et seulement si x est un carré dans $\mathbb{F}_{q^3}$. Si $g=\sum_{a\in F_q^*}\chi(a)\psi(a)$, on a $|g|=q^{1/2}$ [6, p. 197].

0.13. Si $p=2$, soit $L:\mathbb{F}_{q^3}\to\mathbb{F}_{q^3}$ l'homomorphisme de groupes additifs $x\mapsto x+x^2$. Le noyau de L est $\{0, 1\}$ et on définit $\psi:\mathbb{F}_{q^3}\to\mathbb{C}^*$ par la condition $\operatorname{Ker}(\psi)=\operatorname{Im}(L)$. On considère l'extension $\mathbb{F}_{q^3}/\mathbb{F}_q$, avec $\operatorname{Tr}(x)=x+x^q+x^{q^2}$ et $\operatorname{N}(x)=x^{1+q+q^2}$. Nous aurons besoin de quelques résultats concernant ψ. Soit $E=\operatorname{Ker}(\operatorname{Tr})$. Remarquons tout d'abord que $\operatorname{Tr}(x)=3x=x$ si $x\in\mathbb{F}_q$, et donc $E\cap\mathbb{F}_q=0$. En particulier $E\cap\operatorname{Ker}(L)=0$, et comme $\operatorname{Tr}(x^2)=\operatorname{Tr}(x)^2$ on voit que L induit un automorphisme de E, d'où $\psi(E)=0$. Soit $x\in E, x\neq 0$, et soit $T^3+aT+b\in\mathbb{F}_q[T]$ son polynome minimal. On a $E=\mathbb{F}_qx\oplus\mathbb{F}_qx^2$, et si $y=\alpha x+\beta x^2\in E$ $(\alpha,\beta\in\mathbb{F}_q)$, alors $xy=\beta b+\beta ax+\alpha x^2$, d'où $|\{z\in\mathbb{F}_{q^3}\mid z\in E$ et $z^{-1}\in E\}|=(q-1)(1+(-1)^e)$. D'autre part tout $y\in\mathbb{F}_{q^3}$ est de la forme $\alpha+\beta x+\gamma x^2$

$(\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{F}_q)$ et $\psi(y) = \psi(\alpha)$. Donc $E = \{y \in \mathbb{F}_{q^3} \mid \mathbb{F}_q y \subset \mathrm{Ker}\,(\psi)\}$. En particulier E est le plus grand $\mathbb{F}_q$-sous-espace de $\mathbb{F}_{q^3}$ contenu dans Ker (ψ). Remarquons encore que pour $a \in \mathbb{F}_{q^3}$, $aE \subset E \Leftrightarrow a \in \mathbb{F}_q$.

LEMME. i) $$\sum_{\substack{b \in \mathbb{F}_{q^3}^*, c \in \mathbb{F}_{q^3} \\ \mathrm{Tr}(bc) = 0}} \psi(b+c) = -q^2$$

ii) $$\sum_{b \in \mathbb{F}_{q^3}, \mathrm{Tr}(b) = 0} \psi(b^{1+q}) = (-1)^e q.$$

iii) $$\sum_{b \in \mathbb{F}_{q^3}} \psi(b + b^{1+q}) = (-1)^e q^2.$$

iv) Si $\lambda \in \mathbb{F}_q$, $$\sum_{a \in \mathbb{F}_q^*, b \in \mathbb{F}_{q^3}} \psi\left(\lambda a + b + \frac{b^{q+q^2}}{a}\right) = (-1)^e \psi(\lambda) q^2.$$

Dans chaque cas on note S la somme considérée.

i) $$S = \sum_{b \in \mathbb{F}_{q^3}^*} \psi(b) \sum_{c \in b^{-1}E} \psi(c) = \sum_{b \in \mathbb{F}_q^*} \psi(b) q^2 = -q^2$$

puisque $b^{-1}E \subset \mathrm{Ker}\,(\psi) \Leftrightarrow b \in \mathbb{F}_q^*$.

ii) $$S = 1 + \sum_{\substack{b \in E \\ b \neq 0}} \psi\left(\frac{\mathrm{N}\,(b)}{b^{q^2}}\right) = 1 + \frac{1}{q-1} \sum_{\substack{b \in E \\ b \neq 0}} \sum_{x \in \mathbb{F}_q^*} \psi\left(\frac{\mathrm{N}\,(xb)}{(xb)^{q^2}}\right)$$

Mais

$$\frac{\mathrm{N}\,(xb)}{(xb)^{q^2}} = \frac{\mathrm{N}\,(b)}{b^{q^2}} x^2 \text{ et } b^{-q^2} \in E \Leftrightarrow b^{-1} \in E.$$

La seconde somme vaut donc $q-1$ si $b^{-1} \in E$, -1 si $b^{-1} \notin E$, et $S = (-1)^e q$.

iii) Pour $a \in \mathbb{F}_q$, $\psi(b + a + (b+a)^{1+q}) = \psi(b + b^{1+q})$. Donc

$$S = q \sum_{b \in E} \psi(b + b^{1+q}) = q \sum_{b \in E} \psi(b^{1+q}) = (-1)^e q^2.$$

iv) Posons $a = \alpha^2 = \alpha^{1+q}$, $\lambda = \mu^2$, $b = \alpha\beta$. Alors

$$S = \sum_{\alpha \in \mathbb{F}_q^*, \beta \in \mathbb{F}_{q^3}} \psi(\mu^2 \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^{q+q^2}) = \sum_{\alpha \in \mathbb{F}_q^*, \beta \in \mathbb{F}_{q^3}} \psi(\mu\alpha + \alpha\beta + \beta^{1+q})$$

$$= \sum_{\beta \in \mathbb{F}_{q^3}} \psi(\beta^{1+q}) \sum_{\alpha \in \mathbb{F}_q^*} \psi(\alpha(\mu + \beta))$$

La seconde somme vaut $q-1$ si $\mu+\beta\in E$, -1 sinon. Comme $\beta\mapsto\beta^{1+q}$ est une permutation de $\mathbb{F}_{q^3}$, on trouve

$$S=\sum_{\substack{\beta\in\mathbb{F}_{q^3}\\ \mathrm{Tr}(\mu+\beta)=0}}\psi(\beta^{1+q})q=q\sum_{\gamma\in E}\psi((\gamma+\mu)(\gamma^q+\mu))$$

$$=q\psi(\lambda)\sum_{\gamma\in E}\psi(\mu\gamma+\mu^q\gamma^q+\gamma^{1+q})=q\psi(\lambda)\sum_{\gamma\in E}\psi(\gamma^{1+q})=(-1)^e\psi(\lambda)q^2.$$

1. Fonctions de Green et caractères unipotents

Soit $T\subset G$ un tore maximal F-stable. La fonction de Green $Q_{T,G}$ définie par Deligne et Lusztig [3] est une application de $\mathcal{U}^F$ dans $\mathbb{Z}$, constante sur les G^F-classes. Il est pratique parfois de la considérer comme une fonction sur G^F nulle en dehors de $\mathcal{U}^F$. Soient $B\supset T$ un sous-groupe de Borel de G et $w\in W$ la position relative de B et FB. On sait que $Q_{T,G}$ ne dépend que de la classe de F-conjugaison de w dans W.

THÉORÈME 1. *Les fonctions de Green de G sont données par la Table* 1.

Si $s\in G^F$ est semi-simple, $s\neq 1$, les fonctions de Green de $C_G(s)$ sont connues. On peut donc calculer explicitement les caractères R_T^θ. En prenant des combinaisons linéaires convenables de ces caractères (les coefficients en sont explicitement connus) on trouve tous les caractères irréductibles de G^F à l'exception de quelques caractères unipotents. Il y a 8 caractères unipotents et nous n'avons que 7 fonctions de la forme R_T^1.

Les 6 représentations unipotentes qui apparaissent dans $R_{T_0}^1$ sont en correspondance avec les représentations de W^F. Avec les notations de [5] on a:

caractère de W^F	caractère de G^F	degré
$\mathbb{1}$	$[\mathbb{1}]=\mathbb{1}$	1
ε_1	$[\varepsilon_1]$	$q(q^4-q^2+1)$
ε_2	$[\varepsilon_2]$	$q^7(q^4-q^2+1)$
ε	$[\varepsilon]=\mathrm{St}$	q^{12}
ρ_1	$[\rho_1]$	$\frac{1}{2}q^3(q^3+1)^2$
ρ_2	$[\rho_2]$	$\frac{1}{2}q^3(q+1)^2(q^4-q^2+1)$

Il reste 2 représentations unipotentes paraboliques:

${}^3D_4[-1]$, de degré $\frac{1}{2}q^3(q^3-1)^2$, et

$${}^3D_4[1], \text{ de degré } \tfrac{1}{2}q^3(q-1)^2(q^4-q^2+1).$$

Les caractères R_T^1 se décomposent comme suit:

$\tilde{A}_2 : \mathbb{1} + \mathrm{St} + [\varepsilon_1] + [\varepsilon_2] + 2[\rho_1] + 2[\rho_2]$
$\tilde{A}_2 + A_1 : \mathbb{1} - \mathrm{St} - [\varepsilon_1] + [\varepsilon_2]$
$C_3 : \mathbb{1} - \mathrm{St} + [\varepsilon_1] - [\varepsilon_2]$
$C_3 + A_1 : \mathbb{1} + \mathrm{St} - [\varepsilon_1] - [\varepsilon_2] \quad -2\,{}^3D_4[-1] - 2\,{}^3D_4[1]$
$\tilde{A}_2 + A_2 : \mathbb{1} + \mathrm{St} - 2[\varepsilon_1] - 2[\varepsilon_2] + 2[\rho_1] - [\rho_2] \quad +3\,{}^3D_4[1]$
$F_4(a_1) : \mathbb{1} + \mathrm{St} + 2[\varepsilon_1] + 2[\varepsilon_2] \quad -3[\rho_2] - 2\,{}^3D_4[-1] \quad + {}^3D_4[1]$
$F_4 : \mathbb{1} + \mathrm{St} \quad -[\rho_1] \quad + {}^3D_4[-1].$

Rappelons brièvement comment on obtient ces résultats. La décomposition de $R_{T_0}^1$ et le degré de ses constituants irréductibles sont connus par la théorie des algèbres de Hecke (voir par exemple [2]). On obtient de manière similaire la décomposition de R_T^1 pour les classes $\tilde{A}_2 + A_1$ et C_3. Le cas où T est un tore de Coxeter (c'est-à-dire correspond à la classe F_4) est traité en détail dans [4]. En utilisant les relations d'orthogonalité et les degrés on peut décomposer R_T^1 pour les classes restantes. Pour les détails, voir [5].

Remarque. La restriction sur q donnée par [5] n'est en fait nécessaire, mais les calculs sont un peu plus longs.

La fonction $f = [\rho_1] - [\rho_2] + {}^3D_4[-1] - {}^3D_4[1]$ est orthogonale à tous les R_T^θ. Les fonctions R_T^1 et f forment donc une base orthogonale de l'espace engendré par les caractères unipotents, et il est facile d'écrire chacun de ces caractères en fonction de f et des R_T^1. En particulier, les caractères unipotents qui peuvent s'écrire comme combinaisons linéaires des R_T^1 sont ceux qui n'interviennent pas dans f.

Il est facile de décrire f, au signe près. Si $p = 2$ les caractères R_T^θ ne séparent pas les deux classes unipotentes régulières puisqu'ils prennent tous la valeur 1 sur ces deux classes. Soit $f_0 : G^F \to \mathbb{C}$ la fonction définie par

$$f_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \text{ n'est pas unipotent regulier} \\ 2q^2 & \text{si } x \text{ est unipotent régulier déployé} \\ -2q^2 & \text{si } x \text{ est unipotent régulier tordu.} \end{cases}$$

Il est clair que $f = \pm f_0$. Si $p \neq 2$, soit s l'élément de T_0^F tel que $\alpha(s) = \beta(s) = \gamma(s) = -\delta(s) = 1$ et soit $H = C_G(s)$. Il y a dans H^F deux classes unipotentes régulières qui correspondent à A_2' et A_2'' (0.8). Si u', u'' appartiennent à ces classes, su' et su'' ne sont pas séparés par les R_T^θ. Soit $f_0: G^F \to \mathbb{C}$ la fonction définie par

$$f_0(x) = \begin{cases} 2q^2 & \text{si } x \text{ est } G^F\text{-conjugué à } su' \\ -2q^2 & \text{si } x \text{ est } G^F\text{-conjugué à } su'' \\ 0 & \text{dans les autres cas.} \end{cases}$$

Il est clair ici aussi que $f = \pm f_0$.

PROPOSITION. $f = f_0$.

THÉORÈME 2. *Les caractères unipotents de G^F sont donnés par la Table* 2.

2. Preuve du Théorème 1

On numérote les F-classes dans W dans l'ordre opposé à celui utilisé dans la Table 1, on note $Q_1, \ldots, Q_7$ les fonctions de Green et $P_1, \ldots, P_7$ les fonctions données par la Table 1 (de sorte que P_1, Q_1 correspondent à F_4 et P_7, Q_7 à $\tilde{A}_2$). On utilise les propriétés suivantes des fonctions de Green [3]:

1) $Q_{T,G}(u) = 1$ si $u \in \mathcal{U}^F$ est régulier.

2) $Q_{T,G}(1) = \varepsilon(T)\varepsilon(G)\dfrac{|G^F|}{|T^F|\,|U_0^F|}$

3) (Orthogonalité) Si T, T' sont des tores maximaux F-stables de G et $N(T, T') = \{g \in G \mid Tg = gT'\}$, alors

$$\sum_{u \in \mathcal{U}^F} Q_{T,G}(u) Q_{T',G}(u) = \frac{|N(T, T')^F|}{|T^F|\,|T'^F|}|G^F|$$

Ces propriétés sont vérifiées par les fonctions $P_1, \ldots, P_7$.

On utilise aussi:

4) Soient $P \supset T$ un sous-groupe parabolique F-stable de G, $L \supset T$ un facteur de Levi de P et π la projection de P^F sur L^F. Alors

$$Q_{T,G} = \operatorname{Ind}_{P^F}^{G^F}(Q_{L,T} \circ \pi).$$

On utilise (4) pour vérifier que $Q_i = P_i$, $5 \leqslant i \leqslant 7$. Le calcul est assez facile sauf pour A_2' et A_2'', mais en tenant compte de (3) on obtient le résultat désiré.

Soit $a' \in M_7(\mathbb{R})$ la matrice telle que $Q_i = \sum_{1 \leq j \leq 7} a'_{ij} P_j$ $(1 \leq i \leq 7)$ et soient

$$d = \begin{pmatrix} \phi_{12}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6\phi_6^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6\phi_3^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\phi_2^{-2}\phi_6^{-1} \end{pmatrix} \qquad x' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad x'' = \begin{pmatrix} \phi_{12}^{-1} \\ \phi_6^{-2} \\ \phi_3^{-2} \\ \phi_2^{-2}\phi_6^{-1} \end{pmatrix}$$

On déduit de (1), (2) et (3) que a' est de la forme $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$, $a \in M_4(\mathbb{R})$, et que

$$ad{}^t a = d, \qquad ax' = x', \qquad ax'' = x''.$$

En particulier a appartient au groupe $K = \{g \in M_4(\mathbb{R}) \mid gd{}^t g = d, gx' = gx', gx'' = x''\}$ isomorphe à $O_2(\mathbb{R})$. Soit $V = \{v \in M_{4,1}(\mathbb{R}) \mid {}^t vx' = {}^t vx'' = 0\}$. Les réflections contenues dans K sont les matrices de la forme $I - 2b$ où $b = dv{}^t v/(v, v)$, $v \in V$, $v \neq 0$ et $(v, v) = {}^t vdv$. Les vecteurs

$$r = \begin{pmatrix} \phi_{12}(\phi_3^2 - \phi_2^2\phi_6) \\ 0 \\ \phi_3^2(\phi_2^2\phi_6 - \phi_{12}) \\ \phi_2^2\phi_6(\phi_{12} - \phi_3^2) \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad s = \begin{pmatrix} \phi_{12}(\phi_6^2 - \phi_2^2\phi_6) \\ \phi_6^2(\phi_2^2\phi_6 - \phi_{12}) \\ 0 \\ \phi_2^2\phi_6(\phi_{12} - \phi_6^2) \end{pmatrix}$$

forment une base de V.

Soit $H = (X_8X_9X_{10}X_{11}X_{12})^F$ et soit $\phi : H \to \mathbb{C}^*$ le caractère défini par $\phi(h) = \psi(c_{12})$ si $h = \prod_{8 \leq i \leq 12} x_i(c_i)$. Sous l'action de $N_{G^F}(H)$, ϕ a $q^5 - q^3$ conjugués, et il s'ensuit que pour le caractère unipotent $\rho = [\varepsilon_1]$ de degré $q^5 - q^3 + q$ on doit avoir $\langle \phi, \rho \rangle_H \in \{0, 1\}$. On va utiliser cela pour montrer qu'il n'y a qu'un tout petit nombre de possibilités pour a, puis en utilisant le fait que les fonctions de Green sont à valeurs dans $\mathbb{Z}$ on verra que $a = I$. Remarquons que si l'on utilise les fonctions données dans la Table 1 on a $\langle \rho, \phi \rangle_H = 1$.

Soient $c = \frac{1}{12}(0 \;\; 1 \;\; -1 \;\; -1) \in M_{1,4}(\mathbb{R})$ et

$$y = \begin{pmatrix} \langle P_1, \phi \rangle_H \\ \langle P_2, \phi \rangle_H \\ \langle P_3, \phi \rangle_H \\ \langle P_4, \phi \rangle_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q^7 - q \\ q^7 + 2q^6 - 4q^4 - 4q^3 + 3q + 2 \\ q^7 - 2q^6 + 4q^4 - 4q^3 + 3q - 2 \\ q^7 - q^6 - q^4 + 2q^3 - 1 \end{pmatrix} \in M_{4,1}(\mathbb{R}).$$

On a $cdr = 6q^2$, $cds = 18q^2$, ${}^t ry = -2q^8 + 2q^2$, ${}^t sy = -6q^8 + 6q^2$.

On a $cay = cy$ si $\langle \rho, \phi \rangle_H = 1$, $cay = cy - 1$ si $\langle \rho, \phi \rangle_H = 0$. On va voir qu'en fait $cay - cy \geq 0$.

Cas I. $\det(a)=1$, $a\neq I$. On prend $a=(I-2b_0)(I-2b)$ où

$$b_0=\frac{dr^tr}{(r,r)},\quad b=\frac{dv^tv}{(v,v)}\quad \text{et } v=\lambda r+s.$$

Comme

$$b_0b=\frac{dr^trdv^tv}{(r,r)(v,v)}=\frac{(r,v)dr^tv}{(r,r)(v,v)},$$

on a

$$\begin{aligned}(r,r)(v,v)(cay-cy)&=-2(v,v)cdr^try-2(r,r)cdv^tvy+4(r,v)cdr^tvy\\&=-2(6q^2)(-2q^8+2q^2)((v,v)+(r,r)(\lambda+3)^2-2(r,v)\\&\qquad\times(\lambda+3))\\&=24q^4(q^6-1)(v-(\lambda+3)r,v-(\lambda+3)r)>0.\end{aligned}$$

On a donc $cay-cy>0$, une contradiction.

Cas II. $\det(a)=-1$. On prend $a=I-2b$ où $b=dv^tv/(v,v)$, $v=\lambda r+\mu s\in V$, $v\neq 0$. On a $(v,v)(cay-cy)=-2cdv^tvy=24q^4(q^6-1)(\lambda+3\mu)^2$, d'où $\lambda+3\mu=0$. Pour démontrer le Théorème 1 il suffit de montrer que cela n'est pas possible. Si $u\in\mathcal{U}^F$ est sous-régulier,

$$Q_2(u)=2q+1-\frac{2q^3(q^2+q+1)^2}{2q^8+6q^7+11q^6+14q^5+15q^4+14q^3+11q^2+6q+2}\notin\mathbb{Z},$$

une contradiction.

3. Preuve du théorème 2 et de la proposition

Comme on l'a remarqué plus haut, les caractères unipotents de G^F sont des combinaisons linéaires des caractères virtuels R_T^1 et de $f=[\rho_1]-[\rho_2]+{}^3D_4[-1]-{}^3D_4[1]$. On peut calculer les R_T^1 à l'aide de (0.9) puisque les fonctions de Green de G et des centralisateurs des éléments semi-simples de G^F sont connues. On sait aussi que $f=\varepsilon f_0$ où f_0 est comme au paragraphe 1 et $\varepsilon=\pm 1$. On peut donc calculer les caractères unipotents à l'exception de $[\rho_1]$, $[\rho_2]$, ${}^3D_4[1]\,{}^3D_4[-1]$ sur les deux classes qui forment le support de f_0.

Supposons p impair. On utilise les notations de (0.8). Soient $H_0=(X_1X_2X_3X_{12})^F$ et $H=H_0\cup sH_0$. Soit θ le caractère linéaire de H défini par $\theta(s)=1$ et $\theta(x_1(a)x_2(a^q)x_3(a^{q^2})x_{12}(b))=\psi(a+b)$ $(a\in\mathbb{F}_{q^3}, b\in\mathbb{F}_q)$.

Soient $g_1=\sum_{a\in\mathbb{F}_{q^3}^*}\chi(a)\psi(a)$, $g_2=\sum_{b\in\mathbb{F}_{q^3}^*}\chi(b)\psi(b)$ et $a=g_1g_2q^{-2}$. On sait que $|g_1|=q^{3/2}$, $|g_2|=q^{1/2}$, donc $|a|=1$. Un calcul facile montre que $\langle[\rho_1],\theta\rangle_H=\frac{1}{4}(q^5+q^2+a(q+\varepsilon))$. Donc $a\in\mathbb{R}$, $a=\pm1$ et

$$q^5+q^2+a(q+\varepsilon)\equiv 0 \qquad (\mathrm{mod}\ 4).$$

Comme $q+\varepsilon$ est pair, $a(q+\varepsilon)\equiv q+\varepsilon$ (mod 4). Donc

$$q^5+q^2+q+\varepsilon\equiv 0 \qquad (\mathrm{mod}\ 4),$$

d'où $\varepsilon\equiv 1$ (mod 4), et finalement $\varepsilon=1$.

Si $p=2$ on prend $H_0=(\prod_{4\leqslant i\leqslant 12}X_i)^F$ et $H=H_0\cup x_1(1)x_2(1)x_3(1)H_0$. Soit θ le caractère linéaire de H tel que $\theta(u)=\psi(c_5+c_8)$ et $\theta(x_1(1)x_2(1)x_3(1))=1$, où $c_1,\ldots,c_{12}$ sont comme en (0.7). On calcule $\langle[\rho_1],\theta\rangle_H$ à l'aide du lemme (0.13).

On écrit $u\in H$ comme en (0.7) et on pose $a=c_4\in\mathbb{F}_q$, $b=c_5\in\mathbb{F}_{q^3}$, $c=c_8\in\mathbb{F}_{q^3}$, $d=c_{11}\in\mathbb{F}_q$, $e=c_{12}\in\mathbb{F}_q$.

L'élément u de H est régulier si et seulement si $c_1=1$ et $a\neq 0$, et il appartient à D_4' si de plus $\psi(c/a+b^{1+q}/a^2)=1$. On a donc

$$\langle f_0,\theta\rangle_H=q^{-7}\sum_{\substack{a,b,c,d,e\\ a\neq 0}}\psi\left(b+c+\frac{c}{a}+\frac{b^{1+q}}{a^2}\right).$$

En sommant sur c on trouve 0 sauf si $a=1$. Donc

$$\langle f_0,\theta\rangle_H=q^{-2}\sum_b\psi(b+b^{1+q})=(-1)^e.$$

Si $c_1=1$ et $a=0$, u appartient à la classe A_2 si $b\in\mathbb{F}_q$ et $\mathrm{Tr}\,(b+c)\neq 0$, et à A_2' si de plus

$$\psi\left(\frac{e+bd+b^2+(b+c)^{1+q^2}}{\mathrm{Tr}\,(b+c)^2}\right)=1.$$

On est ainsi amené à calculer

$$\sum_{\substack{b,c,d,e\\ b\in\mathbb{F}_q,\,\mathrm{Tr}\,(b+c)\neq 0}}\psi(b+c)=q^3\sum_{\substack{x\in\mathbb{F}_{q^3}\\ \mathrm{Tr}(x)\neq 0}}\psi(x)=-q^5$$

et

$$\sum_{\substack{b,c,d,e\\ b\in\mathbb{F}_q,\,\mathrm{Tr}(b+c)\neq 0}} \psi\left(b+c+\frac{e+bd+b^2+(b+c)^{1+q^2}}{\mathrm{Tr}\,(b+c)^2}\right)=0$$

comme on le voit en sommant d'abord sur e.

Considérons maintenant quelques éléments de H_0. Si $a=0$, u appartient à la classe A_2 si $\mathrm{Tr}\,(bc)\neq 0$, et à A_2' si de plus

$$\psi\left(\frac{\mathrm{N}\,(b)d}{\mathrm{Tr}\,(bc)^2}+\frac{(bc)^{1+q}}{\mathrm{Tr}\,(bc)^2}\right)=1.$$

On doit donc calculer

$$\sum_{\substack{b,c,d,e\\ \mathrm{Tr}(bc)\neq 0}} \psi(b+c)=q^2\sum_{\substack{b\neq 0,c\\ \mathrm{Tr}(bc)\neq 0}} \psi(b+c)=-q^2\sum_{\substack{b\neq 0,c\\ \mathrm{Tr}(bc)=0}} \psi(b+c)=q^4$$

et

$$\sum_{\substack{b,c,d,e\\ \mathrm{Tr}(bc)\neq 0}} \psi\left(b+c+\frac{\mathrm{N}(b)d}{\mathrm{Tr}\,(bc)^2}+\frac{(bc)^{1+q}}{\mathrm{Tr}\,(bc)^2}\right)=0$$

comme on le voit en sommant d'abord sur d, puisque $\mathrm{N}(b)/\mathrm{Tr}(bc)^2\in\mathbb{F}_q^*$.

Si $a^*\neq 0$, soient $x=c+b^{q+q^2}/a$, $y=d+\mathrm{Tr}(bc)/a$. Alors u appartient à la classe A_2 si $y\neq 0$, et à A_2' si de plus $\psi(\mathrm{N}\,(x)/ay^2)=1$. On calcule

$$\sum_{\substack{a,b,c,d,e\\ a\neq 0,\,ad\neq \mathrm{Tr}(bc)}} \psi(b+c)=q(q-1)\sum_{\substack{a,b,c\\ a\neq 0}} \psi(b+c)=0$$

et

$$S=\sum_{\substack{a,b,c,e,y\\ a\neq 0,\,y\in\mathbb{F}_q^*}} \psi\left(b+c+\frac{\mathrm{N}\,(x)}{ay^2}\right)=q\sum_{\substack{a,b,c\\ a\neq 0}} \psi(b+c)\sum_{y\in\mathbb{F}_q^*} \psi\left(\frac{\mathrm{N}\,(x)}{ay^2}\right),$$

où x est défini comme ci-dessus. La dernière somme sur y vaut -1 si $x\neq 0$, et $q-1$ si $x=0$. Donc

$$S=-q\sum_{\substack{a,b,c\\ a\neq 0}} \psi(b+c)+q^2\sum_{\substack{a,b,c\\ x=0}} \psi(b+c)=q^2\sum_{\substack{a,b\\ a\neq 0}} \psi\left(b+\frac{b^{q+q^2}}{a}\right)=(-1)^e q^4.$$

Les autres classes sont plus faciles à décrire et tous les calculs peuvent se faire à l'aide du lemme. On trouve finalement $\langle[\rho_1], \theta\rangle_H = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(-1)^e(\varepsilon + 1)$. C'est aussi un entier, et comme $\varepsilon = \pm 1$, on doit avoir $\varepsilon = 1$.

Remarque. Dans le cas où $p = 2$, on peut modifier θ comme suit. On peut prendre $\theta(x_1(1)x_2(1)x_3(1)) = -1$. On peut aussi poser $\theta(u) = (\lambda c_4 + c_5 + c_8)$ $(u \in H_0)$, où $\lambda \in \mathbb{F}_q$, $\psi(\lambda) = -1$. On obtient ainsi 4 caractères non conjugués sous l'action du normalisateur de H. Chacun de ces caractères apparaît dans la restriction d'exactement un des caractères $[\rho_1], [\rho_2], {}^3D_4[-1], {}^3D_4[1]$, et avec multiplicité 1.

4. Tables

La Table 1 donne les fonctions de Green et la Table 2 les caractères unipotents.

Soit $g = su$ la décomposition de Jordan de $g \in G^F$ (s semi-simple, u unipotent). La valeur à g des caractères unipotents ne dépend que de la classe de conjugaison de $C^0_G(s)$ (sous l'action de G^F) et de la classe de u dans $C^0_G(s)^F$ Soient $T \subset B$ un tore maximal et un sous-groupe de Borel F-stables de $C^0_G(s)$. La classe de G^F-conjugaison de $C^0_G(s)$ est caractérisée par le type de $C^0_G(s)$ et l'ordre de T^F. Lorsque g est semi-simple régulier, l'indication de la classe de u est omise.

Table 1
Fonctions de Green de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$

	$\varnothing$	A_1	$3A_1$	A_2'	A_2''	$D_4(a_1)$	D_4
$\tilde{A}_2$	$q^{12}+q^{11}+q^9+2q^8+q^7$ $+q^5+2q^4+q^3+q+1$	q^7+2q^4 $+q^3+q+1$	$2q^4+2q^3$ $+q+1$	$2q^3+q^2$ $+q+1$	$2q^3-q^2$ $+q+1$	$q+1$	1
$\tilde{A}_2+A_1$	$-q^{12}+q^{11}-q^9+q^7$ $-q^5+q^3-q+1$	q^7+q^3 $-q+1$	$-q+1$	$-q^2$ $-q+1$	q^2 $-q+1$	$-q+1$	1
C_3	$-q^{12}-q^{11}+q^9-q^7$ $+q^5-q^3+q+1$	$-q^7-q^3$ $+q+1$	$q+1$	q^2 $+q+1$	$-q^2$ $+q+1$	$q+1$	1
C_3+A_1	$q^{12}-q^{11}-q^9+2q^8-q^7$ $-q^5+2q^4-q^3-q+1$	$-q^7+2q^4$ $-q^3-q+1$	$2q^4-2q^3$ $-q+1$	$-2q^3-q^2$ $-q+1$	$-2q^3-q^2$ $-q+1$	$-q+1$	1
$\tilde{A}_2+A_2$	$q^{12}-2q^{11}+4q^9-4q^8-2q^7$ $+6q^6-2q^5-4q^4+4q^3-2q+1$	$-2q^7+3q^6-4q^4$ $+4q^3-2q+1$	$-q^4+2q^3$ $-2q+1$	$5q^3-2q^2$ $-2q+1$	$-q^3+2q^2$ $-2q+1$	$-2q+1$	1
$F_4(a_1)$	$q^{12}+2q^{11}-4q^9-4q^8+2q^7$ $+6q^6+2q^5-4q^4-4q^3+2q+1$	$2q^7+3q^6-4q^4$ $-4q^3+2q+1$	$-q^4-2q^3$ $+2q+1$	q^3+2q^2 $+2q+1$	$-5q^3-2q^2$ $+2q+1$	$2q+1$	1
F_4	$q^{12}-2q^6+1$	$-q^6+1$	$-q^4+1$	$-q^3+1$	q^3+1	1	1

Table 2
Caractères unipotents de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$

$\varnothing, \phi_1^2\phi_3$									
	$\varnothing$	A_1	$3A_1$	A_2'	A_2''	$D_4(a_1)$	D_4 $p\neq 2$	D_4' $p=2$	D_4'' $p=2$
$[\mathbf{1}]=\mathbf{1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$[\varepsilon_1]$	q^5-q^3+q	$-q^3+q$	q	q^2+q	$-q^2+q$	q	0	0	0
$[\rho_1]$	$\frac{1}{2}q^3(q^3+1)^2$	$\frac{1}{2}q^3(q^3+1)$	$\frac{1}{2}q^3(q+1)$	q^3	0	0	0	$\frac{1}{2}q^2$	$-\frac{1}{2}q^2$
$[\rho_2]$	$\frac{1}{2}q^3(q+1)^2(q^4-q^2+1)$	$\frac{1}{2}q^3(-q^3+2q+1)$	$\frac{1}{2}q^3(q+1)$	0	q^3	0	0	$-\frac{1}{2}q^2$	$\frac{1}{2}q^2$
${}^3D_4[-1]$	$\frac{1}{2}q^3(q^3-1)^2$	$\frac{1}{2}q^3(-q^3+1)$	$\frac{1}{2}q^3(-q+1)$	0	q^3	0	0	$\frac{1}{2}q^2$	$-\frac{1}{2}q^2$
${}^3D_4[1]$	$\frac{1}{2}q^3(q-1)^2(q^4-q^2+1)$	$\frac{1}{2}q^3(q^3-2q+1)$	$\frac{1}{2}q^3(-q+1)$	q^3	0	0	0	$-\frac{1}{2}q^2$	$\frac{1}{2}q^2$
$[\varepsilon_2]$	$q^{11}-q^9+q^7$	q^7	0	0	0	0	0	0	0
$[\varepsilon]=\mathrm{St}$	q^{12}	0	0	0	0	0	0	0	0

Table 2.
Caractères unipotents de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$ (*suite*)

	$4A_1, \phi_1^2\phi_3$ $(p\neq 2)$					$3A_1, \phi_1^2\phi_3$		$3A_1, \phi_1\phi_2\phi_3$		$A_2, \phi_1^2\phi_3$		
	$\varnothing$	A_1	$3A_1$	$4A_1'$	$4A_1''$	$\varnothing$	$3A_1$	$\varnothing$	$3A_1$	$\varnothing$	A_1	A_2
$[\mathbf{1}]=\mathbf{1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$[\varepsilon_1]$	q	0	q	0	0	1	1	-1	-1	q^2+q-1	$q-1$	-1
$[\rho_1]$	$\frac{1}{2}(q^4+q^3+q+1)$	$\frac{1}{2}(q^3+1)$	$\frac{1}{2}(q+1)$	$\frac{1}{2}(q^2+1)$	$\frac{1}{2}(-q^2+1)$	q^3+1	1	0	0	q^3+1	1	1
$[\rho_2]$	$\frac{1}{2}(q^4+q^3+q+1)$	$\frac{1}{2}(q^3+1)$	$\frac{1}{2}(q+1)$	$\frac{1}{2}(-q^2+1)$	$\frac{1}{2}(q^2+1)$	q^3+1	1	0	0	q^2+q	q	0
${}^3D_4[-1]$	$\frac{1}{2}(-q^4+q^3+q-1)$	$\frac{1}{2}(q^3-1)$	$\frac{1}{2}(q-1)$	$\frac{1}{2}(q^2-1)$	$\frac{1}{2}(-q^2-1)$	0	0	q^3-1	-1	0	0	0
${}^3D_4[1]$	$\frac{1}{2}(-q^4+q^3+q-1)$	$\frac{1}{2}(q^3-1)$	$\frac{1}{2}(q-1)$	$\frac{1}{2}(-q^2-1)$	$\frac{1}{2}(q^2-1)$	0	0	q^3-1	-1	q^3-q^2-q+1	$-q+1$	1
$[\varepsilon_2]$	q^3	q^3	0	0	0	q^3	0	q^3	0	$-q^3+q^2+q$	q	0
$[\varepsilon]=\mathrm{St}$	q^4	0	0	0	0	q^3	0	$-q^3$	0	q^3	0	0

Table 2
Caractères unipotents de ${}^3D_4(\mathbb{F}_q)$ (*fin*)

	$A_2, \phi_1\phi_2\phi_6$			$A_1, \phi_1^2\phi_3$		$A_1, \phi_1\phi_2\phi_6$		$\varnothing$ (éléments semi-simples réguliers)						
	$\varnothing$	A_1	A_2	$\varnothing$	A_1	$\varnothing$	A_1	$\phi_1^2\phi_3$	$\phi_1\phi_2\phi_3$	$\phi_1\phi_2\phi_6$	$\phi_2^2\phi_6$	ϕ_3^2	ϕ_6^2	ϕ_{12}
$[\mathbf{1}]=\mathbf{1}$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$[\varepsilon_1]$	$-q^2+q+1$	$q+1$	1	q	0	q	0	1	−1	1	−1	−2	2	0
$[\rho_1]$	0	0	0	$q+1$	1	0	0	2	0	0	0	2	0	−1
$[\rho_2]$	q^3+q^2-q-1	$-q-1$	−1	$q+1$	1	0	0	2	0	0	0	−1	−3	0
${}^3D_4[-1]$	q^3-1	−1	−1	0	0	$q-1$	−1	0	0	0	−2	0	−2	1
${}^3D_4[1]$	$-q^2+q$	q	0	0	0	$q-1$	−1	0	0	0	−2	3	1	0
$[\varepsilon_2]$	$-q^3-q^2+q$	q	0	1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	−2	2	0
$[\varepsilon]=\mathrm{St}$	$-q^3$	0	0	q	0	$-q$	0	1	−1	−1	1	1	1	1

RÉFÉRENCES

[1] Carter R. W., *Conjugacy classes in the Weyl group. Dans: A. Borel et al., Seminar on algebraic groups and related finite groups.* Lecture Notes in Math. *131*. Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag 1970.

[2] Curtis, C. W., Iwahori, N. et Kilmoyer, R., *Hecke algebras and characters of parabolic type of finite groups with (B, N)-pairs.* Publ. Math. I.H.E.S. *40* (1972), 81–116.

[3] Deligne P. et Lusztig G., *Representations of reductive groups over finite fields.* Annals of Math. *103* (1976), 103–161.

[4] Lusztig G., *Coxeter orbits and eigenspaces of Frobenius.* Inventiones Math. *38* (1976), 101–159.

[5] Lusztig G., *On the unipotent characters of the exceptional groups over finite fields.* Inventiones Math. *60* (1980), 173–193.

[6] SGA $4\frac{1}{2}$, *Cohomologie étale (dirigé par P. Deligne).* Lecture Notes in Math. *569*. Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag 1977.

Forschungsinstitut für Mathematik
ETH-Zentrum
CH-8092 Zürich

Reçu le 25 juin 1982