

Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 27 (1953)

Artikel: Über die untere Grenze der Ordnung n -stufig nichtkommutativer Gruppen.
Autor: Szépál, I.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-21886>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 04.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

INHALTSVERZEICHNIS

§ 1.	Einleitung und Übersicht	1
§ 2.	Nichteuklidische Bewegungen	13
§ 3.	Allgemeines über Riemannsche Flächen und analytische Abbildungen	17
§ 4.	Die Moduln der Wegklassen einer hyperbolischen Riemannschen Fläche. Flächen mit diskretem Modulspektrum	24
§ 5.	Die hyperbolische Metrik und das Schwarzsche Lemma	26
§ 6.	Verallgemeinerung des Großen Picardschen Satzes	28
§ 7.	Hilfssätze über stetige Konvergenz von Abbildungsfolgen	32
§ 8.	Verallgemeinerung des Montelschen Satzes über Folgen meromorpher Funktionen mit drei Ausnahmewerten	33
§ 9.	Beweis von Satz A	37
§ 10.	Beweis von Satz B	40
§ 11.	Beweis von Satz C	43
§ 12.	Vier Lemmata	44
§ 13.	Beweis von Satz I	54
§ 14.	Beweis von Satz II.	57
§ 15.	Beweis von Satz III	58
§ 16.	Beweis von Satz IV	60
§ 17.	Beweis von Satz V	63
§ 18.	Beweis von Satz VI	64
§ 19.	Beweis von Satz VII	69
	Literaturverzeichnis	72

Über die untere Grenze der Ordnung n -stufig nichtkommutativer Gruppen

Von I. SZÉLPÁL, Szeged (Ungarn)

In einer Arbeit¹⁾ hat *L. Rédei* die Stufenzahl n (≥ 0) der Nichtkommutativität für endliche Gruppen folgendermaßen definiert: Durch die Stufenzahl $n = 0$ sind die kommutativen Gruppen charakterisiert, und für eine beliebige Gruppe G soll n um 1 größer sein als das Maximum der Stufenzahlen der echten Untergruppen von G . Bezüglich dieser Stufenzahl will ich jetzt folgenden Satz beweisen:

¹⁾ *L. Rédei*, Das „schiefe Produkt“ in der Gruppentheorie, *Comment. Math. Helv.* 20 (1947), 225—264.

Die untere Grenze der Ordnung einer n -stufig nichtkommutativen Gruppe ist $3 \cdot 2^n$.

Zum Beweis konstruiere ich zunächst eine Gruppe G von der Ordnung $3 \cdot 2^n$, die n -stufig nichtkommutativ ist. G sei das direkte Produkt von $n - 1$ Gruppen 2-ter Ordnung Z_1, \dots, Z_{n-1} und von der symmetrischen Gruppe S_6 der Ordnung 6:

$$G = Z_1 \times \dots \times Z_{n-1} \times S_6 .$$

Da S_6 eine 1-stufig nichtkommutative Gruppe ist, sieht man auf Grund der Untergruppenkette

$$G \supset Z_2 \times \dots \times Z_{n-1} \times S_6 \supset \dots \supset Z_{n-1} \times S_6 \supset S_6 ,$$

daß G eine mindestens n -stufig nichtkommutative Gruppe ist. Andererseits aber ist G höchstens n -stufig nichtkommutativ, da das letzte Glied U_n einer beliebigen (streng abnehmenden) Untergruppenkette

$$G \supset U_1 \supset \dots \supset U_n$$

als eine Gruppe von Primzahlordnung (oder von der Ordnung 1) immer kommutativ ist.

Es soll nur noch gezeigt werden, daß eine beliebige Gruppe G von einer Ordnung $< 3 \cdot 2^n$ höchstens $(n - 1)$ -stufig nichtkommutativ ist. Das ist für $n = 1$ klar. Nehmen wir an, daß die Behauptung für $n - 1$ statt n schon bewiesen ist, und betrachten wir eine Gruppe G von einer Ordnung $< 3 \cdot 2^n$. Dann ist die Ordnung einer beliebigen echten Untergruppe H von $G < 3 \cdot 2^{n-1}$, folglich ist H nach der Annahme höchstens $(n - 2)$ -stufig nichtkommutativ. Damit ist gezeigt, daß die Gruppe G höchstens $(n - 1)$ -stufig nichtkommutativ ist, und der Beweis des Satzes beendet.

(Eingegangen den 5. Juli 1952.)