Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 27 (1953)

Artikel: Metrisches Feld und vektorielles Materiefeld.

Autor: Scherrer, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-21893

Metrisches Feld und vektorielles Materiefeld

(2. Mitteilung)

Von W. Scherrer, Bern

§ 1. Einleitung

Diese Abhandlung bildet eine Ergänzung zu der unter demselben Titel in dieser Zeitschrift erschienenen Arbeit[1]), welche im folgenden unter dem Zeichen A I zitiert werden soll. Ihr Zweck ist, den in den §§ 1 bis 3 von A I geschilderten Ansatz auf seine Abhängigkeiten hin zu analysieren und die zugehörigen Feldgleichungen in allgemeiner Gestalt anzugeben.

Zu dem Zweck soll der genannte Ansatz unter leichter Verallgemeinerung folgendermaßen formuliert werden.

Vorgegeben wird eine invariante Wirkungsfunktion

$$W \equiv W\left(G_{\varrho\sigma}, \frac{\partial G_{\varrho\sigma}}{\partial x_\tau}, \frac{\partial^2 G_{\varrho\sigma}}{\partial x_\tau \, \partial x_\omega}; \Phi_\varrho, \frac{\partial \Phi_\varrho}{\partial x_\sigma}, \frac{\partial^2 \Phi_\varrho}{\partial x_\sigma \partial x_\tau}\right) \tag{1.1}$$

die folgenden Bedingungen genügt:

1. Sie ist rational und homogen von der Dimension -2 in bezug auf die Komponenten $G_{\varrho\sigma}$ des metrischen Feldes.
2. Sie ist ganz rational und homogen von der Dimension 2 in bezug auf die Potentiale Φ_ϱ.
3. Sie enthält höchstens die zweiten Ableitungen der $G_{\varrho\sigma}$ und Φ_ϱ, und zwar nur linear.

Die Verallgemeinerung gegenüber A I liegt nun darin, daß jetzt auch die zweiten Ableitungen der Φ_ϱ zugelassen werden in dem gemäß 3) beschränkten Sinne.

Die naheliegendsten und vermutlich einzigen Invarianten dieser Art sind

$$H \equiv R\,\Phi^\lambda \Phi_\lambda \tag{1.2}$$

$$J \equiv R_{\lambda\mu}\,\Phi^\lambda \Phi^\mu \tag{1.3}$$

$$L \equiv D_\lambda \Phi^\mu D_\mu \Phi^\lambda \tag{1.4}$$

$$M \equiv (D\,\Phi)^2 \tag{1.5}$$

[1]) Comment. Math. Helv. 26, p. 184—202.

$$N \equiv G^{\lambda\mu} D_\lambda \Phi^\nu D_\mu \Phi_\nu \tag{1.6}$$

$$P \equiv \Phi^\nu \Box \Phi_\nu \tag{1.7}$$

$$Q \equiv \Phi^\nu D_\nu D\Phi \tag{1.8}$$

$$S \equiv \tfrac{1}{2} F_{\lambda\mu} F^{\mu\lambda} \tag{1.9}$$

Dabei habe ich die in A I, § 2 erklärten Symbole benützt und neu das Symbol

$$\Box \equiv G^{\lambda\mu} D_\lambda D_\mu \tag{1.10}$$

für den invarianten d'Alembertschen Operator eingeführt.

Die 7 Invarianten (1.2) bis (1.8) sind voneinander unabhängig, während das früher mit F bezeichnete S die Darstellung

$$S = L - N \tag{1.11}$$

gestattet.

Die allgemeinste Invariante W der geforderten Art ergibt sich also durch lineare Kombination aus 7 unabhängigen der 8 Invarianten (1.2) bis (1.9). Auf Grund der Variation

$$\delta \int W\sqrt{-G}\, dx = \int (W_{\varrho\sigma}\, \delta G^{\varrho\sigma} + W^\varrho\, \delta\Phi_\varrho)\sqrt{-G}\, dx \tag{1.12}$$

ergeben sich dann in bekannter Weise die metrischen und materiellen Feldgleichungen

$$W_{\varrho\sigma} = 0 \;, \tag{1.13}$$

$$W^\varrho = 0 \;. \tag{1.14}$$

Die eingangs erwähnte Abhängigkeitsanalyse kommt nun auf folgendes hinaus:

Wenn zwei Invarianten sich um eine Divergenz unterscheiden, so liefern sie dieselben Feldgleichungen. Nun kann man durch direkte Berechnung feststellen, daß folgende Divergenzdarstellungen bestehen:

$$J - L + M \equiv D_\nu(\Phi^\nu D\Phi - \Phi^\lambda D_\lambda \Phi^\nu) \;, \tag{1.15}$$

$$Q + M \equiv D_\nu(\Phi^\nu D\Phi) \;, \tag{1.16}$$

$$P + N \equiv D_\nu(G^{\nu\lambda}\Phi^\mu D_\lambda \Phi_\mu) \;. \tag{1.17}$$

Auf diese Divergenzdarstellungen wird man zwangsläufig in folgender Weise geführt. Man berechnet zu 7 unabhängigen Invarianten, etwa zu H, J, L, M, P, Q und S die Feldgleichungen und ermittelt die zwischen den letzteren bestehenden linearen Abhängigkeiten. Jede Abhängigkeit liefert einen Hinweis auf eine Divergenzdarstellung, deren Vorhandensein man nun leicht verifizieren kann. Weitere Divergenzdarstellungen kann es nicht geben, weil sonst weitere Abhängigkeiten zwischen den

Feldgleichungen bestehen müßten. Damit kommt man zum Schluß, daß man die allgemeinste Möglichkeit schon erhält, wenn man sich auf die Tafel der folgenden 4 Invarianten beschränkt:

$$H \equiv R\Phi^\lambda \Phi_\lambda, \quad J \equiv R_{\lambda\mu}\Phi^\lambda \Phi^\mu, \quad M \equiv (D\Phi)^2, \quad S \equiv \tfrac{1}{2}F_{\lambda\mu}F^{\mu\lambda} \,. \tag{1.18}$$

Unsere Aufgabe reduziert sich jetzt also darauf, die aus diesen 4 Invarianten fließenden Feldgleichungen zu gewinnen.

§ 2. Rechnerische Hilfsmittel

Die durchzuführenden Rechnungen bieten keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, sind aber ziemlich verwickelt. Es empfiehlt sich daher, grundlegende und immer wiederkehrende Formeln bereitzustellen.

An die Spitze zu stellen ist natürlich die kovariante Differentiation eines beliebigen Tensors T^σ_ϱ

$$D_\alpha T^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots} \equiv \frac{\partial T^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots}}{\partial x\alpha} + \Gamma^\sigma_{\alpha\lambda} T^{\lambda\cdots}_{\varrho\cdots} + \cdots - \Gamma^\lambda_{\alpha\varrho} T^{\sigma\cdots}_{\lambda\cdots} - \cdots \tag{2.1}$$

wobei dann insbesondere infolge der Definition der $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$ gilt

$$D_\alpha G_{\varrho\sigma} = 0 \quad \text{und} \quad D_\alpha G^{\varrho\sigma} = 0 \,. \tag{2.2}$$

Besonders wichtig ist nun die Kommutationsformel

$$(D_\alpha D_\beta - D_\beta D_\alpha)\, T^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots} = R^\sigma_{\alpha\beta\lambda} T^{\lambda\cdots}_{\varrho\cdots} + \cdots + R^\lambda_{\varrho\alpha\beta} T^{\sigma\cdots}_{\lambda\cdots} \,, \tag{2.3}$$

wobei der als Koeffizient auftretende Krümmungstensor definiert ist durch

$$R^\lambda_{\varrho\mu\sigma} \equiv \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\varrho\mu}}{\partial x_\sigma} - \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\varrho\sigma}}{\partial x_\mu} + \Gamma^\nu_{\varrho\mu}\Gamma^\lambda_{\nu\sigma} - \Gamma^\nu_{\varrho\sigma}\Gamma^\lambda_{\nu\mu} \,. \tag{2.4}$$

Wegen

$$R_{\varrho\sigma} \equiv R^\lambda_{\varrho\lambda\sigma} \tag{2.5}$$

gilt dann speziell die bei unserem Ansatz oft zu benützende Formel

$$D_\sigma D_\varrho \Phi^\sigma = D_\varrho D\Phi - R_{\varrho\sigma}\Phi^\sigma \,. \tag{2.6}$$

Bei der kovarianten Ableitung von Tensorsummen und Tensorprodukten gelten bekanntlich die Regeln

$$D_\alpha(S^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots} + T^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots}) = D_\alpha S^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots} + D_\alpha T^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots} \tag{2.7}$$

und

$$D_\alpha(S^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots}\cdot T^{\mu\cdots}_{\lambda\cdots}) = D_\alpha S^{\sigma\cdots}_{\varrho\cdots}\cdot T^{\mu\cdots}_{\lambda\cdots} + S^\sigma_\varrho D_\alpha T^{\mu\cdots}_{\lambda\cdots} \,. \tag{2.8}$$

Aus der Verbindung von (2.8) und (2.2) folgt also speziell, daß man bei einer kovarianten Ableitung beliebig hoher Stufe eines Tensorprodukts einzelne Faktoren $G_{\varrho\sigma}$ oder $G^{\varrho\sigma}$ beliebig verschieben darf, was das Herauf- und Herunterziehen von Indizes sehr erleichtert. Bei allen übrigen Vertauschungen muß man die Regeln (2.8) und (2.2), resp. den Spezialfall (2.6) anwenden. Aus (2.2) und (2.6) ersieht man insbesondere, daß der Riemannsche Krümmungstensor technisch die Rolle eines Ableitungskommutators spielt.

Schließlich stelle ich noch alle diejenigen Tensoren zusammen, welche bei der Aufstellung der Feldgleichungen auftreten.

$$\begin{aligned} H_{0,\varrho\sigma} &\equiv (R_{\varrho\sigma} - \tfrac{1}{2} R G_{\varrho\sigma})\, \Phi^\lambda \Phi_\lambda\ ; \qquad & H_{1,\varrho\sigma} &\equiv R \Phi_\varrho \Phi_\sigma \\ H_{2,\varrho\sigma} &\equiv \Phi^\nu (D_\varrho D_\sigma + D_\sigma D_\varrho) \Phi_\nu\ ; & h_{\varrho\sigma} &\equiv D_\varrho \Phi^\nu D_\sigma \Phi_\nu + D_\sigma \Phi^\nu D_\varrho \Phi_\nu \\ H^\varrho &\equiv 2 R \Phi^\varrho \end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned} J_{0,\varrho\sigma} &\equiv R_{\varrho\nu} \Phi^\nu \Phi_\sigma + R_{\sigma\nu} \Phi^\nu \Phi_\varrho\ ; & J_{1,\varrho\sigma} &\equiv \Phi^\nu D_\nu (D_\varrho \Phi_\sigma + D_\sigma \Phi_\varrho) \\ J_{2,\varrho\sigma} &\equiv (\Phi_\varrho D_\sigma + \Phi_\sigma D_\varrho) D\Phi\ ; & J_{3,\varrho\sigma} &\equiv \Phi_\varrho \Box \Phi_\sigma + \Phi_\sigma \Box \Phi_\varrho \\ j_{1,\varrho\sigma} &\equiv D_\varrho \Phi^\nu D_\nu \Phi_\sigma + D_\sigma \Phi^\nu D_\varrho \Phi_\nu\ ; & j_{2,\varrho\sigma} &\equiv D\Phi (D_\varrho \Phi_\sigma + D_\sigma \Phi_\varrho) \\ j_{3,\varrho\sigma} &\equiv 2 G^{\lambda\mu} D_\lambda \Phi_\varrho D_\mu \Phi_\sigma\ ; & J^\varrho &\equiv 2 R^\varrho_\nu \Phi^\nu \end{aligned} \tag{2.10}$$

$$M^\varrho \equiv -2 G^{\varrho\nu} D_\nu D\Phi \tag{2.11}$$

Die an (2.9) und (2.10) vorgenommenen Verjüngungen liefern

$$H_{0,\sigma}^{\ \sigma} = -H, \quad H_{1,\sigma}^{\ \sigma} = H, \quad H_{2,\sigma}^{\ \sigma} = P, \quad h_\sigma^\sigma = 2N\ . \tag{2.12}$$

und

$$\begin{aligned} J_{0,\sigma}^{\ \sigma} &= 2J\ , \quad J_{1,\sigma}^{\ \sigma} = 2Q\ , \quad J_{2,\sigma}^{\ \sigma} = 2Q\ , \quad J_{3,\sigma}^{\ \sigma} = 2P \\ j_{1,\sigma}^{\ \sigma} &= 2L\ , \quad j_{2,\sigma}^{\ \sigma} = 2M\ , \quad j_{3,\sigma}^{\ \sigma} = 2N\ . \end{aligned} \tag{2.13}$$

§ 3. Die Feldgleichungen

Bildet man gestützt auf die Tafel (1.18) die Wirkungsinvariante

$$W \equiv H + 2\xi J + 2\zeta M + 2\varepsilon S\ , \tag{3.1}$$

wo ξ, ζ und ε dimensionslose Konstanten sind, so lauten die zum Variationsprinzip (1.12) gehörigen Feldgleichungen (1.13) und (1.14)

$$W_{\varrho\sigma} \equiv H_{\varrho\sigma} + 2\xi J_{\varrho\sigma} + 2\zeta M_{\varrho\sigma} + 2\varepsilon S_{\varrho\sigma} = 0\ , \tag{3.2}$$

$$W^\varrho \equiv H^\varrho + 2\xi J^\varrho + 2\zeta M^\varrho + 2\varepsilon S^\varrho = 0\ . \tag{3.3}$$

Dabei gilt:

$$H_{\varrho\sigma} \equiv H_{0,\varrho\sigma} + H_{1,\varrho\sigma} + H_{2,\varrho\sigma} + h_{\varrho\sigma} - 2(P+N) G_{\varrho\sigma} \tag{3.4}$$

$$
\begin{aligned}
2J_{\varrho\sigma} &\equiv J_{0,\varrho\sigma} + J_{1,\varrho\sigma} + J_{2,\varrho\sigma} - J_{3,\varrho\sigma} \\
&\quad + j_{1,\varrho\sigma} + j_{2,\varrho\sigma} - j_{3,\varrho\sigma} - 2(L+M+2Q)G_{\varrho\sigma} \\
2M_{\varrho\sigma} &\equiv - 2J_{2,\varrho\sigma} + (M+2Q)G_{\varrho\sigma} \qquad (3.4) \\
2S_{\varrho\sigma} &\equiv - h_{\varrho\sigma} + 2j_{1,\varrho\sigma} - j_{3,\varrho\sigma} - (L-N)G_{\varrho\sigma} \\
&= 2(F_{\varrho\lambda}G^{\lambda\mu}F_{\mu\sigma} - \tfrac{1}{2}S\cdot G_{\varrho\sigma})
\end{aligned}
$$

und

$$
\begin{aligned}
H^{\varrho} &\equiv 2R\Phi^{\varrho}, \quad J^{\varrho} \equiv 2R^{\varrho}_{\nu}\Phi^{\nu}, \quad M^{\varrho} \equiv - 2G^{\varrho\nu}D_{\nu}D\Phi \qquad (3.5) \\
S^{\varrho} &\equiv 2R^{\varrho}_{\nu}\Phi^{\nu} - 2G^{\varrho\nu}D_{\nu}D\Phi + 2\,\Box\,\Phi^{\varrho} = - 2D_{\nu}F^{\varrho\nu} ,
\end{aligned}
$$

wobei die Einzelterme auf den rechten Seiten von (3.4) aus den Tafeln (2.9), (2.10), (2.11) und (1.18) zu entnehmen sind.

Es ergeben sich die Gleichungen

$$W_{\varrho\sigma} \equiv (R_{\varrho\sigma} - \tfrac{1}{2}RG_{\varrho\sigma})\Phi^{\lambda}\Phi_{\lambda} + \cdots = 0 , \qquad (3.6)$$

$$W^{\varrho} \equiv \ldots\ldots\ldots\ldots - 4\varepsilon D_{\nu}F^{\varrho\nu} = 0 . \qquad (3.7)$$

Aus (3.6) entnimmt man eine Darstellung für den Einsteinschen Energietensor

$$T^{\sigma}_{\varrho} = -\frac{1}{\kappa}(R^{\sigma}_{\varrho} - \tfrac{\lambda}{2}\delta^{\sigma}_{\varrho}R) = \cdots , \qquad (3.8)$$

und aus (3.7) eine Darstellung für den Viererstrom

$$s^{\varrho} = D_{\nu}F^{\varrho\nu} = \cdots . \qquad (3.9)$$

Ich verzichte darauf, die vielgliedrige rechte Seite von (3.8) zu notieren, da man sie — wie dies schon in A I § 3 erläutert wurde — für die Berechnung individueller Probleme nicht benötigt. Dasselbe gilt von der rechten Seite von (3.9), doch ist dieselbe so einfach gebaut, daß hier der vollständige Ausdruck für den Viererstrom Platz finden mag

$$S^{\varrho} = \frac{1}{2\varepsilon}R\Phi^{\varrho} + \frac{\xi}{\varepsilon}R^{\varrho}_{\nu}\Phi^{\nu} - \frac{\zeta}{\varepsilon}G^{\varrho\nu}D_{\nu}D\Phi . \qquad (3.10)$$

Eine besonders interessante Folgerung ergibt sich, wenn wir die Gleichung (3.2) verjüngen. Mit Rücksicht auf (2.12) und (2.13) ergibt sich nämlich vorerst

$$H^{\sigma}_{\sigma} = - 6(N+P) , \qquad (3.11)$$

$$2J^{\sigma}_{\sigma} = 2(J-L+M) - 2(N+P) - 4(M+Q) , \qquad (3.12)$$

$$2M^{\sigma}_{\sigma} = 4(M+Q) , \qquad (3.13)$$

und als Skalargleichung resultiert

$$W^{\sigma}_{\sigma} = - 6(N+P) + 2\xi(J-L+M) + 4(\zeta-\xi)(M+Q) . \qquad (3.14)$$

Führt man jetzt die Divergenzdarstellungen (1.15), (1.16) und (1.17) ein, so ergibt sich folgender vektorieller Erhaltungssatz:

$$D_\sigma U^\sigma = 0$$

$$U^\sigma \equiv 6G^{\sigma\lambda}\Phi^\mu D_\lambda \Phi_\mu + 2\xi \Phi^\lambda D_\lambda \Phi^\sigma + 2(\xi - 2\zeta)\Phi^\sigma D\Phi \ . \tag{3.15}$$

In der Hoffnung, das Vektorpotential als Strömung deuten zu können, hatte ich ursprünglich das Ziel im Auge, die Lorentzkonvention

$$D\Phi \equiv D_\sigma \Phi^\sigma = 0$$

durch passende Wahl der Konstanten ξ, ζ und ε als Folge der Gravitationsgleichungen zu gewinnen. Unsere Entwicklungen zeigen, daß dieses Ziel im gegebenen Rahmen nicht erreicht werden kann. Statt dessen tritt bei jeder Wahl der Konstanten ξ, ζ, ε ein Strom U^σ auf. Die Frage, ob derselbe physikalisch interpretiert werden kann, muß ich offen lassen.

Spezialisiert man auf das in A I behandelte statisch zentralsymmetrische Problem

$$\Phi_0 = \Phi(r) \ ; \quad \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 0 \ ,$$

so erhält man als einzige nichtverschwindende Komponente der zugehörigen Vektordichte $U^\sigma \sqrt{G}$ den Wert

$$U^1\sqrt{-G} = \frac{2\xi A C^2 D}{\sqrt{\varepsilon}} \ , \tag{3.16}$$

also eine Konstante, wie es nach dem Erhaltungssatz gemäß

$$\frac{\partial (U^1\sqrt{-G})}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial r}(U^1\sqrt{-G}) = 0$$

sein muß. Bei der Verifikation ist zu beachten, daß wir gemäß unserem jetzigen Ansatz (3.1) im Ansatz (3.1) von A I die Konstante $\eta = 0$ setzen müssen.

§ 4. Schlußbemerkungen

Untersuchungen der vorliegenden Art mögen vielleicht manchem Leser reichlich spekulativ erscheinen. Ich möchte deshalb kurz erläutern, worin ich ihre Rechtfertigung erblicke.

Die Hauptfrage, um die es geht, ist die, ob das Einstein-Riemannsche metrische Feld tatsächlich diejenige fundamentale Rolle spielt, welche ihm von verschiedenen bedeutenden Autoren zugeschrieben wird. Leider sind die empirischen Befunde noch zu wenig zahlreich und eindeutig. Das stärkste empirische Argument, das meines Erachtens für die metrische Auffassung der Gravitation spricht, ist die sogenannte Expansion des Weltalls, denn dieselbe führt auf dem Boden der speziellen Relativitätstheorie zu absurden Konsequenzen. Die spezielle Relativitätstheorie aber wird sozusagen allgemein angenommen.

Nun bedeutet die Einführung des metrischen Feldes an Stelle der klassischen Geometrie und Gravitation schon eine derart tiefgehende und weitreichende Modifikation des klassischen Rahmens, daß mir alle Versuche, den Fortschritt in einer weiteren Ausgestaltung des Einsteinschen Rahmens zu suchen, als mindestens so spekulativ erscheinen, wie jeder Versuch, das elektromagnetische Feld in den Einsteinschen Rahmen einzubetten.

Meine Versuche haben daher vorderhand den Zweck, den Einsteinschen Rahmen unter enger Anlehnung an klassische Felder auf die Probe zu stellen. Meine bisherigen Untersuchungen erwecken in mir den Eindruck, der metrische Tensor sei für die quadratisch homogene Einlagerung von Feldern speziell geeignet. Insbesondere hat sich nun gezeigt, daß beim Übergang von einem Skalarfeld zu einem Vektorfeld eine wesentliche Verbesserung erzielt wird. Ich neige daher zu der Auffassung, daß eine Erweiterung des Einsteinschen Rahmens erst dann unabweislich wird, wenn die hier skizzierten Möglichkeiten einigermaßen ausgeschöpft sind.

Was nun speziell den vorliegenden Ansatz betrifft, so möchte ich noch auf einige Punkte hinweisen, auf die man das Augenmerk richten muß.

1. Bei der Bildung des Energietensors gemäß (3.8) und (3.6) muß man durch $\Phi^\lambda \Phi_\lambda$ dividieren. Man könnte also besorgen, daß dadurch der elektromagnetische Energieanteil in unzulässiger Weise verzerrt wird. Daß diese Gefahr im statisch-zentralsymmetrischen Falle nicht besteht, folgt aus der Feststellung, daß in diesem Falle $\Phi^\lambda \Phi_\lambda$ eine Konstante ist.

2. Man wird sich die Frage vorlegen, ob die Energiedichte positiv definit sei. Ob im allgemeinen Fall eine Aussage über das Vorzeichen des verwickelten Energieterms T_0^0 möglich ist, weiß ich nicht. Wenn sich die zweiten Ableitungen nicht wegheben lassen, dürfte die Chance gering sein. Im statisch-zentralsymmetrischen Falle erweist sich die Energiedichte als definit, allerdings negativ, wenn man die Einsteinsche Gravitationskonstante positiv wählt, wozu aber in der vorliegenden Theorie kein zwingender Grund besteht.

3. Auch das kosmologische Problem ist vollständig lösbar, wie Herr *Nohl* in seiner Dissertation ausführen wird. Besonders interessant und — wie mir scheint — befriedigend ist dabei das Ergebnis, daß die Struktur der kosmologischen Lösung wesentlich von den Konstanten ξ und ζ, nicht aber von ε abhängt.

Bei der Interpretation dieser Lösungen muß man übrigens den grundsätzlichen Unterschied der vorliegenden, im Prinzip vollständigen Feldtheorie gegenüber der zum Teil phänomenologischen Einsteinschen Theorie wohl beachten. Hier liegt das Φ-Feld als letzte materielle Gegebenheit zugrunde. Die statisch-zentralsymmetrische Lösung muß daher konsequenterweise auf Elementarteilchen bezogen werden. Entsprechend muß die kosmologische Lösung gedeutet werden als Wirkung des vollständig homogen und symmetrisch verteilten Φ-Feldes. Beim ganzen Effekt wäre also dieses gleichsam interstellare Feld die Hauptsache, die phänomenologisch körnig verteilte Materie dagegen eine Begleiterscheinung. In diesem Zusammenhang befriedigend ist daher die Tatsache, daß sich unter den von Herrn Nohl bestimmten Lösungen eine expandierende Lösung findet, die nirgends singulär wird.

Ich schließe mit einer kurzen Betrachtung über die heute aktuelle Alternative zwischen Feldtheorie und Quantentheorie, oder — um den neuralgischen Punkt der Diskussion hervorzuheben — zwischen Feldtheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie.

Nach meiner Überzeugung wirkt bei dieser Diskussion ein Mißverständnis mit. So wie die Dinge heute noch liegen, handelt es sich nicht um ein „Entweder — Oder", sondern um ein „Sowohl — Als auch". Eine reine Feldtheorie ist schon deshalb nicht denkbar, weil man ohne mathematische Singularitäten keine nichttrivialen Felder erhält. In der physikalischen Interpretation repräsentieren dann diese Singularitäten das unvermeidliche korpuskulare Element.

Umgekehrt halte ich auch das Streben nach einer absoluten Wahrscheinlichkeitstheorie für eine Illusion. Die Analyse konkreter Fälle zeigt nämlich, daß der vollständige Sinn einer Wahrscheinlichkeitsaussage immer auch die Bezugnahme auf einen gesetzmäßigen Rahmenbereich voraussetzt, in dem man Messungen vornimmt.

In diesem Sinne würde ich sagen: Das Schwergewicht der Feldphysik liegt im Rahmenbereich, das Schwergewicht der Quantenphysik im Quellbereich.

Als fernes Ziel schwebt vor uns die Idee einer einheitlichen Theorie. Hier muß ich nun allerdings gestehen, daß mir vor allem die Idee eines Diskontinuums von Elementardingen plausibel erscheint, aus deren Wechselbeziehungen sich Metrik und Feld als Attribute ergeben. Solange wir aber darüber so wenig präzise Vorstellungen haben, wie dies heute der Fall ist, bleibt wohl nichts anderes übrig, als daß man sich von den Polen Feld und Materie dem Zentrum zu nähern sucht.

(Eingegangen den 14. November 1952.)