Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 25 (1951)

Artikel: Sulle sviluppabili osculatrici delle curve razionali iperspaziali.

Autor: Longhi, Ambrogio

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-20699

Sulle sviluppabili osculatrici delle curve razionali iperspaziali

Di Ambrogio Longhi, a Lugano

Scopo di questa Nota è la risoluzione, in tutta la loro generalità, dei problemi seguenti.

Essendo Γ una curva razionale irriducibile, anche dotata di cuspidi ordinarie (oltre che di punti multipli ordinari e iperpiani stazionari ordinari), appartenente allo spazio S_r ad r dimensioni, determinare:

A_1) *Le classi di tutti gli inviluppi d'iperpiani pluritangenti di una qualsiasi sviluppabile osculatrice di Γ.*

A_2) *La classe dell'inviluppo degli iperpiani tangenti o pluritangenti comuni a due o più sviluppabili osculatrici di Γ.*

B_1) *Gli ordini di tutte le varietà multiple di una qualsiasi sviluppabile osculatrice di Γ.*

B_2) *L'ordine della varietà d'intersezione di quante si vogliano sviluppabili osculatrici di Γ o loro varietà multiple.*

I problemi A_1) e A_2) rientrano entrambi nell'altro:

A) *Determinare la classe della varietà (quando esiste) degli iperpiani di S_r aventi ciascuno con Γ un dato numero di contatti di dati ordini (in punti non dati).*

Invece i problemi B_1) e B_2) rientrano nel duale di A):

B) *Determinare l'ordine della varietà (quando esiste) luogo dei punti di S_r appartenenti ciascuno a un dato numero di spazi distinti, di date dimensioni, osculatori a Γ (in punti non dati).*

Il problema A) è notoriamente risoluto (ed anzi per una curva di genere $p \geq 0$) dalla formula di *De Jonquières se però la curva Γ è priva di cuspidi:* mentre per una curva Γ cuspidata se ne conosce la completa soluzione unicamente nello spazio ordinario S_3.

Il problema B) è finora rimasto insoluto, fuori dello spazio S_3, anche per una curva Γ razionale generale nel suo ordine (quindi senza cuspidi):

se si eccettua il caso della curva razionale normale, in cui la soluzione, subito ottenibile mediante la formula di *De Jonquières*, fu esplicitamente data dal *Comessatti* [1]).

L'insufficienza di tale formula a offrire la soluzione del problema B) ad esempio nel caso di una curva Γ non normale ed esente da cuspidi, dipende dalla circostanza che allora l'inviluppo duale della curva Γ (la quale possiede certo degli iperpiani stazionari) ha la curva di regresso necessariamente cuspidata.

Le soluzioni dei problemi surriferiti vengono qui raggiunte applicando una mia formula, più generale di quella del *De Jonquières* per le curve razionali, stabilita in una Nota antecedente [2]).

1. Nel seguito, considerandosi una curva razionale C_n^0, d'ordine n, dello spazio S_r ad r dimensioni, con ϱ cuspidi, si sottintenderà sempre che essa: *appartenga* all' S_r; sia irriducibile; abbia le sue cuspidi in posizione generica e tutte ordinarie, cioè origini ciascuna di un ramo $(21\ldots11)$; non possegga altri elementi stazionari che iperpiani osculatori a rami $(11\ldots12)$ nelle rispettive origini: e infine ammetta eventualmente punti multipli origini ciascuno di due o più rami non singolari $(11\ldots11)$ a tangenti distinte.

Per brevità, quando $\varrho = 0$ la suddetta C_n^0 (senza cuspidi) si dirà una *generica* curva razionale d'ordine n dello spazio S_r.

2. In S_r tutti gli iperpiani passanti per $r - \sigma$ punti generici segano sulla curva C_n^0 (n. 1) una serie lineare g_n^σ avente un numero finito X di gruppi caratterizzati dalla proprietà di contenere ciascuno t punti, *non cuspidi di* C_n^0, rispettivamente multipli secondo $\nu_1 + 1$, $\nu_2 + 1, \ldots, \nu_t + 1$: purchè valga σ la somma dei t numeri ν_i $(i = 1, 2, \ldots, t)$ e sia inoltre $\sigma + t \leq n$.

La determinazione di X, che la formula di *De Jonquières* permette di eseguire solo se $\varrho = 0$, si può fare in ogni caso con la formula (1) o (12) o (14) della mia Nota citata [2]); e si perviene così al teorema:

Una curva razionale C_n^0, *d'ordine* n *e dotata di* ϱ *cuspidi* (n. 1), *appartenga allo spazio* S_r; *e sia* W *la varietà degli* $\infty^{r-\sigma}$ *iperpiani di* S_r *aventi ciascuno con* C_n^0, *in punti distinti dalle cuspidi*, t *contatti di rispettivi dati ordini* $\nu_i \geq 1$ $(i = 1, 2, \ldots, t)$, *con:*

---

[1]) *A. Comessatti*, La curva razionale normale ed i suoi gruppi proiettivi (Math. Ann. 89, 1923), n. 14.

[2]) *A. Longhi*, I gruppi con elementi multipli distinti dalle cuspidi nelle serie algebriche sulle curve razionali cuspidate (Comment. Math. Helv., Vol. 24°, fasc. 3°, 1950).

$$\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_t = \sigma \leq r$$

e:

$$1 \leq t \leq n - \sigma \; .$$

Se allora i t numeri ν_i si ripartiscono in τ gruppi $(\tau \leq t)$, cosicchè gli α_j numeri di ogni gruppo $(j = 1, 2, \ldots, \tau)$ siano tutti eguali fra di loro ma diversi dai rimanenti $t - \alpha_j$, si ha che la classe di W (numero dei suoi iperpiani se $\sigma = r$, e di quelli passanti per $r - \sigma$ punti generici di S_r se $\sigma < r$) vale:

$$\frac{1}{\alpha_1 ! \, \alpha_2 ! \ldots \alpha_\tau !} \sum_{k=0}^{t} (t-k)! \, k! \, s_k \binom{n-\sigma-k}{t-k} \binom{n-\sigma-\varrho}{k} ,$$

ove $s_0 = 1$ ed s_k $(k = 1, 2, \ldots, t)$ indica la somma dei prodotti a k a k dei t numeri $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_t$ (onde $s_1 = \sigma$).

La classe suddetta è anche esprimibile sotto la forma:

$$\frac{1}{\alpha_1 ! \, \alpha_2 ! \ldots \alpha_\tau !} \sum_{k=0}^{t} (-1)^k (t-k)! \, k! \, s_k \binom{n-\sigma-k}{t-k} \binom{\varrho+\sigma-n+k-1}{k} ,$$

come pure sotto l'altra:

$$\frac{1}{\alpha_1 ! \, \alpha_2 ! \ldots \alpha_\tau !} \sum_{i=0}^{t} (-1)^i (t-i)! \, i! \binom{n-\sigma-i}{t-i} \binom{\varrho}{i} \sum_{k=i}^{t} \binom{k}{i} s_k .$$

Osservazione. — È da avvertire che, qui e in tutto il seguito, devesi ritenere $\binom{h}{0} = 1$ anche se $h \leq 0$: e $\binom{h}{k} = 0$ solo se $0 \leq h < k$; mentre:

$$\binom{h}{k} = (-1)^k \binom{k-h-1}{k}$$

se $h < 0$.

3. Dal teorema del n. 2, supponendo fra loro eguali tutti i numeri ν_i, si deduce in particolare [3]) il seguente altro:

In S_r gli iperpiani ν-tangenti della μ-esima sviluppabile osculatrice di una curva razionale C_n^0 d'ordine n con ϱ cuspidi (n. 1), *ossia gli iperpiani aventi ciascuno con C_n^0, altrove che nelle cuspidi, ν distinti contatti di ordine μ, formano, se $\mu\nu \leq r$ e:*

[3]) Tenendo anche presente l'ultima formula (nel n. 8) della Nota citata in [2]).

$$1 \leq \nu \leq n - \mu\nu \ ,$$

un inviluppo $\infty^{r-\mu\nu}$ *di classe:*

$$\sum_{k=0}^{\nu} \binom{n-\mu\nu-\varrho}{k} \binom{n-\mu\nu-k}{\nu-k} \mu^k \ ,$$

eguale anche a:

$$\sum_{i=0}^{\nu} (-1)^i \mu^i (\mu+1)^{\nu-i} \binom{n-\mu\nu-i}{\nu-i} \binom{\varrho}{i} \ .$$

Come corollario:

Il numero degli iperpiani r-tangenti di una curva razionale di ordine $n \geq 2r$, *con* ϱ *cuspidi, appartenente ad* S_r, *è:*

$$\sum_{i=0}^{r} (-1)^i 2^{r-i} \binom{n-r-i}{r-i} \binom{\varrho}{i} \ .$$

4. Sia $\Gamma^0_{n'}$ la curva (razionale) polare reciproca della C^0_n (n. 1) rispetto ad una generica quadrica V^2_{r-1} di S_r.

L'ordine n' di $\Gamma^0_{n'}$ eguaglia la classe di C^0_n; e non possedendo la curva C^0_n che ϱ cuspidi, senza spazi S_k iperosculatori con $0 < k < r-1$, si ha quindi che:

$$n' = r(n-r+1) - (r-1)\varrho \ ;$$

mentre le cuspidi di $\Gamma^0_{n'}$ sono i poli, rispetto a V^2_{r-1}, degli iperpiani stazionari di C^0_n; il cui numero è:

$$\varrho' = (r+1)(n-r) - r\varrho \ ,$$

ossia

$$\varrho' = n + n' - 2r - \varrho \ .$$

Nè la curva $\Gamma^0_{n'}$ ha ulteriori elementi stazionari: se non i ϱ iperpiani polari (rispetto a V^2_{r-1}) delle cuspidi di C^0_n.

Si consideri ora sulla curva C^0_n un punto *qualunque* P, ed un ramo $(\alpha\, 11 \ldots \alpha_{r-1})$ di origine P: per le ipotesi fatte relativamente a C^0_n (n. 1) tutti i ranghi di tale ramo sono eguali all'unità, mentre l'ordine α e la classe α_{r-1} valgono al più 2.

Se O è un punto dello spazio $S_{r-\lambda-1}$ (ma non dello $S_{r-\lambda-2}$) osculatore in P al ramo suddetto, ed è $0 \leq \lambda < r-1$, fra gli n' iperpiani osculatori a C^0_n passanti per O ve ne sono precisamente $\alpha_{r-1} + \lambda$ coincidenti nell'iperpiano π osculatore al ramo in P.

Nella polarità rispetto a V^2_{r-1}, al ramo P $(\alpha\, 11 \ldots \alpha_{r-1})$ di C^0_n corrisponde un ramo P' $(\alpha_{r-1}\, 11 \ldots \alpha)$ di $\Gamma^0_{n'}$, designando P' il polo di π: e l'iperpiano ω' polare di O ha in P', con quest'ultimo ramo, la molteplicità d'intersezione $\alpha_{r-1} + \lambda$.

Ciò premesso, si voglia determinare l'ordine x della varietà luogo dei punti M di S_r appartenenti ciascuno a t spazi $S^{(i)}_{r-\nu_i-1}$ osculatori a C^0_n in punti distinti M_i $(i = 1, 2, \ldots, t)$; luogo che esiste, ed è una varietà $V^x_{r-\sigma}$, appena sia:

$$\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_t = \sigma \leq r \ .$$

È allora x il numero dei punti M situati in un generico spazio S^*_σ. Variando un punto Q su S^*_σ, il gruppo $G_{n'}$ degli n' iperpiani osculatori a C^0_n uscenti da Q descrive una serie lineare $g^\sigma_{n'}$; e risulta dotato di t iperpiani $(\nu_i + 1)$-upli $(i = 1, 2, \ldots, t)$ non solo quando Q diviene un punto M di $V^x_{r-\sigma}$, ma pure (se $\varrho' > 0$) nei seguenti altri casi, e in essi soltanto:

1) Quando, supposto $t \leq \varrho'$, è Q la traccia su S^*_σ dello spazio $S_{r-\sigma}$ intersezione di t spazi $S_{r-\nu_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, t)$ osculatori ciascuno a C^0_n in uno dei punti di contatto T_j $(j = 1, 2, \ldots, \varrho')$ dei ϱ' iperpiani stazionari di C^0_n.

2) Quando Q è uno dei punti (in numero finito) comuni ad S^*_σ, alla varietà, di dimensione:

$$r - (\nu'_1 + \nu'_2 + \cdots + \nu'_\varepsilon) \ ,$$

luogo dei punti donde escono ε distinti spazi

$$S_{r-\nu'_1-1},\ S_{r-\nu'_2-1}, \ldots, S_{r-\nu'_\varepsilon-1}$$

osculatori a C^0_n, e a $t - \varepsilon$ spazi $S_{r-\nu'_{\varepsilon+1}}$, $S_{r-\nu'_{\varepsilon+2}}, \ldots, S_{r-\nu'_t}$ pure osculatori a C^0_n: però in $t - \varepsilon$ dei ϱ' punti T_j; essendo $\nu'_1, \nu'_2, \ldots, \nu'_\varepsilon$, $\nu'_{\varepsilon+1}, \ldots, \nu'_t$ una permutazione variabile di $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_t$, e $1 \leq \varepsilon < t \leq \varrho' + \varepsilon$.

Consegue da quanto precede che l'ordine cercato x della varietà $V^x_{r-\sigma}$ è uguale al numero dei gruppi della suddetta serie lineare $g^\sigma_{n'}$ dotati ciascuno di t iperpiani $(\nu_i + 1)$-upli $(i = 1, 2, \ldots, t)$ tutti diversi dai ϱ' iperpiani stazionari di C^0_n.

Siccome, infine, la polarità rispetto alla quadrica V_{r-1}^2 trasforma la serie lineare $g_{n'}^\sigma$ in quella staccata sulla curva $\Gamma_{n'}^0$ dagli iperpiani condotti per uno spazio $S_{r-\sigma-1}^*$, si conclude che *l'ordine x di $V_{r-\sigma}^x$ è il numero degli iperpiani di S_r passanti per $r - \sigma$ punti generici e aventi ciascuno t distinti incontri $(\nu_j + 1)$-upli $(j = 1, 2, \ldots, t)$ con la curva $\Gamma_{n'}^0$ in punti diversi dalle sue ϱ' cuspidi.*

5. La conclusione del n. 4 e il risultato del n. 2 (ove si ponga n' e ϱ' in luogo di n e ϱ) conducono ora senz'altro al teorema seguente, oggetto principale di questa Nota.

Nello spazio S_r ad r dimensioni il luogo dei punti tali che da ciascuno di essi escono almeno, e in generale precisamente, t spazi distinti $S_{r-\nu_i-1}$ $(t \geq 1\,;\ i = 1, 2, \ldots, t)$ osculatori di una data curva razionale C_n^0 d'ordine n, appartenente ad S_r, con ϱ cuspidi (n. 1) *e quindi di classe:*

$$n' = r(n - r + 1) - (r - 1)\,\varrho\ ,$$

è, se:

$$\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_t = \sigma \leq r\ ,$$

una varietà $V_{r-\sigma}^\omega$ di dimensione $r - \sigma$ e di ordine [4]*:*

$$\omega = \frac{1}{\alpha_1!\,\alpha_2!\ldots\alpha_\tau!}\sum_{k=0}^{t}(-1)^k k!\,(t-k)!\,s_k\,\omega_k$$

ove:

$$\omega_k = \binom{n - 2r + \sigma - \varrho + k - 1}{k}\binom{n' - \sigma - k}{t - k}\,.$$

Devesi supporre $1 \leq \nu_i < r$, $t \leq n' - \sigma$ ed $s_0 = 1$; mentre s_k $(k = 1, 2, \ldots, t)$ denota la somma dei prodotti a k a k dei t numeri ν_1, $\nu_2, \ldots, \nu_t$ (onde $s_1 = \sigma$): ripartibili in τ gruppi $(\tau \leq t)$ rispettivamente di α_1, di $\alpha_2, \ldots,$ e di α_τ numeri, così che quelli di uno stesso gruppo siano tutti eguali fra di loro, ma diversi dai rimanenti.

L'ordine suddetto ω è pure esprimibile mediante la formula:

$$\omega = \frac{1}{\alpha_1!\,\alpha_2!\ldots\alpha_\tau!}\sum_{i=0}^{t}(-1)^i i!\,(t-i)!\,\Omega_i$$

ove:

$$\Omega_i = \binom{n + n' - 2r - \varrho}{i}\binom{n' - \sigma - i}{t - i}\sum_{k=i}^{t}\binom{k}{i}s_k\,.$$

---

[4]) Si tenga presente l'Oss. al n. 2.

Osservazione. — Quando $t = 1$, posto $r - \nu_1 - 1 = \nu$, il teorema fornisce l'ordine della ν-esima sviluppabile osculatrice (luogo degli S_ν osculatori) della curva C_n^0, e quindi ω deve allora eguagliare il ν-esimo rango di C_n^0: come effettivamente si verifica.

6. Dal teorema del n. 5 discende una moltitudine di risultati particolari: interessanti e nuovi anche nel caso di una curva C_n^0 razionale generica (nel senso precisato al n. 1).

Supponendo ad esempio $\sigma = r$ si ottiene che:

α) *Nello spazio S_r ad r dimensioni, quando:*

$$\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_t = r \;,$$
$$2 \leq t \leq r(n-r) - (r-1)\varrho$$

e $\nu_i \geq 1$, *esiste in generale un numero finito di punti appartenenti ciascuno a t spazi distinti $S_{r-\nu_i-1}$* $(i = 1, 2, \ldots, t)$ *osculatori ad una curva razionale C_n^0 d'ordine n con ϱ cuspidi* (n. 1).

Tale numero è precisamente:

$$\frac{1}{\alpha_1!\,\alpha_2!\ldots\alpha_\tau!}\sum_{k=0}^{t}(-1)^k k!\,(t-k)!\,s_k\vartheta_k$$

con:

$$\vartheta_k = \binom{n-r-\varrho+k-1}{k}\binom{r(n-r)-(r-1)\varrho-k}{t-k} \,,$$

avendo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\tau$ *ed* s_k $(k = 0, 1, \ldots, t)$ *gli stessi significati che nel teorema del* n. 5.

Nell'ipotesi $t = 2$ si tratta del numero dei punti di S_r donde escono un $S_{r-\nu_1-1}$ ed un $S_{r-\nu_2-1}$, ossia un S_{ν_2-1} ed un S_{ν_1-1}, osculatori entrambi a C_n^0. In altri termini, considerando lo spazio S_{r-2} congiungente i due suddetti:

β) *Il numero degli S_{r-2} aventi con la curva C_n^0 due distinti contatti di rispettivi ordini* $\nu_1 - 1$ *e* $\nu_2 - 1$, *quando* $\nu_1 + \nu_2 = r$, *è*

$$2\varepsilon\nu_1\nu_2\binom{n-r-\varrho+1}{2} - 2\varepsilon(r-1)\binom{\varrho}{2} + \varepsilon r(n-r-1)\varrho \;,$$

ove $\varepsilon = 1$ *se* $\nu_1 \neq \nu_2$ *ed* $\varepsilon = \frac{1}{2}$ *se* $\nu_1 = \nu_2$.

In particolare $(\nu_1 = r - 1,\ \nu_2 = 1)$:

γ) *Il numero degli S_{r-2} osculatori-secanti della curva C_n^0 è:*

$$(r - 1)(n - r)(n - r - \varrho + 1) + (n - 2r)\,\varrho\ .$$

Solo nel caso $\varrho = 0$ (se $r > 3$) i risultati speciali β) e γ) sono già noti: potendosi essi allora dedurre da una formula assai generale del *Severi* [5]; la quale, d'altra parte, non è atta a stabilire la proposizione seguente (benchè vi si supponga $\varrho = 0$), corollario del teorema α):

δ) *In S_r, quando:*

$$\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_t = r$$

e $1 \leq \nu_i < r$, il numero dei punti caratterizzati dalla proprietà che da ciascuno di essi escono t spazi distinti $S_{r-\nu_i-1}$ ($t \geq 2$; $i = 1, 2, \ldots, t$) osculatori ad una curva razionale generica (n. 1) *d'ordine n, è espresso da:*

$$\frac{1}{\alpha_1!\,\alpha_2!\ldots\alpha_\tau!}\sum_{k=2}^{t}(-1)^k k!\,(t-k)!\,s_k\binom{n-r+k-1}{k}\binom{rn-r^2-k}{t-k},$$

conservando ai simboli α_i ($i = 1, 2, \ldots, \tau$) ed s_k ($k = 2, 3, \ldots, t$) il significato loro attribuito nel teorema del n. 5.

7. Specialmente interessante diviene il teorema del n. 5 nell'ipotesi:

$$\nu_1 = \nu_2 = \cdots = \nu_t = \mu\ ,$$

poichè allora la varietà $V_{r-\sigma}^{\omega}$ ivi considerata consta di punti t-upli per la sviluppabile riempita dagli $S_{r-\mu-1}$ osculatori della curva C_n^0.

La seconda formula del n. 5 esprimente l'ordine ω si semplifica osservando che:

$$\sum_{k=i}^{t}\binom{k}{i}s_k = \sum_{k=i}^{t}\binom{k}{i}\binom{t}{k}\mu^k = \binom{t}{i}\sum_{k=i}^{t}\binom{t-i}{k-i}\mu^k = \binom{t}{i}\ \mu^i(\mu+1)^{t-i}\ ;$$

e ne risulta il teorema che segue:

Nello spazio S_r ad r dimensioni sia $W_{r-\mu}$, con $1 \leq \mu \leq r - 2$, la $(r - \mu - 1)$-esima sviluppabile osculatrice (luogo degli $S_{r-\mu-1}$ osculatori) di una curva razionale C_n^0 d'ordine n, appartenente ad S_r, dotata di ϱ cuspidi (n. 1) *e quindi di classe:*

$$n' = r(n - r + 1) - (r - 1)\,\varrho\ .$$

[5]) *F. Severi*, I gruppi neutri con elementi multipli di un'involuzione sopra un ente razionale (Rendic. Accad. Lincei, 9 [5] 1900).

Supposto allora:

$$t \geq 2\,, \qquad (\mu+1)\,t \leq n'\,, \qquad \mu\, t \leq r\,,$$

la sviluppabile suddetta $W_{r-\mu}$ *possiede una varietà t-upla ordinaria* [6]) $V^{\xi}_{r-\mu t}$, *di dimensione* $r-\mu t$, *il cui ordine* ξ *è dato dalla formula* [4]) *:*

$$\xi = \sum_{k=0}^{t} (-1)^k \binom{n-2r+\mu t-\varrho+k-1}{k} \binom{n'-\mu t-k}{t-k} \mu^k$$

o dall'equivalente:

$$\xi = \sum_{k=0}^{t} (-1)^k \binom{n+n'-2r-\varrho}{k} \binom{n'-\mu t-k}{t-k} \mu^k (\mu+1)^{t-k}\,.$$

Come corollario notevole ($\mu=1,\ t=r$) :

In S_r *esistono*

$$\sum_{k=0}^{r} (-1)^k \binom{n-r-\varrho+k-1}{k} \binom{n'-r-k}{r-k}$$

punti comuni ciascuno ad r *spazi* S_{r-2} *osculatori distinti della curva* C^0_n.

Più in generale ($r=\mu\, t$) :

Se μ *è un divisore di* r, *e* $1 \leq \mu \leq \dfrac{r}{2}$, *esistono in* S_r*:*

$$\sum_{k=0}^{r:\mu} (-1)^k \binom{n-r-\varrho+k-1}{k} \binom{n'-r-k}{\frac{r}{\mu}-k} \mu^k$$

punti da ciascuno dei quali escono $r:\mu$ *spazi distinti* $S_{r-\mu-1}$ *osculatori della curva* C^0_n.

Quando $\varrho=0$ si può dire che:

In S_r *se* $\mu t = r$, *o in un generico spazio* $S_{\mu t}$ *subordinato di* S_r *se* $\mu t < r$, *esistono*

$$\sum_{k=0}^{t} (-1)^k \binom{n-2r+\mu t+k-1}{k} \binom{rn-r^2-\mu t+r-k}{t-k} \mu^k$$

punti in ognuno dei quali concorrono t spazi $S_{r-\mu-1}$ *osculatori distinti di una data curva razionale generica* (n. 1) *d'ordine n appartenente ad* S_r.

(Reçu le 20 mai 1949)

[6]) Luogo dei punti di S_r donde escono almeno, e in generale precisamente, t distinti spazi $S_{r-\mu-1}$ osculatori di C^0_n.