

Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 20 (1947)

Artikel: Ein Beweis des Ruffini-Abelschen Satzes.
Autor: Szele, T.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-18062>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 01.05.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Ein Beweis des Ruffini-Abelschen Satzes

Von T. SZELE, Szeged (Ungarn)

In einer Arbeit unter demselben Titel hat *L. Kalmár*¹⁾ gezeigt, daß die zum Beweis der algebraischen Unlösbarkeit der allgemeinen algebraischen Gleichung n -ten Grades für $n \geq 5$ ebenfalls hinreichende Tatsache, daß die alternierende Gruppe \mathfrak{A}_n für $n \geq 5$ keinen Normalteiler vom Primzahlindex besitzt, einfacher zu beweisen ist, als die zum obigen Zweck allgemein verwendete Einfachheit von \mathfrak{A}_n . In folgender Note werde ich einen weiteren einfachen Beweis desselben Satzes liefern²⁾. Mit der gleichen Mühe beweise ich zugleich die Tatsache, daß die symmetrische Gruppe \mathfrak{S}_n für $n \geq 5$ keinen Normalteiler vom Primzahlindex außer \mathfrak{A}_n besitzt. Aus diesen beiden Tatsachen folgt unmittelbar die Unauflösbarkeit von \mathfrak{S}_n — also laut des bekannten Galoisschen Kriteriums auch die der algebraischen Gleichung n -ten Grades —, während zum Beweis dieser Unauflösbarkeit mittels der ersteren allein auch der Jordan-Höldersche Satz nötig ist.

Es sei \mathfrak{G} eine der Gruppen \mathfrak{S}_n , \mathfrak{A}_n und \mathfrak{N} ein Normalteiler vom Primzahlindex von \mathfrak{G} . Wir werden beweisen, daß $\mathfrak{N} = \mathfrak{A}_n$ (folglich auch $\mathfrak{G} = \mathfrak{S}_n$). Dazu genügt es offenbar zu zeigen, daß \mathfrak{N} sämtliche Dreierzyklen (abc) enthält. Nach Voraussetzung ist die Ordnung der Faktorgruppe $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ eine Primzahl, daher ist $\mathfrak{G}/\mathfrak{N}$ eine Abelsche (sogar zyklische) Gruppe. Sind also A und B beliebige Permutationen aus \mathfrak{G} , so gehören AB und BA zu derselben Nebenklasse von \mathfrak{G} nach \mathfrak{N} ; d. h.

$$AB = BAN \quad (\text{mit } N \in \mathfrak{N}) .$$

Wählen wir speziell $A = (abc)$, $B = (ab)(de)$, wo d und e von a , b , c verschiedene (wegen $n \geq 5$ gewiß vorhandene) Elemente bedeuten. (A

¹⁾ *L. Kalmár*: Ein Beweis des Ruffini-Abelschen Satzes, *Acta Scientiarum Math. (Szeged)* 6 (1934). 59—60.

²⁾ Im Gegensatz zur Kalmárschen Arbeit (loc. cit.) vermeide ich nicht den Begriff der Faktorgruppe, welcher, wie *B.L.van der Waerden* in der Besprechung der Kalmárschen Arbeit (*Zentralblatt für Math.* 5 [1933], 152) gezeigt hat, auch den Kalmárschen Gedankengang wesentlich zu verkürzen erlaubt.

und B sind offenbar gerade Permutationen, gehören also zu \mathfrak{S}_n .) Dann ist $B^{-1}AB = (bac) = A^2$, also

$$N = A^{-1}B^{-1}AB = A^{-1}A^2 = A \in \mathfrak{A}_n,$$

wie es zu beweisen war.

Bemerkung. Wir haben eigentlich die Tatsache bewiesen, daß die Kommutatorgruppe von \mathfrak{S}_n und \mathfrak{A}_n für $n \geq 5$ die Gruppe \mathfrak{A}_n ist.

(Eingegangen den 5. Januar 1947.)