

<b>Zeitschrift:</b>	Commentarii Mathematici Helvetici
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerische Mathematische Gesellschaft
<b>Band:</b>	11 (1938-1939)
<b>Artikel:</b>	Über eine besondere Klasse von involutorischen Cremona-Transformationen und die darin invarianten algebraischen Kurven.
<b>Autor:</b>	Emch, Arnold
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-11876">https://doi.org/10.5169/seals-11876</a>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Über eine besondere Klasse von involutorischen Cremona-Transformationen und die darin invarianten algebraischen Kurven

Von ARNOLD EMCH, Urbana, Illinois (U. S. A.)

## § 1. Einleitung

In früheren Arbeiten<sup>1)</sup> untersuchte ich involutorische Cremona-Transformationen, die sich wie folgt ergeben: Man betrachte in einem projektiven Überraume  $S_r$  von  $r$  Dimensionen  $r$  Hyperkegel  $(a_i \lambda_i)^2 = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ , worin  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  die Parameter sind, welche die einhüllenden Tangentialhyperebenen bestimmen. Für jedes Wertsystem der selben schneiden sich die  $r$  zugehörigen Hyperebenen in einem bestimmten Punkt  $(x)$  von  $S_r$ . Von  $(x)$  lassen sich eindeutig  $r$  weitere Hypertangentialebenen an die Hyperkegel legen, deren Parameter  $\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_r$  durch die  $\lambda$  eindeutig bestimmt sind und daher rationale Funktionen der  $\lambda$  sind. Man hat

$$\varrho\lambda'_1 = \Phi_1(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r), \dots, \varrho\lambda'_r = \Phi_r(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r).$$

Umgekehrt folgt sofort

$$\sigma\lambda_1 = \Phi_1(\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_r), \dots, \sigma\lambda_r = \Phi_r(\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_r).$$

Deutet man die  $\lambda$  und  $\lambda'$  als Koordinaten in den projektiven Überraumen  $S_r^\lambda$  und  $S_r^{\lambda'}$  so besteht also zwischen ihnen eine involutorische Cremona-Transformation, deren Ordnung und Fundamentelemente bestimmt wurden. Als Beispiele wurden die Fälle der Ebene und des gewöhnlichen Raumes behandelt.

Betrachtet man zwei bestimmte entsprechende Wertsysteme  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r)$ ;  $(\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_r)$ , so geht aus der Konstruktion hervor, daß auch

$$(\lambda'_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda'_s, \lambda'_{s+1}, \dots, \lambda_{r-1}, \lambda_r),$$

$$(\lambda_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_k, \dots, \lambda_s, \lambda_{s+1}, \dots, \lambda'_{r-1}, \lambda'_r),$$

entsprechende Wertsysteme oder Punkte der Transformation sein müssen. Irgend eine Anzahl Transpositionen  $(\lambda_i, \lambda'_i)$  zwischen den zwei Zeilen

<sup>1)</sup> Geometrische Anwendungen der binären  $(n, n)$ -Verwandtschaft, Commentarii Mathematici Helvetici, Vol. 4, 1932, pp. 65—73.

On involutorial Cremona-transformations in  $S_r$ , Vol. 37, 1933, pp. 100—109.  
The Tohoku Mathematical Journal.

führt zu zwei entsprechenden Punkten. Es wäre interessant wenn notwendige und hinreichende Kriterien für Transformationen dieser Art überhaupt aufgestellt werden könnten.

Daß noch andere Transformationen dieser Art existieren können, geht aus dem einfachen Beispiel

$$T_r \equiv \varrho x_i = \frac{1}{x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

hervor.

Es ist der Zweck dieser Arbeit, die Folgerungen aus der erwähnten Eigenschaft für die Transformationen  $T_2$  und  $T_3$  zu ziehen. Daraus ergeben sich dann neue Eigenschaften für die ebene elliptische Kurve dritter Ordnung und einer Raumkurve 7. Ordnung vom Geschlecht 3.

## § 2. Die $\Delta_8$ -Konfiguration und die elliptische Kurve 3. Ordnung

1. Sei  $\varrho x'_i = \frac{1}{x_i}$ ,  $i = 1, 2, 3$  eine involutorische quadratische Transformation  $T_2$ , deren Fundamentalpunkte  $A_1(1, 0, 0)$ ;  $A_2(0, 1, 0)$ ;  $A_3(0, 0, 1)$ , und die invarianten Punkte  $B(1, 1, 1)$ ;  $B_1(-1, 1, 1)$ ;  $B_2(1, -1, 1)$ ;  $B_3(1, 1, -1)$  sind. Nun führe man die oben angegebenen acht möglichen Permutationen aus, dann erhält man die vier Paare von entsprechenden Punkten  $P_i, P'_i$ :

$$\begin{array}{ll} P_1(a_1, a_2, a_3); & P_2(a_2 a_3, a_2, a_3) \\ P'_1(a_2 a_3, a_3 a_1, a_1 a_2); & P'_2(a_1, a_3 a_1, a_1 a_2) \\ P_3(a_1, a_3 a_1, a_3); & P_4(a_1, a_2, a_1 a_2) \\ P'_3(a_2 a_3, a_2, a_1 a_2); & P'_4(a_2 a_3, a_3 a_1, a_3). \end{array} \quad (1)$$

Man kann das sofort bestätigen. Zum Beispiel, der  $P_3$  entsprechende Punkt ist  $\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_3 a_1}, \frac{1}{a_3}\right) \equiv (a_2 a_3, a_2, a_1 a_2) = P'_3$ . Es ergibt sich weiter, daß die Verbindungslien gewisser Punktpaare in der in folgender Tabelle angegebenen Weise in den Punkten  $A_1, A_2, A_3$  zusammenlaufen:

$$A_1 \left\{ \begin{array}{l} P_1 P_2 \\ P'_1 P'_2 \\ P_3 P'_4 \\ P'_3 P_4 \end{array} \right., \quad A_2 \left\{ \begin{array}{l} P_1 P_3 \\ P'_1 P'_3 \\ P_2 P'_4 \\ P'_2 P_4 \end{array} \right., \quad A_3 \left\{ \begin{array}{l} P_1 P_4 \\ P'_1 P'_4 \\ P_2 P'_3 \\ P'_2 P_3 \end{array} \right.. \quad (2)$$

Addiert man die Koordinaten entsprechender Punkte in derselben Reihenfolge, so erhält man den Punkt  $O(a_1+a_2a_3, a_2+a_3a_1, a_3+a_1a_2)$ , so daß also die Verbindungslien entsprechender Punkte  $P_i P'_i$  von (1) durch  $O$  gehen. Die Konfiguration der acht Punkte von (1) sei mit  $\Delta_8$  bezeichnet. Man hat also

**Satz 1.** *Die acht Punkte der Konfiguration  $\Delta_8$  liegen zu zweien auf vier Geraden durch jeden der drei Punkte  $A_1, A_2, A_3$ . Die Verbindungsgeraden der vier Punktpaare entsprechender Punkte gehen durch einen Punkt  $O$ .*

2. Nun sind bekanntlich die Kurven  $C_3$  dritter Ordnung des Netzes auf den sieben Punkten  $(A_i)$  und  $(B_i)$  invariant in  $T_2$ . Die Verbindungsgeraden entsprechender Punkte auf jeder  $C_3$  gehen alle durch einen festen Punkt  $O$  von  $C_3$ , den sogenannten isologen Punkt von  $C_3$ . Man betrachte eine bestimmte elliptische  $C_3$  des Netzes und ihren isologen Punkt  $O$ . Sei  $s$  eine beliebige Sekante durch  $O$ , welche  $C_3$  in einem Paare  $P_i, P'_i$  entsprechender Punkte schneidet. Umgekehrt bestimmt ein solches Paar die  $C_3$  eindeutig. Konstruiert man die zu diesem Paar gehörige Konfiguration  $\Delta_8$ , so ist klar, daß alle Punktpaare  $P_i P'_i$  von  $\Delta_8$  auf  $C_3$  liegen. Folglich liegt jede auf irgend einem Paar entsprechender Punkte von  $C_3$  aufgebauten  $\Delta_8$  auf  $C_3$ .

Es ist weiter bekannt, daß  $BB_1B_2B_3$  ein Steinersches Quadrupel auf  $C_3$  und  $A_1A_2A_3$  sein Diagonaldreieck ist. Solcher Quadrupel gibt es  $\infty^1$  und folglich ebensoviele Diagonaldreiecke. Folglich

**Satz 2.** *Auf jeder elliptischen Kurve dritter Ordnung gibt es  $\infty^1$  Steinersche Quadrupel mit ebensoviele zugehörigen Diagonaldreiecken  $A_1A_2A_3$ . Verbunden mit jedem solchen Dreieck sind  $\infty^1 \Delta_8$  — Konfigurationen die alle auf derselben  $C_3$  liegen, so daß also jedesmal die acht Punkte zu zweien auf vier Geraden durch jeden der Punkte  $A_1, A_2, A_3$  gehen und die Verbindungsgeraden entsprechender Punkte jeder  $\Delta_8$  durch den isologen Punkt  $O$  der  $C_3$  laufen.*

### § 3. Die $\Delta_{16}$ -Konfiguration und eine Raumkurve 7. Ordnung vom Geschlecht 3

1. Man betrachte die kubische Transformation  $T$  in  $S_3$ ,

$$\varrho x'_i = \frac{1}{x_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Sei  $P_1(a_1, a_2, a_3, a_4)$  ein beliebiger Punkt, dann ist sein entsprechender  $P'_1(a_2a_3a_4, a_1a_3a_2, a_1a_2a_4, a_1a_2a_3)$ . Irgend eine Anzahl Transpositionen

zwischen Paaren vertikal untereinander stehenden Koordinaten des Punktpaares  $P_1 P'_1$ , z. B.

$$P_6(a_2 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4, \quad a_3 \quad , \quad a_4), \\ P'_6(\quad a_1 \quad , \quad a_2 \quad , a_1 a_2 a_4, a_1 a_2 a_3),$$

gibt wieder ein Paar entsprechender Punkte. Der inverse Punkt von  $P_6$  ist

$$\left( \frac{1}{a_2 a_3 a_4} \ , \ \frac{1}{a_1 a_3 a_4} \ , \ \frac{1}{a_3} \ , \ \frac{1}{a_4} \right).$$

Multipliziert man mit  $a_1 a_2 a_3 a_4$ , so ergibt sich  $P'_6$ , w. z. w. In ähnlicher Weise ist  $P'_6$  der inverse Punkt von  $P_6$ . Werden alle möglichen  $2^4 = 16$  Reihen von Transpositionen ausgeführt, so ergeben sich 8 Paare entsprechender Punkte  $P_i P'_i \equiv P'_i P_i$ , welche eine Konfiguration  $\Delta_{16}$  bilden:

$$P_1(\quad a_1 \quad , \quad a_2 \quad , \quad a_3 \quad , \quad a_4 \quad); \quad P_5(\quad a_1 \quad , \quad a_2 \quad , \quad a_3 \quad , a_1 a_2 a_3), \\ P'_1(a_2 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4, a_1 a_2 a_4, a_1 a_2 a_3); \quad P'_5(a_2 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4, a_1 a_2 a_4, \quad a_4 \quad ),$$

$$P_2(a_2 a_3 a_4, \quad a_2 \quad , \quad a_3 \quad , \quad a_4 \quad); \quad P_6(a_2 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4, \quad a_3 \quad , \quad a_4 \quad ), \\ P'_2(\quad a_1 \quad , a_1 a_3 a_4, a_1 a_2 a_4, a_1 a_2 a_3); \quad P'_6(\quad a_1 \quad , \quad a_2 \quad , a_1 a_2 a_4, a_1 a_2 a_3),$$

$$P_3(\quad a_1 \quad , a_1 a_3 a_4, \quad a_3 \quad , \quad a_4 \quad); \quad P_7(a_2 a_3 a_4, \quad a_2 \quad , a_1 a_2 a_4, \quad a_4 \quad ), \\ P'_3(a_2 a_3 a_4, \quad a_2 \quad , a_1 a_2 a_4, a_1 a_2 a_3); \quad P'_7(\quad a_1 \quad , a_1 a_3 a_4, \quad a_3 \quad , a_1 a_2 a_3),$$

$$P_4(\quad a_1 \quad , \quad a_2 \quad , a_1 a_2 a_4, \quad a_4 \quad); \quad P_8(a_2 a_3 a_4, \quad a_2 \quad , \quad a_3 \quad , a_1 a_2 a_3), \\ P'_4(a_2 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4, \quad a_3 \quad , a_1 a_2 a_3); \quad P'_8(\quad a_1 \quad , a_1 a_3 a_4, a_1 a_3 a_4, \quad a_4 \quad ).$$

Die 16 Punkte können in Paare gruppiert werden. Verbindungsgeraden durch die Punkte  $A_1(1, 0, 0, 0)$ ;  $A_2(0, 1, 0, 0)$ ;  $A_3(0, 0, 1, 0)$ ;  $A_4(0, 0, 0, 1)$  gehen, wie leicht folgt und wie in folgender Tabelle angegeben ist:

$A_1 \left\{ \begin{array}{l} P_1 \ P_2 \\ P'_1 \ P'_2 \\ P_3 \ P_6 \\ P'_3 \ P'_6 \\ P_4 \ P_7 \\ P'_4 \ P'_7 \\ P_5 \ P_8 \\ P'_5 \ P'_8 \end{array} \right.$	$A_2 \left\{ \begin{array}{l} P_1 \ P_3 \\ P'_1 \ P'_3 \\ P_2 \ P_6 \\ P'_2 \ P'_6 \\ P_4 \ P'_8 \\ P'_4 \ P_8 \\ P_5 \ P'_7 \\ P'_5 \ P_7 \end{array} \right.$	$A_3 \left\{ \begin{array}{l} P_1 \ P_5 \\ P'_1 \ P'_5 \\ P_2 \ P_8 \\ P'_2 \ P'_8 \\ P_3 \ P'_7 \\ P'_3 \ P_7 \\ P_4 \ P'_6 \\ P'_4 \ P_6 \end{array} \right.$	$A_4 \left\{ \begin{array}{l} P_1 \ P_4 \\ P'_1 \ P'_4 \\ P_2 \ P_7 \\ P'_2 \ P'_7 \\ P_3 \ P'_8 \\ P'_3 \ P_8 \\ P_5 \ P'_6 \\ P'_5 \ P_6 \end{array} \right.$
---	---	---	---

Eine Linie  $A_i P_i$  wird durch  $T$  in die Linie  $A_i P'_i$  transformiert, so daß also die acht durch jeden  $A_i$  gehenden Linien als Gruppe invariant sind.  $P_1 P_2, P_3 P_6$  durch  $A_1$ , und  $P_1 P_3, P_2 P_6$  bilden zusammen ein Vierseit in der Ebene  $a_4 x_3 - a_3 x_4 = 0$ ;  $P'_1 P'_2, P'_3 P'_6$  durch  $A_1$ , und  $P'_1 P'_3, P'_2 P'_6$  ein Vierseit in der konjugierten Ebene  $a_3 x_3 - a_4 x_4 = 0$ . In ähnlicher Weise bilden  $P_4 P_7, P'_5 P'_8$  durch  $A_1$ , und  $P_4 P'_8, P'_5 P_7$  durch  $A_2$  Vierseiten in konjugierten Ebenen durch  $A_1 A_2$ . Die Verbindungslinee irgend eines Paars  $P_i P'_i$ , z. B.  $P_7(a_2 a_3 a_4, a_2, a_1 a_2 a_4, a_4)$ ,  $P'_7(a_1, a_1 a_3 a_4, a_3, a_1 a_2 a_3)$ , geht, wie leicht ersichtlich durch den festen Punkt  $O(a_1 + a_2 a_3 a_4, a_2 + a_1 a_3 a_4, a_3 + a_1 a_2 a_4, a_4 + a_1 a_2 a_3)$ .

Zusammenfassend hat man den

**Satz 3.** *Die acht Linien durch jede von zwei der vier Ecken  $A_i$  bilden vier Vierseite in zwei Paaren von konjugierten Ebenen durch die zwei Ecken. Die Punkte der  $\Delta_{18}$  liegen zu zweien auf acht Linien durch jede der vier Ecken  $A_i$ . Die Verbindungslinee entsprechender Punkte der  $\Delta_{18}$  gehen alle durch einen festen Punkt  $O$ .*

2. Bekanntlich bilden die Verbindungslienien entsprechender Punkte  $P_i, P'_i$  von  $T$  einen kubischen Geradenkomplex mit der Gleichung

$$P_{12} P_{13} P_{23} + P_{12} P_{14} P_{42} + P_{13} P_{14} P_{34} + P_{23} P_{42} P_{34} = 0 .$$

Sei  $O(b_1 b_2 b_3 b_4)$  die Spitze eines kubischen Komplexkegels  $K$ , dann hat dieser die Gleichung

$$(b_1 x_2 - b_2 x_1) (b_1 x_3 - b_3 x_1) (b_2 x_3 - b_3 x_2) + (b_1 x_2 - b_2 x_1) (b_1 x_4 - b_4 x_1) (b_4 x_2 - b_2 x_4) + (b_1 x_3 - b_3 x_1) (b_1 x_4 - b_4 x_1) (b_3 x_4 - b_4 x_3) + (b_2 x_3 - b_3 x_2) (b_4 x_2 - b_2 x_4) (b_3 x_4 - b_4 x_3) = 0.$$

Auf jeder Erzeugenden  $g$  von  $K$  liegen zwei entsprechende Punkte  $P_i, P'_i$  von  $T$ . Ist  $O'$  der  $O$  entsprechende Punkt, so ist auch  $O' O$  eine Erzeugende von  $K$ . Ferner sind auch  $O A_i, i = 1, 2, 3, 4$ , solche. Es handelt sich jetzt darum, den Ort entsprechender Punkte  $P_i, P'_i$  auf  $K$  zu bestimmen. Die Verbindungsgerade zweier entsprechender Punkte  $P(x_1, x_2, x_3, x_4), P'(x_2 x_3 x_4, x_1 x_3 x_4, x_1 x_2 x_4, x_1 x_2 x_3)$  geht durch  $O(b_1, b_2, b_3, b_4)$ , wenn

$$\begin{aligned} \lambda x_1 + \mu x_2 x_3 x_4 &= b_1, \\ \lambda x_2 + \mu x_1 x_3 x_4 &= b_2, \\ \lambda x_3 + \mu x_1 x_2 x_4 &= b_3, \\ \lambda x_4 + \mu x_1 x_2 x_3 &= b_4. \end{aligned}$$

Eliminiert man  $\lambda$  und  $\mu$  aus den drei ersten dieser Gleichungen und dann aus den drei letzten, so ergeben sich die kubischen Kegel

$$K_4 = b_1x_1(x_2^2 - x_3^2) + b_2x_2(x_3^2 - x_1^2) + b_3x_3(x_1^2 - x_2^2) = 0,$$

$$K_1 = b_2x_2(x_3^2 - x_4^2) + b_3x_3(x_4^2 - x_2^2) + b_4x_4(x_2^2 - x_3^2) = 0,$$

mit den Spitzen  $A_4$  und  $A_1$  und der gemeinschaftlichen Erzeugenden  $A_1A_4(x_2 = 0, x_3 = 0)$  und Tangentialebene  $b_2x_2 - b_3x_3 = 0$ . Daraus folgt, daß  $A_1A_4$  von der Schnittkurve 9. Ordnung zweimal in Abzug kommt und daß die residuale Schnittkurve der beiden Kegel von der 7. Ordnung ist, und daß diese die in  $T$  invariante Kurve auf  $K$  ist. Diese Kurve  $C_7$  geht einfach durch  $A_1$  und  $A_4$ , und da irgend zwei Ecken  $A_i$  und  $A_k$  durch Elimination zweier solche Kegel geben, auch durch  $A_2$  und  $A_3$ . Die invarianten Punkte von  $T$ ,  $(1, 1, 1, 1); (-1, 1, 1, 1); (1, -1, 1, 1); (1, 1, -1, 1); (1, 1, 1, -1); (-1, -1, 1, 1); (-1, 1, -1, 1); (-1, 1, 1, -1)$ ; liegen natürlich auch auf  $K$  und folglich auf  $C_7$ . Es ist weiter leicht zu beweisen, daß  $C_7$  jede Kante  $A_iA_k$  außer in  $A_i$  und  $A_k$  noch in einem dritten Punkte  $P_{ik}$  schneidet und auch durch  $O'$  geht.

3. Das Geschlecht von  $C_7$  kann man wie folgt bestimmen. Von einem allgemeinen Punkte  $P$  projiziere man  $C_7$  auf  $K_1$ , wobei eine residuale Kurve  $C_{14}$  der Ordnung  $3 \cdot 7 - 7 = 14$  herauskommt.  $K_4$  schneidet  $C_{14}$  in  $3 \cdot 14 - 6 = 36$  Punkten, weil  $C_7$  beide,  $K_1$  und  $K_4$  der Linie  $A_iA_4$  in drei Punkten berührt. Der Polarkegel von  $P$  in bezug auf  $K_1$  schneidet  $C_7$  außerhalb  $A_1$  in 12 Punkten, was  $36 - 12 = 24$  eigentliche Schnittpunkte übrig läßt. Diese gruppieren sich in 12 Paare entsprechender Punkte die von  $P$  in 12 Doppelpunkte der Projektionskurve  $C'_7$  von  $C_7$  auf eine beliebige Projektionsebene projiziert werden. Das Geschlecht von  $C'_7$  und folglich von  $C_7$  ist somit  $\frac{6 \cdot 5}{2} - 12 = 3$ . Wegen der Wichtigkeit dieser Kurve soll sie noch auf eine zweite Art abgeleitet werden. Einem Büschel von Ebenen entspricht in  $T$  ein dazu projektivisches Büschel von kubischen Flächen  $F_3$  (Cayley), die in den  $A_i$  Doppelpunkte haben. Ihr Erzeugnis ist eine in  $T$  invariante Fläche  $F_4$  der 4. Ordnung. Sei  $OO'$  die Axe des Ebenenbüschels. Die zu einer Ebene des Büschels durch  $A_i$  entsprechende  $F_3$  schneidet diese Ebene in  $OO'$ ,  $OA_i$  und  $O'A_i$ , folglich enthält  $F_4$  die fünf Geraden  $OO'$ ,  $OA_1$ ,  $OA_2$ ,  $OA_3$ ,  $OA_4$ , so daß der Schnitt von  $F_4$  mit  $K$  eine residuale  $C_7$  enthält. Daß diese mit der obigen identisch ist, geht sofort daraus hervor, daß irgend eine Ebene des Büschels  $K$  außer  $OO'$  in zwei Erzeugenden schneidet, welche jede zwei entsprechende Punkte in  $T$  enthalten, durch welche auch die invariante kubische Kurve in dieser Ebene geht.

4. Jedes Paar entsprechender Punkte  $P'_i P'_i$  auf  $K$  bestimmt eine  $\Delta_{18}$  Konfiguration vollständig mit acht Paaren, deren Verbindungslien alle durch  $O$  gehen, und folglich auf  $C_7$  liegen. Daraus folgt der

**Satz 4.** *Auf jedem Kegel des kubischen geraden Komplexes, der zu der involutorischen kubischen Transformation  $T$  gehört, liegt eine in  $T$  invariante Kurve 7. Ordnung  $C_7$  vom Geschlecht 3. Auf ihr gibt es  $\infty^1 \Delta_{16}$  Konfigurationen, so daß also in jeder die 16 Punkte achtmal zu zweien auf Geraden durch jeden der vier Ecken  $A_i$  und die Spitze des Komplexkegels  $K$  liegen.*

5. Zum Schlusse soll erwähnt werden, daß diese Untersuchungen auf irgend einen projektiven  $S$ , ausgedehnt werden können mit Resultaten, die den obigen analog sind.

(Eingegangen den 29. Juli 1938.)