

Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici
Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft
Band: 10 (1937-1938)

Artikel: Einseitiges Pentadekaeder.
Autor: Merz, K.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-10986>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.04.2026

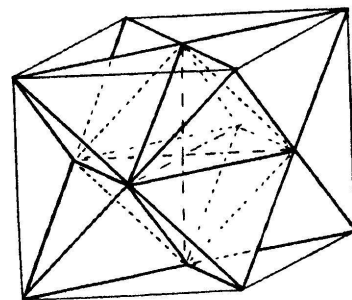
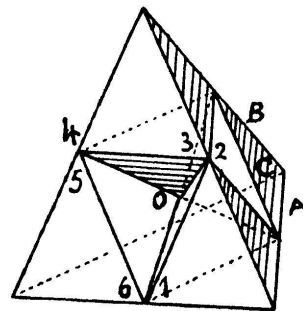
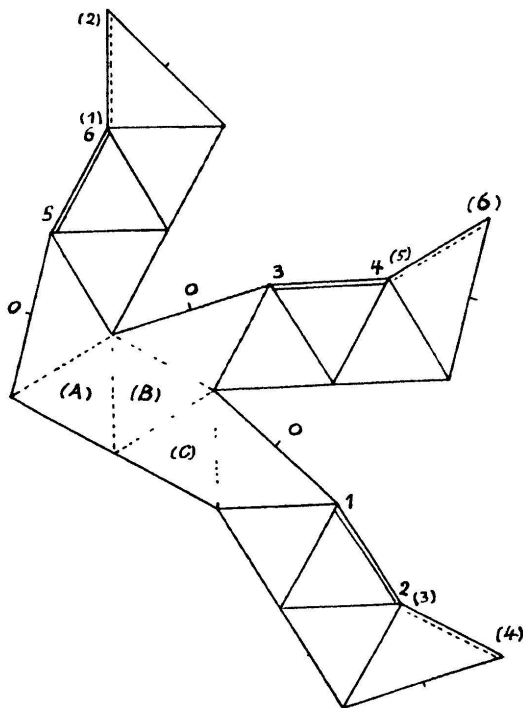
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Einseitiges Pentadekaeder

Von K. MERZ, Chur

Vier Scheiteloktanten eines konvexen Polyeders bilden zusammen ein einseitiges Polyeder¹⁾.

Dieser Satz gibt eine sehr schöne Anwendung auf das regelmäßige Tetraeder. Als Schnittebenen wähle man die drei mittelparallelen Ebenen zu je zwei windschiefen Kantenpaaren, wodurch je die vier übrigen Kanten halbiert werden. Dadurch zerfällt das Tetraeder in 8 Teile von zwei Arten: nämlich einerseits in 4 dreiseitige Pyramiden, von denen jede drei Ecken in den Kantenmitten einer Tetraederfläche hat und die vierte Ecke in der Tetraedermitte, und andererseits in 4 Doppelpyramiden, die von der Tetraedermitte nach je einer Tetraederecke reichen und die Mitten der von dieser ausgehenden Kanten als weitere drei Ecken besitzen.



Werden die vier Teile erster Art, die ein *Heptaeder*²⁾ ausmachen, weggenommen, so bilden die vier bleibenden Doppelpyramiden zusammen das einseitige *Pentadekaeder*, begrenzt von 12 gleichseitigen Dreiecken nach außen und von vier Quadraten, die einander in vier Strecken durch-

¹⁾ K. Merz, Einseitige Polyeder aus Oktanten. Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse 1937 II.

²⁾ Commentarii Math. Helv., vol. 8, pag. 379.

dringen, nach innen. Die Doppelstrecken verbinden die Mitten je zweier windschiefer Tetraederkanten.

Der ursprüngliche Satz lautet also auch :

Drei Ebenen zerlegen ein konvexes Polyeder in zwei einseitige Polyeder, gebildet von je vier Scheiteloktanten. Der Schnittpunkt der drei Ebenen muß dabei im Innern des angenommenen Polyeders liegen.

Das Netz zeigt die 12 gleichseitigen Dreiecke je zu dreien längs Seiten zusammenstoßend; die Quadrate sind aber durch je eine Diagonale halbiert, so daß sie durch 6 rechtwinklige Dreiecke vertreten sind. Aus diesem Netz läßt sich durch Aufklappungen das Polyeder bilden unter Anwendung dreier *Möbiusscher Bänder* von 1—2 nach (1) — (2), 3—4 nach (3) — (4) und 5—6 nach (5) — (6).

Zuerst bildet man aus (A), (B), (C) durch Aufklappung um die punktierten Kanten nach oben ein Dreikant und klappt die anstoßenden rechtwinkligen Dreiecke gleicherweise auf, bis die drei Punkte 0 in einen Punkt fallen, womit der Mittelpunkt 0 des Polyeders erhalten wird. Dann erhält man durch Umklappungen um die ausgezogenen Kanten nach unten aus den anstoßenden gleichseitigen Dreiecken die übrigen drei Tetraederecken und durch Einbiegung der äußersten drei rechtwinkligen Dreiecke gegen 0 entstehen aus deren Hypotenusen die Doppelstrecken der Durchdringungen der drei Quadrate. Zugleich schließen sich die angestrichenen Kanten zu einem Randdreieck 12, 34, 56, an welchem der Übergang von der Unterseite der Netzfläche zu deren Oberseite hergestellt wird, woraus die Einseitigkeit des Polyeders ersichtlich ist.

Die beiden einem Würfel eingeschriebenen Tetraeder ergeben in ihrer Durchdringung zwei Pentadekaeder, in denen zwei Heptaeder liegen.

(Eingegangen den 15. Februar 1937.)