Zeitschrift: Commentarii Mathematici Helvetici

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 8 (1935-1936)

Artikel: Über einen arithmetischen Satz von Kürschák.

Autor: Obláth, Richard

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-9293

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Über einen arithmetischen Satz von Kürschák

Von Richard Obláth, Budapest

Den wohlbekannten Kürschák'schen Satz¹), daß die Summe

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{n+k}$$

nie eine ganze Zahl sein kann, wenn n und k positive ganze Zahlen sind, kann man auch mit Hilfe des in der neueren Literatur öfter vorkommenden Sylvester-Schur'schen Satzes beweisen²). Laut demselben gibt es in der Folge n, n+1, \cdots , n+k stets eine solche Zahl $n+r \le n+k$, welche einen Primteiler p>k zuläßt, wenn n>k ist. Wenn aber $n \le k$ ist, sichert der Tschebyscheff'sche Satz in der zweiten Hälfte dieser Folge das Vorhandensein einer Primzahl, welche ebenfalls mit p bezeichnet werden soll. Da Herr Erdös diese beiden Sätze unlängst elementar arithmetisch bewiesen hat³), erhalten wir einen neuen elementaren Beweis des vorangestellten Satzes.

Die Summe 1) bezeichnen wir mit A, dann ist

$$\frac{1}{n+r} = \frac{1}{pp_1} = A - B$$

wenn $n+r=pp_1$ gesetzt und die Summe der übrigen Glieder mit B bezeichnet wird. Unter den Primfaktoren des Nenners der Zahl B kommt aber p (wegen p>k resp. $>\frac{1}{2}$ (n+k)) nicht vor, A kann daher keine ganze Zahl sein. Q. e. d.

¹⁾ Kürschák, Math. és Phys. Lapok 27., 1918, p. 299. Pólya-Szegő: Aufg. u. Lehrs. a. d. Analysis II., 1925, pp. 159 u. 381. VIII. Abschn. Aufg. 251.

²) Sylvester: Mess. of. Math. 21., 1892, pp. l. u. 87. Coll. math. Papers 4., 1912, p. 687., auch als quest. nr. 10951 in den Ed. Times. I. Schur: Sitz. Ber. Akad. Wiss. Berlin, Phys. Math. Kl. 1929. IX. p. l. und XXIII. p. l. Obláth Tôh. Math. Journ. 38., 1933, pp. 82. u. 89. Erdős: Journ. Lond. Math. Soc. 9., 1934, p. 282.

³) *Erdös:* Journ. Lond. Math. Soc. 9./: 1934:/ p. 282 und *Erdös:* Acta. Litt. ac Scient. Szeged 5/: 1932:/p. 194.

Der Erdös'sche Beweis des Sylvester-Schur'schen Satzes läßt sich auch auf die arithmetische Reihe ausdehnen, man kann daher verschiedene Verallgemeinerungen des Kürschák'schen Satzes⁴) in derselben Weise herleiten.

(Eingegangen den 8. August 1935.)

⁴⁾ Nagell: Skrifter Oslo 1923 /: 1924: /, Nr. 13. p. 10. Erdös: Math. és Phys. Lapok 39, 1932, p. 17. Obláth, Math. és Phys. Lapok 27., 1918, p. 93., Appell: Journ. de math. 9 série, t. 6., 1927, p. 121.