

<b>Zeitschrift:</b>	Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe
<b>Band:</b>	53 (1975)
<b>Heft:</b>	12
<b>Artikel:</b>	Potentialverhältnisse und Stromdichten in Poren von Isolationsschichten = Rapports de potentiels et densités de courant dans les pores de couches isolantes
<b>Autor:</b>	Wiedmer, Paul-Martin
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-875625">https://doi.org/10.5169/seals-875625</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 11.08.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Potentialverhältnisse und Stromdichten in Poren von Isolationsschichten

## Rapports de potentiels et densités de courant dans les pores de couches isolantes

Paul-Martin WIEDMER, Bern

620.197.6:537.312

Zusammenfassung. Nach einer kurzen Erörterung der Potentialverhältnisse in der Grenzschicht zwischen einem Metall und seiner elektrolytisch leitenden Umgebung wird ein Näherungsverfahren zur Berechnung von Stromdichten in Fehlerstellen von Isolationsschichten auf unterirdischen metallischen Strukturen gegeben. Im Anhang sind die dazu benötigten Beziehungen hergeleitet. Es zeigt sich, dass diese Stromdichten mit abnehmenden Porendurchmessern, aber auch mit abnehmenden Isolationsdicken, stark zunehmen.

Résumé. A la suite d'une brève discussion des potentiels régnant dans la couche voisine d'un métal placé dans un milieu électrolytique, on développe, à l'aide de résultats obtenus dans l'appendice, une méthode approximative du calcul de la densité de courant dans le fond de défauts de la couche protectrice sur des structures métalliques souterraines. Il est démontré que ces densités de courant augmentent fortement lorsque le diamètre des pores diminue. Il en est de même si l'épaisseur de la couche protectrice diminue.

### Rapporti di potenziali e densità di corrente nei pori di strati isolanti

Riassunto. Dopo aver spiegato brevemente i rapporti di potenziale nello strato di confine tra un metallo e un ambiente circostante a conduttanza elettrolitica, si espone un calcolo di approssimazione per determinare le densità di correnti in punti dove strati isolanti su strutture metalliche sotterranee sono guasti. Nell'allegato vengono elencati i necessari rapporti a tale scopo. Si rileva quindi che queste densità di correnti aumentano in modo importante man mano che i diametri dei pori e anche lo spessore dell'isolatore diminuiscono.

### 1 Einleitung

Im Erdreich vergrabene metallische Konstruktionen, wie Starkstrom- und Telefonkabel oder Brennstoftanks und Pipelines, werden zum Schutz vor Korrosionen mit einer Isolationshülle oder einem Schutzanstrich versehen. Diese Deckenschichten weisen oft durchgehende Poren oder Schäden infolge mechanischer Verletzungen auf, so dass bei ungünstigen Gegebenheiten, wie großer Leitfähigkeit des Bodens infolge hohen Wassergehaltes und hoher Ionenkonzentration sowie Gleichstrombeeinflussungen, an diesen Stellen Lochfrasskorrosion einsetzt. Da die Abbaugeschwindigkeit des korrodierenden Metalls proportional zur Stromdichte ist, interessiert in diesem Zusammenhang die Abhängigkeit der Stromdichte von den Dimensionen des Loches in der Schutzschicht. Entgegen der oft geäußerten Meinung, die Dicke der Schutzschicht habe bei gleicher Porenweite keinen wesentlichen Einfluss auf die Stromdichte, zeigt sich jedoch, dass diese mit abnehmender Schichtdicke stark zunimmt.

### 2 Abbaugeschwindigkeit

Das Volumen des infolge Korrosion durch den Strom  $I$  in der Zeit  $t$  abgetragenen Metalls beträgt

$$\text{Volumen} = \frac{ItM}{zF\varrho} \quad \begin{aligned} \text{worin } M &= \text{Molgewicht} \\ z &= \text{Wertigkeit} \\ \varrho &= \text{spez. Masse} \\ F &= \text{Faradaysche Konstante} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{des Metalls} \end{array} \right\}$$

Ein Strom von 1 mA während eines Jahres erzeugt demnach bei den am häufigsten verwendeten Metallen Abbauvolumen von 1...3 cm<sup>3</sup>, was aus Tabelle I hervorgeht.

Verteilt sich der Strom von 1 mA gleichmäßig auf 1 cm<sup>2</sup> Oberfläche, so erhält man bei ungehinderter Korrosion somit 1...3 cm tiefe Löcher; die Stromdichte 1 mA/cm<sup>2</sup> ist also schon sehr gefährlich.

### 1 Introduction

Les constructions métalliques enterrées dans le sol, telles que les câbles à courant fort et les câbles téléphoniques ou les citernes à carburant et les pipe-lines sont revêtues d'une gaine isolante ou d'un enduit de protection destinés à les préserver de la corrosion. Ces couches présentent souvent des pores les traversant de part en part ou des endommagements mécaniques où apparaît une corrosion par formation de cratères lorsque les conditions sont défavorables, à savoir notamment en cas de conductivité élevée du sol due à une forte teneur en eau et une haute concentration ionique ainsi qu'en présence de potentiels dus à des courants continus. Il est intéressant de connaître la relation entre la densité du courant et la dimension du défaut dans la couche de protection, car la vitesse de dissolution électrolytique des métaux est proportionnelle à la densité du courant. Contrairement à l'opinion souvent émise, selon laquelle l'épaisseur de la couche de protection n'influencerait pas sensiblement la densité du courant dans des pores de diamètre égal, il apparaît pourtant que cette densité augmente fortement lorsque la couche devient plus mince.

### 2 Vitesse de transfert électrolytique

Le volume de métal transféré en raison de la corrosion par le courant  $I$  pendant le temps  $t$  est

$$\text{volume} = \frac{ItM}{zF\varrho} \quad \begin{aligned} \text{où } M &= \text{Masse molaire} \\ z &= \text{Valence} \\ \varrho &= \text{Masse spécifique} \\ F &= \text{Constante de Faraday} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{du métal} \end{array} \right\}$$

Ainsi, un courant de 1 mA cause pendant 1 an une perte de matière de 1...3 cm<sup>3</sup> pour les métaux les plus couramment utilisés, ce qui ressort du tableau I.

Si le courant de 1 mA se répartit uniformément sur une surface de 1 cm<sup>2</sup> et que rien n'empêche la corrosion, des cratères de 1...3 cm de profondeur se forment; la densité de courant de 1 mA/cm<sup>2</sup> est donc déjà très dangereuse.

**Tabelle I.** Abtrag einiger Metalle durch 1 mA während eines Jahres  
**Tableau I.** Pertes causées par un courant de 1 mA pendant 1 an pour certains métaux usuels

Metalle Métaux	M	z	ρ	Volumen in Volumes en cm <sup>3</sup>
Fe	55,9	2	7,86	1,17
Cu	63,6	2	8,89	1,18
Pb	207,2	2	11,35	3,0
Zn	65,4	2	6,92	1,55
Al	27,0	3	2,7	1,09
Mg	24,3	2	1,74	2,3
Ni	58,7	2	8,85	1,09
Sn	118,7	2	7,4	2,63

### 3 Potentialverhältnisse bei der Korrosion

#### 31 Referenzelektrode

An der Grenzschicht eines in einen Elektrolyten eingetauchten Metalls (sogenannte Halbzelle) laufen elektrochemische Vorgänge ab, die eine Potentialdifferenz bewirken, die man untersuchen kann, indem die Potentiale des Metalls und eines nahe der Grenzschicht gelegenen Punktes stets gegen dieselbe Referenzelektrode gemessen werden. Die Referenzelektrode wird stromlos betrieben, und an ihr laufen daher immer dieselben Gleichgewichtsreaktionen ab, zum Beispiel bei der Standard-Wasserstoffelektrode die Reaktionen



Die Elektrode besteht aus einer Platinelektrode in einer Lösung von Wasserstoffionen ( $\text{pH} = 0$ ) unter einer  $\text{H}_2$ -Atmosphäre mit Normaldruck. Dieser Referenzelektrode wird das Potential Null zugeteilt. Da man aber immer nur Potentialdifferenzen misst, kann man auch  $\text{Cu}/\text{CuSO}_4$ -Referenzelektroden verwenden, die sich, trotzdem sie etwas weniger genau messen, ihrer Robustheit wegen in der Praxis durchgesetzt haben. Es ist jedoch gegebenenfalls zu beachten, dass die Messung gegen eine  $\text{Cu}/\text{CuSO}_4$ -Elektrode ein um 320 mV tieferes Resultat liefert als gegen eine Normalwasserstoffelektrode.

#### 32 Standardpotential

Das Standardpotential  $E_o$  ist definiert als das gegen die Standard-Referenzelektrode gemessene Potential, wenn die betreffende Elektrode mit keiner Deckschicht behaftet ist und sich in einer Lösung befindet, die die an der Reaktion beteiligten Metallionen in der Einheitskonzentration 1 Mol/Liter enthält und ausserdem kein Strom fliesst. Diese Potentiale sind in der Literatur tabelliert und betragen bis mehrere hundert mV. Sind nicht alle Konzentrationen im Elektrolyten 1-normal, so ändert sich das Potential gemäss der Nernstschén Gleichung

$$E = E_o + \frac{RT}{zF} \ln C_{\text{ion}} \\ = E_o + 0,059 \log C_{\text{ion}} \text{ (V)} \quad \text{für } z = 1 \\ \quad \quad \quad T = 298 \text{ K} = 25^\circ\text{C}$$

worin R Gaskonstante  
 T absolute Temperatur  
 z Wertigkeit des Elektrodenmetalls  
 F Faradaysche Konstante  
 $C_{\text{ion}}$  Konzentration der Ionen des Elektrodenmetalls, Mol/l

### 3 Conditions de potentiel lors de la corrosion

#### 31 Electrode de référence

Dans la couche limite métal/électrolyte d'un métal plongé dans un électrolyte (demi-élément), des processus électrochimiques se déroulent, engendrant une différence de potentiel. Il est possible d'étudier ces processus en mesurant les potentiels du métal et d'un point situé près de la couche limite par rapport à une électrode de référence. L'électrode de référence est toujours le siège de réactions tendant à maintenir un équilibre. Par exemple, dans le cas de l'électrode normale à hydrogène, on peut observer les réactions suivantes



Le dispositif consiste en une électrode de platine plongée dans une solution d'ions hydrogène ( $\text{pH} = 0$ ) sous une atmosphère de  $\text{H}_2$  à pression normale. Le potentiel zéro est attribué à cette électrode de référence. Vu que seules des différences de potentiel sont mesurées, il est aussi possible d'utiliser des électrodes de référence  $\text{Cu}/\text{CuSO}_4$  qui, quoique donnant des résultats moins précis, se sont imposées en pratique grâce à leur robustesse. Le cas échéant, il faut toutefois considérer que la mesure par rapport à une électrode à sulfate de cuivre indique une valeur de 320 mV plus basse que celle qui aurait été obtenue par rapport à une électrode normale à hydrogène.

#### 32 Potentiel normal

Le potentiel normal  $E_o$  est, par définition, le potentiel mesuré par rapport à l'électrode normale de référence, lorsque celle-ci n'est recouverte d'aucune couche et qu'elle plonge dans une solution contenant les ions métalliques participant à la réaction à la concentration normale de 1 mole/litre et que, de plus, aucun courant ne circule. Ces potentiels figurent sous forme de tableaux dans les ouvrages spécialisés et peuvent atteindre plusieurs centaines de mV. Si les concentrations de l'électrolyte ne correspondent pas toutes à la solution normale, le potentiel est donné par la formule de Nernst

$$E = E_o + \frac{RT}{zF} \ln C_{\text{ion}}$$

$$= E_o + 0,059 \log C_{\text{ion}} \text{ (V) pour } z = 1$$

$$T = 298 \text{ K} = 25^\circ\text{C}$$

où R Constante des gaz parfaits  
 T Température absolue  
 z Valence du métal de l'électrode  
 F Constante de Faraday  
 $C_{\text{ion}}$  Concentration des ions du métal de l'électrode mole/l

Mesuré par rapport à l'électrode  $\text{Cu}/\text{CuSO}_4$  saturée, ce potentiel s'élève par exemple pour l'acier enrobé de béton à -100 mV et à -900 mV au maximum pour l'acier plongé dans de l'argile non aérée.

#### 33 Polarisation

Même si, comme il a été expliqué au paragraphe précédent, le potentiel est mesuré en l'absence de courant, cela ne signifie pas qu'aucun processus électrochimique ne se déroule, mais seulement que le métal qui passe dans la solution (sous forme d'ions) est électriquement équivalent aux ions transférés en sens inverse sur l'électrode. En d'autres termes : les densités de courant des réactions sont les mêmes dans

Gemessen gegen die gesättigte Cu/CuSO<sub>4</sub> Elektrode beträgt dieses Potential zum Beispiel für Stahl in Beton -100 mV und bis -900 mV in unbelüftetem Lehm.

### 33 Polarisation

Auch wenn das Potential nach dem letzten Abschnitt stromlos gemessen wird, heißt das nicht, dass keine elektrochemischen Vorgänge an der Elektrode ablaufen, sondern nur, dass ebenso viele Grammäquivalente in Lösung übergehen, wie aus dem Elektrolyten wieder auf die Elektrode abgeschieden werden. Mit andern Worten: die Stromdichten der Reaktionen sind in beiden Richtungen gleich gross. Wird nun der äussere Stromkreis über einen Widerstand geschlossen, so erzeugt die EMK einen Strom, womit das Gleichgewicht verlassen und außerdem das Elektrodenpotential durch Polarisation verändert wird gemäss

$$V_p = \beta_1 \log \frac{j_1}{j_0} = -\beta_2 \log \frac{j_2}{j_0}$$

worin  $j_1$ , beziehungsweise  $j_2$  die Stromdichten der sogenannten Vorwärts- bzw. Rückwärtsreaktion und  $\beta_1$ , beziehungsweise  $\beta_2$  Systemkonstanten dieser Reaktionen sind. Außerdem gilt  $j_1 - j_2 = \text{Gesamtstromdichte } j$ . Obige Beziehung heißt Tafelsche Gleichung und wird auf logarithmischem Papier durch die Tafelschen Geraden dargestellt. Deren Schnittpunkt entspricht dem Gleichgewicht mit  $V_p = 0$  und  $j_1 = j_2 = j_0$ .

Sind im Elektrolyten nur Ionen desselben Metalls vorhanden, aus dem die Elektrode besteht, so sind die beiden Konstanten  $\beta_1$  und  $\beta_2$  gleich gross, und es findet nur eine Reaktion, aber in beiden Richtungen, statt. Man nennt dies den Fall der reversiblen Elektrode.

Die Verhältnisse sind in Figur 1 dargestellt. Zur Kurve für die Gesamtstromdichte ist zu bemerken, dass für Polarisationen von etwa + 50 mV an die Stromdichte der Rückwärtsreaktion im allgemeinen nur noch etwa  $1/10$  der Stromdichte der Vorwärtsreaktion ausmacht, so dass sich die Kurve der Gesamtstromdichte  $j$  rasch der anodischen Tafelschen Geraden nähert.

Im allgemeinen Fall mit mehreren Metallen und Elektrolyten sind zwei oder mehr Reaktionen am Gesamtorgang beteiligt, und die beiden Tafelschen Geraden sind nicht mehr gleich steil, das heißt, die Systemkonstanten für den Vorwärts- und Rückwärtsstrom sind, wie in Figur 2 dargestellt, verschieden. Die Stromdichten sind beim sogenannten

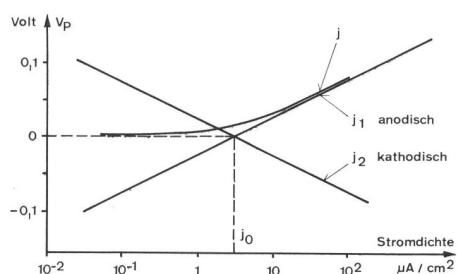


Fig. 1  
Tafelsche Geraden und Kurve für die Gesamtstromdichte in der Vorwärtsrichtung bei einer reversiblen Elektrode – Droites de Tafel et courbe représentant la densité de courant totale dans le sens direct pour une électrode réversible

Volt – Volts  
Anodisch – Anodique  
Kathodisch – Cathodique  
Stromdichte – Densité de courant

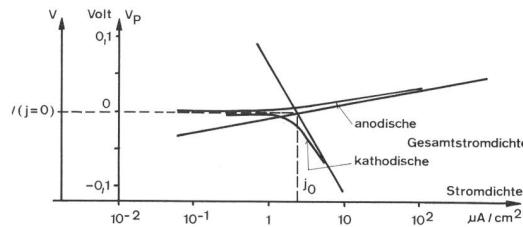


Fig. 2

Tafelsche Geraden und Gesamtstromkurven (anodisch und kathodisch) für den allgemeinen Fall – Droites de Tafel avec courbes de courant total (anodique et cathodique) cas général

Anodisch – Anodique  
Kathodisch – Cathodique  
Stromdichte – Densité de courant

les deux sens. Si l'on ferme le circuit externe, la force électromotrice produit un courant qui détruit l'équilibre et polarise d'autre part l'électrode selon la relation

$$V_p = \beta_1 \log \frac{j_1}{j_0} = -\beta_2 \log \frac{j_2}{j_0}$$

où  $j_1$  est la densité de courant issu du métal et  $j_2$  celle du courant y entrant  $\beta_1$  et  $\beta_2$  étant des constantes. Par ailleurs,  $j_1 - j_2 = \text{densité de courant totale } j$ . La relation précitée est appelée équation de Tafel et peut être représentée par des droites dites «de Tafel» tracées sur du papier logarithmique. Leur point d'intersection correspond à l'état d'équilibre où  $V_p = 0$  et  $j_1 = j_2 = j_0$ .

Si l'électrolyte ne contient que des ions du métal qui constituent l'électrode, les deux constantes  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont égales et une seule réaction, dans les deux sens, se produit. En pareil cas, on parle d'électrode réversible.

Les relations entre polarisation et courants sont représentées à la figure 1. En ce qui concerne la courbe de la densité de courant totale, il y a lieu de remarquer qu'au-dessus de polarisations d'environ + 50 mV,  $j_2 < 0,1 j_1$ , si bien que la courbe de la densité de courant totale  $j$  converge rapidement vers la droite anodique de Tafel.

En général, lorsqu'on a affaire à plusieurs métaux et plusieurs électrolytes, deux réactions ou plus participent au processus global et les deux droites de Tafel n'ont plus la même pente, ce qui revient à dire que les constantes  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont différentes, comme le montre la figure 2. Les densités de courant dans les deux sens sont égales pour le potentiel  $V$  ( $j=0$ ), appelé «potentiel de corrosion».

Bien qu'en l'occurrence le courant total disparaisse, une corrosion à vitesse constante se produit, vu que l'on n'a plus affaire à une seule réaction d'intensité égale dans les deux sens, mais au moins à deux réactions qui ne se contrebloquent plus. Par la mesure du courant anodique et du courant cathodique en fonction du potentiel, il est possible de déterminer la densité de courant  $j_0$ , qui mesure la vitesse de corrosion, en traçant le diagramme de la figure 2 et en y reportant les asymptotes (droites de Tafel).

Si l'on considère la distribution de potentiel autour d'une configuration corrodante, la tension totale entre le métal et un point éloigné sera

$$V = E_o + \frac{RT}{zF} \ln \frac{(ox)}{(red)} + \beta_1 \log \frac{j}{j_0} + IR$$

- (ox) Concentration des ions métalliques oxydés
- (red) Concentration des ions métalliques réduits
- I Courant total
- R Résistance de mise à terre de la configuration

Korrosionspotential  $V(j = 0)$  in beiden Richtungen gleich. Trotzdem dort der Gesamtstrom verschwindet, findet eine Korrosion mit konstanter Geschwindigkeit statt, da nicht mehr nur eine Reaktion in beiden Richtungen gleich stark abläuft, sondern mindestens zwei Reaktionen, die sich gegenseitig nicht mehr aufheben. Aus der Messung des anodischen und kathodischen Stromes in Funktion des Potentials kann man übrigens durch Aufzeichnen des Diagrammes der Figur 2 und Eintragen der Asymptoten (Tafelsche Geraden) die Stromdichte  $j_0$  bestimmen, welche ein Mass für die Korrosionsgeschwindigkeit ist.

Betrachtet man nun die Potentialverteilung um eine korrodierende Konfiguration, so beträgt die gesamte Spannung zwischen dem Metall und einem fernen Punkt des umgebenden Mediums

$$V = E_o + \frac{RT}{zF} \ln \frac{(ox)}{(red)} + \beta_1 \log \frac{j}{j_0} + IR$$

(ox) Konzentration der oxidierten Metallionen

(red) Konzentration der reduzierten Metallionen

I Gesamtstrom

R Erderwiderstand der Konfiguration

Die ersten drei Terme dieser Formel erfassen die Verhältnisse in der Grenzschicht Metall-Umgebung, während der letzte Term den Spannungsabfall darstellt, den der Gesamtstrom gegen den fernen Punkt erzeugt. Der dritte Term stellt die Polarisation für den Fall  $j \leq j_1 \gg j_2$  dar, was im allgemeinen für  $V_p > 50$  mV erfüllt ist. Bei konstanter Spannung  $V$  ist also die Stromdichte  $j$  an der Metallocberfläche nach obiger Beziehung um so grösser, je kleiner IR wird.

#### 4 Berechnung der Stromdichte

In einem korrodierenden System liegen die Verhältnisse meist so, dass die Polarisation, die ja ein Gegengewicht gegen die Korrosion darstellt, nur schwach ist, wie das in Figur 2 durch den flachen Verlauf der anodischen Stromdichte angedeutet ist. Für in der Praxis oft vorkommende Potentiale  $V$  von etwa 1 Volt bedeutet dies nun aber, dass in der letzten Gleichung der Term IR dominiert und somit die Möglichkeit gegeben ist, die Stromdichte aus der angenäherten Beziehung  $V = IR$  zu bestimmen. Das Problem ist damit auf die Berechnung des Erdungswiderstandes der Konfiguration zurückgeführt, wozu im Anhang die im weiteren benötigten Beziehungen bereitgestellt sind.

##### 41 Stromdichte in einer Pore

Im Schutzanstrich oder in der Ummantelung von metallischen Strukturen im Erdboden sind oft bis auf das Metall durchgehende Schäden vorhanden, die durch mechanische Einwirkung entstehen oder auch schon fabrikatorisch bedingt sein können. Die Berechnung der Stromdichte in solchen Leckstellen beruht auf der Annahme einer kreiszylindrischen Form des Loches, wie schematisch in Figur 3 angedeutet.

Die exakte Berechnung des Widerstandes einer solchen Konfiguration und der Stromdichte auf dem Grund des Loches setzt die Lösung der Poissonschen Differentialgleichung voraus, die infolge der Randbedingungen sehr kompliziert wird. Eine gute Näherung erhält man indessen mit der Annahme, dass die Stromlinien im zylindrischen Loch gleichmässig verteilt und bis zur Oberfläche parallel laufen und nachher den Verlauf nehmen, den eine Scheibenquelle an dieser Stelle erzeugen würde. Der Widerstand setzt sich

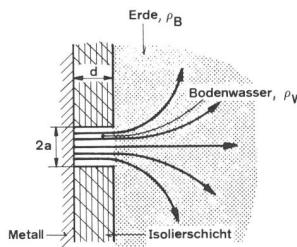


Fig. 3

Stromlinienverlauf in einem zylindrischen Loch einer Schutzschicht—Lignes de courant sortant d'un trou cylindrique dans une couche de protection

Erde – Erde

Bodenwasser – Eau contenue dans le sol

Metall – Métal

Isolierschicht – Couche isolante

Les trois premiers termes de cette formule expriment les conditions régnant dans la couche limite du métal, tandis que le dernier représente la chute de tension que le courant total engendre par rapport au point éloigné. Le troisième terme définit la polarisation pour le cas  $j \leq j_1 \gg j_2$ , condition remplie en général pour  $V_p > 50$  mV.

Lorsque la tension  $V$  est constante, la densité de courant à la surface du métal est alors d'autant plus grande que  $IR$  diminue.

#### 4 Calcul de la densité de courant

En règle générale, les conditions régnant dans un système qui se corrode sont telles que la polarisation qui contre-carre la corrosion est faible, comme le montre l'allure peu raide de la droite de Tafel anodique représentée à la figure 2. Pour les potentiels  $V$  d'environ 1 volt, survenant souvent en pratique, cela signifie que le terme  $IR$  de la formule précitée domine, et qu'il est ainsi possible de déterminer la densité de courant par la relation approchée  $V = IR$ . Le problème est donc ramené au calcul de la résistance de mise à terre de la configuration, opération pour laquelle les équations nécessaires figurent en annexe.

##### 41 Densité de courant dans un pore

L'enduit ou la gaine qui protègent les structures métalliques enfouies dans le sol présentent souvent des endommagements allant jusqu'à la surface du métal, défauts qui peuvent provenir d'influences mécaniques ou de vices de fabrication. Pour calculer la densité du courant en un tel point, on part de l'hypothèse d'un trou de forme cylindrique, comme le montre schématiquement la figure 3.

Pour calculer avec précision la résistance d'une telle configuration et la densité du courant au fond du trou, il faut résoudre l'équation différentielle de Poisson, ce qui est très compliqué, vu les conditions aux limites. On parvient toutefois à une bonne approximation, en admettant que les lignes de courant sont réparties régulièrement dans le trou cylindrique, qu'elles cheminent parallèlement jusqu'à la surface et qu'elles divergent ensuite comme si elles étaient issues d'une source en forme de disque. La résistance se compose donc de la résistance du cylindre et de celle d'une source en forme de disque dans un demi-espace. En utilisant le résultat 6 de l'annexe, on obtient

$$R = \rho_w \frac{d}{a^2 \pi} + \frac{\rho_B}{4a} = \frac{\rho_B}{a^2 \pi} \left( \frac{\pi}{4} a + \frac{\rho_w}{\rho_B} d \right)$$

also zusammen aus dem Zylinderwiderstand und dem Widerstand einer Scheibenquelle in den Halbraum. Mit Benützung des Resultates 6 im Anhang ergibt sich demnach

$$R = \rho_w \frac{d}{a^2 \pi} + \frac{\rho_B}{4a} = \frac{\rho_B}{a^2 \pi} \left( \frac{\pi}{4} a + \frac{\rho_w}{\rho_B} d \right)$$

- worin  $\rho_w$  spezifischer Widerstand des Bodenwassers, mit dem das zylindrische Loch ausgefüllt ist  
 $\rho_B$  spezifischer Widerstand des Bodens, der für den Widerstand der Scheibenquelle maßgebend ist  
a Lochradius  
d Schutzschichtdicke

In den Böden des schweizerischen Mittellandes ist  $\rho_B = 30 \dots 300 \Omega \text{m}$ , in den Bergen etwa  $300 \dots 3000 \Omega \text{m}$ . Für die Bodenwässer im Mittelland gilt ungefähr  $\rho_w = 10 \dots 100 \Omega \text{m}$ . Zwecks Vereinfachung untersuchen wir den Fall  $\rho_w = \rho_B = 70 \Omega \text{m}$ , was in einem sehr nassen Mittellandboden mit grosser Korrosionsgefahr angenähert zutreffen könnte. Damit wird

$$R = \frac{\rho_B}{a^2 \pi} \left( \frac{\pi}{4} a + d \right)$$

und die Stromdichte im Loch errechnet sich zu

$$j = \frac{V}{a^2 \pi R} = \frac{V/\rho_B}{\frac{\pi}{4} a + d} = \frac{V/\rho_B}{0,786a + d} \approx \frac{V/\rho_B}{0,8a + d}$$

Die Stromdichte steigt also mit abnehmenden Lochdimensionen stark an, was übrigens auch ohne die letzte vereinfachende Annahme richtig ist. Die Funktion ist dargestellt im rechten Teil der Figur 4. Die Aussagekraft dieser Darstellung kann qualitativ mit der Unterscheidung der folgenden zwei Fälle erfasst werden:

- Die Kurven  $d = \text{konstant}$  besitzen ein ausgeprägtes Knie bei etwa gleicher Grösse von Lochradius und Schichtdicke; bei Lochdimensionen  $2a < d$  steigen sie nur noch flach gegen den asymptotischen Maximalwert  $j_{\max}$  an, der für den gefährlichsten Fall der sehr dünnen Pore ( $a \rightarrow 0$ ) erreicht wird.

Stromdichten nahe dem Maximum für die betreffende Schichtdicke sind also anzutreffen, wenn

$$2a \leq d \quad \text{mit } j/j_{\max} \geq 0,72$$

was unmittelbar aus der letzten Formel folgt. In Figur 4 findet man alle diese gefährlichen Fälle links von der Geraden  $2a=d$ .

- Bei konstantem Porenradius kann man durch Erhöhen der Schichtdicke  $d$  auf das  $k$ -fache eine Reduktion der Stromdichte um den Faktor

$$\alpha = \frac{j(d)}{j(kd)} = \frac{0,8a + kd}{0,8a + d}$$

erreichen. Dieser Faktor beträgt bei den eben besprochenen gefährlichen Lochdimensionen

$$\begin{aligned} \alpha &= k && \text{für den Fall } a \ll d \text{ und noch} \\ \alpha &= 0,7k + 0,3 && \text{für den Fall } 2a = d \end{aligned}$$

Verdreifacht man etwa die Schichtdicke, so wird die Stromdichte bei gleichem Porenradius damit um den Faktor  $2,4 \dots 3$  reduziert. Dies wird indirekt durch die Erfahrung bestätigt, dass die durch eine etwa 5 mm, also ziemlich dicke Bitumenschicht korrosionsschützten Kabel praktisch nie Löcher aufweisen, deren Durchmesser nicht minde-

st

où  $\rho_w$  Résistivité de l'eau contenue dans le sol et qui remplit le trou cylindrique

$\rho_B$  Résistivité du sol, déterminante pour la résistance de la source en forme de disque

a Diamètre du trou

d Epaisseur de la couche de protection

Pour les sols du Plateau suisse,  $\rho_B = 30 \dots 300 \Omega \text{m}$  et pour ceux des régions de montagne  $300 \dots 3000 \Omega \text{m}$ . Sur le Plateau, la résistivité  $\rho_w$  de l'eau contenue dans le sol est d'environ  $10 \dots 100 \Omega \text{m}$ . A titre de simplification, admettons que  $\rho_w = \rho_B = 70 \Omega \text{m}$ , ce qui pourrait assez bien correspondre aux conditions des sols très humides du Plateau, où le danger de corrosion est prononcé. Ainsi,

$$R = \frac{\rho_B}{a^2 \pi} \left( \frac{\pi}{4} a + d \right)$$

et la densité du courant dans le trou devient

$$j = \frac{V}{a^2 \pi R} = \frac{V/\rho_B}{\frac{\pi}{4} a + d} = \frac{V/\rho_B}{0,786a + d} \approx \frac{V/\rho_B}{0,8a + d}$$

Si les dimensions du trou diminuent, la densité du courant augmente considérablement, ce qui d'ailleurs est également vrai sans l'hypothèse simplificatrice. La fonction est représentée à droite sur la figure 4.

En différenciant les deux cas suivants, il est possible de comprendre qualitativement le pouvoir représentatif de cette figure.

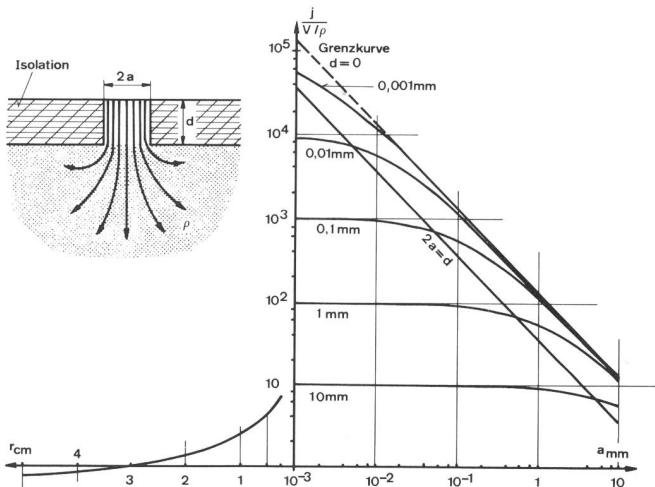


Fig. 4

Stromdichten in Poren und auf blanken Kabeln von 1 m Länge – Densités de courant dans des pores et sur des câbles nus de 1 m de longueur

Zu den Kurven rechts – Remarques concernant les courbes à droite:

Stromdichte in einem Loch in der Isolation — Densité de courant dans un trou de l'isolation

$$j = \frac{V}{\rho} \cdot \frac{100}{0,786a_{mm} + d_{mm}} \text{ mA}$$

V = Potential in Volt – Potentiel en volts

$\rho$  = Spezifischer Widerstand in  $\Omega \text{m}$  – Résistivité en  $\Omega \text{m}$

Zu der Kurve unten links – Remarques concernant la courbe à gauche en bas:

Stromdichte über 1 m blanken Kabels in den ganzen Raum – Densité de courant sur un câble nu de 1 m dans l'espace complet

$$j = \frac{V}{\rho} \cdot \frac{4,343}{r_{cm} \log_{10} \frac{73,7}{r_{cm}}} \text{ mA}$$

r = Kabelradius in cm – Rayon du câble en cm

V und  $\rho$  wie oben – Comme ci-dessus

Grenzkurve – Limite

Isolation – Isolation

stens einige Millimeter betragen. Ganz dünne Poren kommen also gar nicht zur Auswirkung. Für dieses gute Verhalten der bitumenisierten Kabel sind aber zusätzliche Gründe vorhanden, die noch zur Sprache kommen werden.

Im allgemeinen Fall beträgt der Erdungswiderstand der Konfiguration

$$R = \rho_w \frac{d}{a^2 \pi} + \rho_B \frac{\gamma}{4a} = \frac{\rho_B}{a^2 \pi} \left( \frac{\pi}{4} \gamma a + \frac{\rho_w}{\rho_B} d \right)$$

worin der Umstand, dass der Scheibenquelle meist mehr als ein Halbraum zur Verfügung steht, durch den Faktor  $\gamma$  berücksichtigt wird. Durch die Einführung der reduzierten Porodimensionen

$$a' = \gamma a \quad \text{mit} \quad 0,5 < \gamma \leq 1$$

$$d' = \frac{\rho_w}{\rho_B} d < d$$

wird die Stromdichte

$$j = \frac{V/\rho_B}{\frac{\pi}{4} a' + d'} \cong \frac{V/\rho_B}{0,8a' + d'}$$

Das Diagramm der Figur 4 und die vorherigen Überlegungen gelten also ohne weiteres für die reduzierten Dimensionen  $a'$  und  $d'$ . Ungleiche Leitfähigkeit von Boden und Bodenwasser führen im Diagramm auf eine höher gelegene Kurve und verschlechtern die Verhältnisse normalerweise erheblich, während der meist kleine Einfluss von  $\gamma$  in einer Verschiebung auf der eben gefundenen Kurve um höchstens eine Drittelpotenz nach links besteht.

#### 42 Stromdichte auf einem blanken, dünnen Zylinder

Zum Vergleich mit den im letzten Abschnitt berechneten Stromdichten in Schadstellen von isolierten Konstruktionen interessieren die Verhältnisse auf einem Stück blanken Kabels. Nach Formel 7 des Anhangs beträgt der Erdungswiderstand

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left( \ln \frac{2L}{r} - 1 \right)$$

worin  $L$  Länge des blanken Kabels

$r$  Radius,  $L \gg r$

Die Stromdichte wird somit

$$j = \frac{V/\rho}{r \ln \frac{2L}{r}}$$

Für den Fall eines blanken Kabels von 1 m Länge ist diese Stromdichte als Funktion des Radius auf der linken Hälfte der Figur 4 eingezeichnet. Die hier auftretenden Stromdichten sind in jedem Fall ganz bedeutend kleiner als jene an Schadstellen von isolierten Konstruktionen, sofern dort Lochradius und Schichtdicke der Isolation unter 10 mm liegen.

Dieses Verhalten wird bestätigt durch die Erfahrung, derzufolge Korrosionsschäden auf blanken Kabelstücken und Muffen in Kabelschächten selten sind und keine grosse Tiefeinwirkung erreichen, ganz im Gegensatz zu den tiefen Korrosionen unter den verhältnismässig seltenen Schadstellen auf der Isolation der verlegten Kabel.

- Les courbes  $d = \text{constant}$  possèdent un coude prononcé pour une valeur à peu près égale du rayon du trou et de l'épaisseur de la couche; pour  $2a < d$ , les courbes tendent asymptotiquement vers  $j_{\max}$ , qui est atteint pour le cas le plus dangereux d'un pore très étroit ( $a \rightarrow 0$ ). Des densités de courant proches du maximum se produisent donc pour des épaisseurs de couche entrant en considération, lorsque

$$2a \leq d \quad \text{avec} \quad j/j_{\max} \geq 0,72$$

ce qui résulte de la dernière formule. Dans la figure 4, tous ces cas dangereux sont situés à gauche de la droite  $2a = d$ .

- Pour un diamètre de pore constant, il est possible d'obtenir une réduction de la densité de courant d'un facteur

$$\alpha = \frac{j(d)}{j(kd)} = \frac{0,8a + kd}{0,8a + d}$$

en multipliant par « $k$ » l'épaisseur de la couche  $d$ . Pour ces pores de dimensions dangereuses, ce facteur s'élève à

$$\begin{aligned} \alpha &= k && \text{au cas où } a \ll d \text{ et encore à} \\ \alpha &= 0,7k + 0,3 && \text{au cas où } 2a = d \end{aligned}$$

Si l'on triple l'épaisseur de la couche, la densité du courant diminue d'un facteur 2,4...3 pour un pore de même rayon. L'expérience confirme indirectement ce fait, vu que les câbles protégés contre la corrosion par une couche de quelque 5 mm de bitume, soit assez épaisse, ne présentent pratiquement jamais de corrosions de diamètre inférieur à quelques millimètres au moins. Les pores très étroits n'ont donc pas d'influence. Ce comportement favorable des câbles isolés au bitume provient cependant encore d'autres facteurs dont il sera question plus loin.

En règle générale, la résistance de mise à terre de la configuration est

$$R = \rho_w \frac{d}{a^2 \pi} + \rho_B \frac{\gamma}{4a} = \frac{\rho_B}{a^2 \pi} \left( \frac{\pi}{4} \gamma a + \frac{\rho_w}{\rho_B} d \right)$$

où il est tenu compte, grâce au facteur  $\gamma$ , du fait que la source en forme de disque influence généralement un espace plus grand que le demi-espace. En introduisant les grandeurs auxiliaires

$$a' = \gamma a \quad \text{avec} \quad 0,5 < \gamma \leq 1$$

$$d' = \frac{\rho_w}{\rho_B} d < d$$

on voit que la densité du courant devient

$$j = \frac{V/\rho_B}{\frac{\pi}{4} a' + d'} \cong \frac{V/\rho_B}{0,8a' + d'}$$

Le diagramme de la figure 4 et les considérations précédentes sont donc aussi valables lorsqu'on travaille avec  $a'$  et  $d'$ . Des conductivités différentes du sol et de l'eau contenue dans le sol conduisent à une courbe située plus haut sur le diagramme et déterminent en général sensiblement les conditions, tandis que l'influence souvent faible de  $\gamma$  se traduit par un décalage à gauche d'un tiers de décade au maximum sur la courbe trouvée.

#### 42 Densité de courant sur un cylindre mince et nu

A titre de comparaison avec les densités de courant calculées au dernier paragraphe pour les points défectueux de

## 5 Gegengewichte zur Korrosion in engen Löchern

Durch das Einsetzen der Korrosion in einer Pore entstehen vielfach schwerlösliche Stoffe, die das Eindringen von Bodenwasser erschweren und damit die Leitfähigkeit der Pore herabsetzen, womit die Stromdichte sinkt und die Korrosion verlangsamt wird. Häufig tritt auch eine Ionenverarmung ein, die im selben Sinne wirkt. Die unlöslichen Korrosionsprodukte entstehen am Boden der Pore und üben mit der Zeit einen seitlichen Druck aus. Dadurch kann die Pore ausgeweitet und die korrodierende Fläche vergrössert werden oder die Korrosion breitet sich unter der Isolation aus, was schliesslich zum Absprengen von Teilen der Isolation führen kann. Alle diese Effekte führen zu einer Herabsetzung der Stromdichten und verlangsamen dadurch die Tiefenwirkung der Korrosion. Schliesslich kann die Korrosionsgefahr von vornherein durch eine dicke Isolationsschicht entschärft werden, womit lange Porenkanäle mit hohem Widerstand und entsprechend kleiner Stromdichte entstehen, wie im vorigen Abschnitt dargelegt wurde.

## 6 Schlussfolgerungen

Moderne Anstriche genügen den mechanischen Anforderungen bereits in dünnen Schichten (typisch 0,1...0,2 mm) und weisen auch hohe Isolationswerte auf. Ihre Anwendung bringt aber die Gefahr starker Korrosionen bei Vorhandensein von Poren, da man sich dann im Diagramm der Figur 4 auf einer verhältnismässig hoch gelegenen Kurve befindet und außerdem praktisch immer der gefährliche Fall  $2a \leq d$  vorliegt. Somit fehlt im System die günstige Wirkung eines langen Porenkanals mit entsprechend hohem Widerstand, und auch eine Verstopfung der Pore durch unlösliche Korrosionsprodukte ist viel weniger wahrscheinlich. Die applikationstechnischen und kostenmässigen Vorteile dünner Schutzfilme werden also mit einer erheblich vergrösserten Korrosionsgefahr erkauft, die im Endeffekt alle andern Vorteile zunichte machen kann, falls es nicht gelingt, durch eine sorgfältige Prüfung auf Poren derartige potentielle Schadenstellen auszuschliessen.

## Anhang

### 1 Potentialfeld einer Punktquelle

Eine punktförmige Quelle ergibt eine kugelsymmetrische Stromdichteverteilung. Für die Stromdichte gilt dann in einem homogenen Medium

$$j = \frac{E}{\rho} = \frac{I}{4\pi r^2}$$

worin I ganzer Strom

r Abstand von der Quelle

E elektrische Feldstärke

$\rho$  spezifischer Widerstand des Mediums

Für das Potential erhält man damit die Beziehung

$$-\frac{d\Phi}{dr} = E = \frac{I\rho}{4\pi r^2}$$

und die Integration ergibt

$$\Phi = \frac{I\rho}{4\pi r} \quad (1)$$

constructions isolées, il est intéressant de connaître les conditions pour une section de câble nu. Selon la formule 7 de l'annexe, la résistance de mise à terre devient

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left( \ln \frac{2L}{r} - 1 \right)$$

où L Longueur du câble nu  
r Rayon,  $L \gg r$

De ce fait, la densité de courant est de

$$j = \frac{V/\rho}{r \ln \frac{2L}{r\rho}}$$

La figure 4 en donne une représentation pour une longueur unité de 1 m. Les densités de courant qui apparaissent en l'occurrence sont en tout cas beaucoup plus faibles que celles qui naissent aux points défectueux de constructions isolées, dans la mesure où le rayon des trous et l'épaisseur de la couche isolante sont inférieurs à 10 mm. L'expérience confirme ce comportement, en ce sens que la corrosion attaque peu souvent les câbles nus et les manchons dans les chambres de câbles et n'y provoque que des dommages superficiels, à l'encontre des corrosions profondes détériorant les câbles aux endroits relativement rares où l'isolation est défectueuse.

### 5 Palliatifs de la corrosion dans les trous de faible diamètre

Lorsque la corrosion débute dans un pore, des substances difficilement solubles apparaissent souvent, qui, en réduisant la conductivité du pore, rendent plus difficile la pénétration de l'eau contenue dans le sol, ce qui diminue la densité de courant et ralentit la corrosion. Souvent, on observe aussi un appauvrissement en ions qui produit le même effet. Les produits de corrosion insolubles naissent au fond du pore et y exercent avec le temps une pression latérale. Le pore peut s'élargir, ce qui agrandit la surface d'attaque ou conduit à une corrosion s'étendant sous l'isolant, ce qui peut finalement se traduire par un effritement partiel de l'enduit. Tous ces phénomènes aboutissent à une diminution des densités de courant et ralentissent, de ce fait, les effets en profondeur de la corrosion. Finalement, le meilleur moyen de parer dès le début au danger de corrosion est de poser une couche isolante épaisse où les pores se présenteraient sous forme de canaux allongés, à haute résistance, produisant des densités de courant comparativement faibles, comme nous l'avons expliqué plus haut.

## 6 Conclusions

Même s'ils sont appliqués en couche mince (valeur typique 0,1...0,2 mm), les enduits modernes satisfont aux exigences mécaniques et présentent de plus de hautes valeurs d'isolation. Toutefois, leur emploi n'exclut pas un danger de corrosion élevé, car une couche mince contenant des pores correspond à une courbe située relativement haut sur le diagramme de la figure 4 et implique pratiquement toujours le cas dangereux  $2a \leq d$ . Ainsi, le système ne bénéficie pas de l'effet favorable des pores profonds à résistance relativement élevée et il est fort peu probable que ceux-ci soient bouchés par des produits de corrosion insolubles.

Tous les avantages qu'offrent les films de protection minces, tant du point de vue de l'application que de celui du

unter Weglassung der Integrationskonstanten, womit das Potential so normiert ist, dass es im unendlich fernen Punkt verschwindet.

## 2 Potentialfeld einer Linienquelle

Eine Linienquelle der Länge  $2l$  soll sich wieder in einem homogenen Medium befinden und insgesamt den Strom  $I$  aussenden.

Jedes Element ihrer Länge kann dann als Punktquelle betrachtet werden, die den Strom  $I d\xi / 2l$  aussendet und also nach (1) das Potentialfeld

$$d\Phi = \frac{I d\xi}{2l} \cdot \frac{\rho}{4\pi r}$$

im Abstand  $r$  vom Linienelement erzeugt (vergleiche Fig. 5).

Da sich die von den Elementen herrührenden Potentiale addieren, erhält man für das Potentialfeld der ganzen Linie das Integral

$$\Phi = \frac{I\rho}{8\pi l} \int_{-l}^l \frac{d\xi}{r} = \frac{I\rho}{8\pi l} \int_{-l}^l \frac{d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2}}$$

Die Integration ergibt

$$\Phi = -\frac{I\rho}{8\pi l} \text{ArSin} \left. \frac{x-\xi}{y} \right|_{-l}^l \quad (2)$$

und nach einer Umformung folgt schliesslich

$$\Phi = \frac{I\rho}{8\pi l} \ln \alpha \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{x+1+\sqrt{(x+l)^2+y^2}}{x-1+\sqrt{(x-l)^2+y^2}} \quad (3)$$

Die Halbachsen  $a$  und  $b$  der Ellipse durch den Feldpunkt  $P(x, y)$  mit den Brennpunkten in den Endpunkten der Linienquelle betragen nach Fig. 5

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad b = \sqrt{a^2 - l^2}$$

Die Länge der Brennstrahlen  $r_1$  und  $r_2$  als Funktion der Abszisse  $x$  des Feldpunktes beträgt infolge bekannter Eigenschaften der Ellipse

$$r_{1,2} = \sqrt{(x \pm l)^2 + y^2} = a \pm x \frac{l}{a}$$

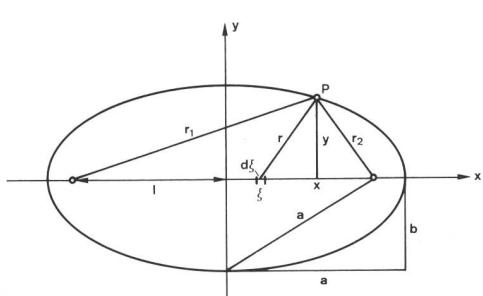


Fig. 5

Grundlage zur Berechnung des Potentialfeldes einer Linienquelle – Base de calcul pour le champ de potentiel d'une source linéaire

coût, sont contrebalancés par un risque de corrosion accru. Ce danger peut finalement réduire à néant tous les autres aspects favorables, si l'on ne réussit pas à éliminer de tels points de corrosion potentiels par un dépistage minutieux des pores.

## Annexe

### 1 Champ de potentiel d'une source ponctuelle

La répartition de la densité de courant d'une source ponctuelle a une symétrie sphérique. Dans un milieu homogène, cette densité de courant est

$$j = \frac{E}{\rho} = \frac{I}{4\pi r^2}$$

où  $I$  Courant total

$r$  Eloignement de la source

$E$  Champ électrique

$\rho$  Résistivité du milieu

Pour le potentiel, on obtient ainsi la relation

$$-\frac{d\Phi}{dr} = E = \frac{I\rho}{4\pi r^2}$$

ce qui donne, après intégration,

$$\Phi = \frac{I\rho}{4\pi r} \quad (1)$$

la constante d'intégration ayant été négligée, ce qui normalise le potentiel de sorte qu'il s'annule à l'infini.

### 2 Champ de potentiel d'une source linéaire

Admettons qu'une source linéaire de longueur  $2l$  se trouve dans un milieu homogène et qu'elle produise le courant total  $I$ . Chacun des éléments de sa longueur peut être considéré comme une source ponctuelle émettant le courant  $I d\xi / 2l$ , ce qui correspond, selon l'équation (1), à la production d'un champ de potentiel

$$d\Phi = \frac{I d\xi}{2l} \cdot \frac{\rho}{4\pi r}$$

pour un éloignement  $r$  de l'élément linéaire (voir fig. 5).

Vu que les potentiels provenant des éléments s'additionnent, on obtient pour le champ de potentiel de la source linéaire complète

$$\Phi = \frac{I\rho}{8\pi l} \int_{-l}^l \frac{d\xi}{r} = \frac{I\rho}{8\pi l} \int_{-l}^l \frac{d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + y^2}}$$

L'intégration fournit

$$\Phi = -\frac{I\rho}{8\pi l} \text{ArSin} \left. \frac{x-\xi}{y} \right|_{-l}^l \quad (2)$$

puis, après transformation,

$$\Phi = \frac{I\rho}{8\pi l} \ln \alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{x+1+\sqrt{(x+l)^2+y^2}}{x-1+\sqrt{(x-l)^2+y^2}} \quad (3)$$

Selon la figure 5, les demi-axes  $a$  et  $b$  de l'ellipse passant par le point  $P(x, y)$ , dont les foyers se trouvent aux extrémités de la source linéaire, ont pour expression

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad b = \sqrt{a^2 - l^2}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (3) ergibt sich

$$\alpha = \frac{a+1}{a-1}$$

$$\Phi = \frac{l\varrho}{8\pi l} \ln \frac{a+1}{a-1} \quad (5)$$

Da das Feld rotationssymmetrisch ist, folgt mit  $\alpha = \text{konstant}$ , dass die Niveauflächen des Potentialfeldes Rotationsellipsoide sind, deren Brennpunkte in den Enden der Linienquelle liegen. Das Potential verschwindet im Unendlichen, da schon die Potentiale der Punktquellen entsprechend normiert wurden.

Den Spezialfall der Punktquelle erhält man aus (5) durch den Grenzübergang  $l \rightarrow 0$ :

$$\left. \frac{1}{l} \ln \frac{a+1}{a-1} \right|_{l \rightarrow 0} = \left. \frac{1}{l} \ln \left( 1 + \frac{2l}{a-1} \right) \right|_{l \rightarrow 0} = \frac{2}{a}$$

$$\Phi = \frac{l\varrho}{4\pi a}$$

in Übereinstimmung mit (1).

### 3 Potential einer kreisförmigen Scheibenquelle

Eine beliebige Niveaufläche jedes Potentialfeldes kann ersetzt werden durch eine gut leitende Fläche, ohne das Feld zu verändern. Stellt man sich dies für eine Niveaufläche des Feldes der Linienquelle des vorigen Abschnittes vor und führt in (5) den Grenzübergang  $a \rightarrow 0$  durch, so erhält man das Potential einer Scheibenquelle mit dem Radius  $b$ :

$$a = 0 \text{ bedingt } l = \sqrt{a^2 - b^2} = ib$$

$$\left. \frac{1}{l} \ln \frac{a+1}{a-1} \right|_{a \rightarrow 0} = \left. \frac{\ln(-1)}{ib} \right|_{a \rightarrow 0} = \frac{i\pi}{ib} = \frac{\pi}{b}$$

$$\Phi = \frac{l\varrho}{8b} \quad (6)$$

Dieser Ausdruck gibt lediglich das Potential der Scheibenquelle gegen den unendlich fernen Punkt, aber keinen Feldverlauf an, da beim Grenzübergang  $a$  und  $l$ , die die Feldpunktkoordinaten enthalten, verschwinden.

### 4 Potential eines dünnen, zylindrischen Stabes

Das Potential eines dünnen, zylindrischen Stabes als Stromquelle in einem homogenen Medium ergibt sich ebenfalls als Spezialfall aus dem Feld einer Linienquelle. Eine Niveaufläche dieses Feldes wird dabei als Stromquelle genommen und ihr Potential für den Fall berechnet, dass die grosse Halbachse gegenüber der kleinen Halbachse sehr gross wird. Der zylindrische Stab wird also ersetzt durch ein langgestrecktes dünnes Rotationsellipsoid. Das Potential auf einem solchen realen Gebilde nimmt jedoch gegen die dünnen Enden hin infolge des ohmschen Spannungsabfalles ab, was beim zylindrischen Stab nicht der Fall ist. Der daraus entstehende Fehler kann durch die Methode der sogenannten gemittelten Potentiale vermieden werden. Im vorliegenden Fall denkt man sich die Mittellinie des zylindrischen Stabes als mit der Linienquelle zusammenfallend und bestimmt das Mittel der Potentiale aller Niveauflächen, die durch die Punkte des zylindrischen Mantels des Stabes gehen.

Vu les propriétés de l'ellipse, la longueur des rayons  $r_1$  et  $r_2$ , en fonction de l'abscisse  $x$  du point  $P$ , est

$$r_{1,2} = \sqrt{(x \pm l)^2 + y^2} = a \pm x \frac{l}{a}$$

En reportant ces valeurs dans l'équation (3), on obtient

$$\alpha = \frac{a+1}{a-1}$$

$$\Phi = \frac{l\varrho}{8\pi l} \ln \frac{a+1}{a-1} \quad (5)$$

La symétrie du champ étant cylindrique, les surfaces équipoientielles sont, pour  $\alpha = \text{constant}$ , des ellipsoïdes de rotation dont les foyers sont situés aux extrémités de la source linéaire. Le potentiel disparaît à l'infini, ce qui est dû à la normalisation du potentiel d'une source ponctuelle.

Le cas particulier de la source ponctuelle peut être tiré de l'équation (5), par le passage à la limite  $l \rightarrow 0$ :

$$\left. \frac{1}{l} \ln \frac{a+1}{a-1} \right|_{l \rightarrow 0} = \left. \frac{1}{l} \ln \left( 1 + \frac{2l}{a-1} \right) \right|_{l \rightarrow 0} = \frac{2}{a}$$

$$\Phi = \frac{l\varrho}{4\pi a}$$

ce qui correspond à l'équation (1).

### 3 Potentiel d'une source circulaire en forme de disque

Toute surface équipoientielle peut être remplacée par une surface conductrice, sans que le champ s'en trouve modifié. Si l'on se représente cela pour une source linéaire et que l'on effectue le passage à la limite  $a \rightarrow 0$  dans l'équation (5), on obtient le potentiel d'une source en forme de disque de rayon  $b$ :

$$a = 0 \text{ implique que } l = \sqrt{a^2 - b^2} = ib$$

$$\left. \frac{1}{l} \ln \frac{a+1}{a-1} \right|_{a \rightarrow 0} = \left. \frac{\ln(-1)}{ib} \right|_{a \rightarrow 0} = \frac{i\pi}{ib} = \frac{\pi}{b}$$

$$\Phi = \frac{l\varrho}{8b} \quad (6)$$

Cette expression ne fournit que le potentiel par rapport à un point infinitement éloigné, mais ne renseigne pas sur la configuration du champ, vu que  $a$  et  $l$ , contenant les coordonnées des points du champ, disparaissent lors du passage de la limite.

### 4 Potentiel d'un cylindre mince

Le potentiel d'un cylindre mince placé dans un milieu homogène constitue également un cas particulier du champ d'une source linéaire. En pareil cas, on considère comme source de courant une surface équipoientielle et l'on calcule son potentiel en admettant que le grand axe est très grand par rapport au petit. La tige cylindrique est donc remplacée par un ellipsoïde de rotation allongé. Dans une telle construction réelle, le potentiel diminue toutefois à l'approche des extrémités minces, en raison de la chute de tension ohmique, ce qui n'est pas le cas pour une tige cylindrique. Il est possible d'éviter l'erreur qui en résulte, en appliquant la méthode dite «des potentiels moyens». En l'occurrence, on admet que la ligne médiane de la tige cylindrique coïncide

Der Ausgangspunkt liegt also bei Gl. (2), und man berechnet für konstantes  $y$  den Mittelwert von  $\Phi$  für  $0 \leq x \leq l$ :

$$\bar{\Phi} = \frac{l\varrho}{8\pi l} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \left( \text{Ar Sin} \frac{x+1}{y} - \text{Ar Sin} \frac{x-1}{y} \right) dx$$

Durch die Substitution  $\frac{x \pm 1}{y} = \eta$  für den ersten bzw. zweiten Term des Integranden erhält man

$$\bar{\Phi} = \frac{l\varrho}{8\pi l} \cdot \frac{y}{l} \int_0^{2l} \text{Ar Sin} \eta d\eta$$

Die Auswertung dieses Integrals ergibt schliesslich mit Einsetzen der Länge  $L = 2l$  und des Radius  $r = y$  des zylindrischen Stabes

$$\bar{\Phi} = \frac{l\varrho}{2\pi L} \left[ \ln \left( \frac{L}{r} + \sqrt{1 + \frac{L^2}{r^2}} \right) + \frac{r}{L} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{L^2}} \right]$$

Dieses Resultat ist für die praktische Berechnung unhandlich, kann aber für den Fall des dünnen Stabes ( $L \gg r$ ) sehr gut approximiert werden mit

$$\Phi = \frac{l\varrho}{2\pi L} \left( \ln \frac{2L}{r} - 1 \right) \quad (7)$$

avec la source linéaire et l'on détermine la moyenne des potentiels de toutes les surfaces équipotentielles passant par les points de l'enveloppe cylindrique de la tige.

En partant de l'équation (2), on calcule, pour  $y$  constant, la valeur moyenne de  $\Phi$  pour  $0 \leq x \leq l$ :

$$\bar{\Phi} = \frac{l\varrho}{8\pi l} \cdot \frac{1}{l} \int_0^l \left( \text{Ar Sin} \frac{x+1}{y} - \text{Ar Sin} \frac{x-1}{y} \right) dx$$

En substituant  $\frac{x \pm 1}{y} = \eta$  dans le premier resp. le deuxième terme de l'intégrant on obtient

$$\bar{\Phi} = \frac{l\varrho}{8\pi l} \cdot \frac{y}{l} \int_0^{2l} \text{Ar Sin} \eta d\eta$$

Si l'on pose  $L = 2l$  et  $r = y$ , où  $r$  est le rayon du cylindre, le calcul de cette intégrale donne

$$\bar{\Phi} = \frac{l\varrho}{2\pi L} \left[ \ln \left( \frac{L}{r} + \sqrt{1 + \frac{L^2}{r^2}} \right) + \frac{r}{L} - \sqrt{1 + \frac{r^2}{L^2}} \right]$$

Vu qu'il est malaisé d'utiliser cette expression dans les calculs pratiques, on peut obtenir une valeur très approchée pour le cas d'une tige mince ( $L \gg r$ ), en posant

$$\Phi = \frac{l\varrho}{2\pi L} \left( \ln \frac{2L}{r} - 1 \right) \quad (7)$$

### Die nächste Nummer bringt unter anderem Vous pourrez lire dans le prochain numéro

K. Fränz Die Einstellung der Öffentlichkeit zu Naturwissenschaft und Technik

M. Hochuli 50 Jahre Stadtröhrenposten der schweizerischen PTT-Betriebe  
Cinquante ans des postes pneumatiques urbaines de l'Entreprise des PTT suisses

W. Knuchel Sanierung des DM-Fernkabelnetzes  
Assainissement du réseau des câbles interurbains DM

P.-H. Werner Propos concernant la technique du son dans les studios de radiodiffusion en Suisse