

**Zeitschrift:** Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

**Herausgeber:** Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

**Band:** 50 (1972)

**Heft:** 8

**Artikel:** Mise en équation des essais progressifs

**Autor:** Praz, Laurent

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-874668>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Rechnerische Darstellung von progressiven Versuchen

*Zusammenfassung. Selten besteht die Möglichkeit, das Verhalten sämtlicher Komponenten einer Anlage zu untersuchen. Man ist deshalb gezwungen, eine gewisse Zahl von Proben zu beobachten und daraus auf das Verhalten der ganzen Menge zu schliessen. Die progressiven Versuche, deren Dauer von der Zahl der beobachteten Fehler abhängt, erlaubt eine Menge auf diese Art zu testen. Die für die Ausarbeitung zweier Versuchsdiagramme benötigten Angaben werden erläutert und anhand von Beispielen erklärt.*

*Résumé. On a rarement la possibilité d'étudier le comportement de tous les dispositifs d'un ensemble qui nous intéresse. On est donc amené à observer un certain nombre d'échantillons et à estimer par la suite le comportement de tout cet ensemble. Les essais progressifs dont la durée est fonction du nombre de défauts observés, permettent de tester un ensemble de cette façon. Les données nécessaires à la mise au point de deux diagrammes d'essais, sont expliquées et illustrées par des exemples.*

## Elaborazione matematica delle prove progressive

*Riassunto. Quando si esamina un complesso che ci interessa, raramente si ha la possibilità di studiare il comportamento di tutti i suoi dispositivi. Si è dunque obbligati a esaminare un certo campionario di componenti e, in base a ciò, di valutare quindi il comportamento di tutto l'impianto. Le prove progressive, la cui durata è in funzione del numero dei difetti rilevati, permettono di collaudare a questo modo un complesso. Sulla scorta di esempi vengono spiegati e rappresentati i dati necessari alla compilazione di due programmi di collaudo.*

## 1. Rappels de statistique, essais d'équipements

### 1.1 Introduction

L'expression mathématique des lois de probabilité que l'on aura à manipuler peut rarement être déterminée a priori. On aura, préalablement à toute étude probabiliste, à interpréter un certain nombre de résultats acquis, à adapter à des séries d'observations des modèles mathématiques qui nous permettront seuls d'entreprendre un certain nombre de calculs indispensables.

Nous aurons rarement l'occasion d'étudier le comportement de tous les dispositifs d'une population à laquelle nous nous intéressons. Nous serons donc amenés à procéder à des jugements sur échantillons. A partir des observations effectuées sur ces échantillons, nous estimerons le comportement de toute la population. A chacune des caractéristiques de la population sera attaché un intervalle de confiance qui traduit en définitive la plus ou moins bonne représentativité de l'échantillon par rapport à la population mère. Parfois on sera amené à formuler des hypothèses sur l'expression mathématique d'une loi de probabilité adoptée. Il conviendra alors de tester au regard des observations faites la validité de l'hypothèse retenue.

Ce sont ces divers aspects mathématiques que nous allons rapidement présenter maintenant.

#### 1.1.1 Statistique descriptive

##### Définition

La statistique est la méthode scientifique dont le but est l'étude des propriétés numériques des ensembles de faits. La statistique descriptive est l'art de compter, de classer et de traiter les données. Il importe donc d'accorder aux mesures tout le soin qu'elles méritent.

La statistique descriptive permettra ensuite de manier les données numériques collectées, de les classer, de les résumer en quelques paramètres caractéristiques.

L'ensemble des données d'observation disponibles constituent ce que l'on appelle une distribution empirique.

### Courbe de répartition

Comme pour les lois de probabilité, on définit de même la courbe de répartition, dans les cas d'observations portant sur un caractère quantitatif. C'est la courbe donnant pour toute valeur particulière  $x$  prise dans l'ensemble des observations la proportion des données inférieures ou égales à  $x$ . La fonction  $F(x)$  associée varie par sauts dans le cas de variables discrètes, elle peut varier de façon continue, lorsque le nombre d'observations est infini.

### Caractéristiques de tendance centrale et de dispersion

Pour étudier ou décrire une population, deux données présentent un grand intérêt, l'une caractérise une valeur autour de laquelle sont distribuées les observations, l'autre caractérise la dispersion des observations autour de cette valeur centrale.

#### 1.1.2 Statistique mathématique

Tous les enseignements tirés d'une analyse correcte des données d'observations vont nous permettre de déterminer les modèles mathématiques les mieux appropriés pour décrire sous une forme générale et de synthèse les résultats obtenus.

### Jugement sur échantillon

Comme il a déjà été signalé, il est rare que nous ayons la possibilité d'observer l'ensemble de la population à étudier. En général, on a recours à des prélèvements ou échantillons qui nous permettront de formuler une opinion plus ou moins exacte sur l'ensemble de la population dont ils sont issus. *Les échantillons ne sont pas homothétiques de la population mère, on aura donc de l'un à l'autre des fluctuations dans les résultats obtenus*, qui sont dues au principe même du prélèvement et non aux erreurs de mesure. Certaines précautions cependant sont à prendre dans l'échan-

tillonnage si l'on ne veut pas que des distorsions trop importantes interviennent.

Dans la pratique, le problème qui se pose le plus fréquemment est le suivant: on dispose d'un échantillon d'observations de taille donnée et on recherche des éléments d'information touchant par exemple la moyenne vraie  $x$ , inconnue, de la population dont sont issues les observations retenues.

La théorie du jugement sur l'échantillon, dont l'estimation et les tests d'hypothèse sont les éléments fondamentaux, nous fournit des règles de décision sur la base d'informations limitées obtenues à partir d'un ensemble restreint d'observations.

*Echantillon:* Les observations dont on dispose, et qui constituent l'échantillon, peuvent provenir:

- d'un processus probabiliste naturel dont on suppose la permanence, l'échantillonnage est alors dit naturel (exemple: 10 pièces consécutives prélevées à intervalles réguliers)
- d'un tirage aléatoire d'unités dans une population statistique entièrement déterminée tel qu'à chaque unité de la population soit affectée une probabilité connue et non nulle de figurer dans l'échantillon.

De même qu'une population statistique est décrite par ses caractéristiques de tendance centrale, de dispersion, un échantillon peut être décrit par ses propres caractéristiques, sa moyenne sera dite moyenne empirique par opposition à la moyenne vraie de la population mère.

Les observations étant des variables aléatoires, les caractéristiques de l'échantillon le sont également, elles suivent donc chacune une loi de probabilité. Ainsi, la moyenne empirique  $\bar{x}$  suit une loi qui converge vers une loi normale. C'est ce que nous apprend le théorème central limite dont l'une des conséquences peut s'énoncer ainsi:

«Si dans une population de variance finie  $\sigma^2$  et de moyenne  $m$ , on prélève un échantillon d'effectif  $n$ , la distribution de la moyenne empirique de l'échantillon se rapproche d'une distribution normale de variance  $\frac{\sigma^2}{n}$  et de moyenne  $m$  quand l'effectif  $n$  de cet échantillon croît.»

### Estimation

L'estimation, qu'elle soit ponctuelle ou par intervalle, répond à la même préoccupation. Comment peut-on, à partir d'un ensemble de  $n$  observations, obéissant à un modèle probabiliste sur lequel on a fait a priori quelques hypothèses, estimer un ou plusieurs paramètres de la population mère?

La méthode de l'estimation ponctuelle conduit à un nombre unique appelé parfois le meilleur estimateur, alors que la méthode d'estimation par intervalle fournit un ensemble de nombres: l'intervalle de confiance.

### - Estimation ponctuelle

Pour estimer une caractéristique «a» d'une population et en admettant que «a» est inconnu mais certain («a» n'est pas une variable aléatoire), on est amené à rechercher une certaine fonction  $A_n$  des  $n$  résultats obtenus sur l'échantillon, qui converge en probabilité vers  $a$  lorsque  $n$  augmente indéfiniment.

On est amené à distinguer deux groupes d'estimateurs selon que leur espérance mathématique coïncide ou non (quelle que soit la taille  $n$  de l'échantillon) avec la vraie valeur du paramètre à estimer. Quand il y a coïncidence, on parle d'estimateurs sans biais, dans le cas contraire d'estimateurs convergents.

Un estimateur sans biais est tel que:

$E(A_n) = a$  quel que soit  $n$ ;  $E(A_n)$  étant l'espérance mathématique de  $A_n$

$V(A_n) \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow \infty$ ;  $V(A_n)$  étant la variance de  $A_n$

Il existe plusieurs méthodes qui permettent de parvenir rationnellement aux estimateurs recherchés, en particulier la méthode du maximum de vraisemblance. On appelle vraisemblance d'un échantillon sa probabilité (loi discontinue) ou sa densité de probabilité (loi continue). Si  $f(x, a)$  est la densité de probabilité de la loi dont on cherche à estimer le paramètre  $a$ , et si  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  sont les valeurs figurant dans l'échantillon, la densité de probabilité d'atteindre a priori un tel échantillon (d'après le théorème des probabilités composées supposé applicable) est donnée par:

$$L = f(x_1, a) f(x_2, a) \dots f(x_n, a)$$

En écrivant que l'échantillon tiré était le plus probable, on obtient une estimation de  $a$ .

Cela s'obtient en écrivant que (l'estimation la plus précise):

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 L}{\partial a^2} < 0$$

### - Estimation par intervalle

L'estimation ponctuelle d'un paramètre est l'analyse d'une mesure: le paramètre «a» inconnu est mesuré – c'est-à-dire estimé – par un nombre  $A_n$  déduit de l'expérience, c'est-à-dire des résultats de l'échantillonnage. La variance de l'estimateur donne une indication sur la précision de la mesure.

La théorie de l'estimation par intervalle vise la détermination de la précision de la mesure en termes de la grandeur mesurée: l'intervalle de confiance  $(A, A')$  déduit des observations est un ensemble de valeurs entourant l'estimation ponctuelle  $A_n$  et qui contient vraisemblablement la valeur vraie inconnue  $a$ .

On appelle intervalle de confiance d'un paramètre «a» au niveau  $1-\alpha$ , un intervalle aléatoire  $A'$  ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ),  $A''$  ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) qui a la probabilité a priori (avant tirage de

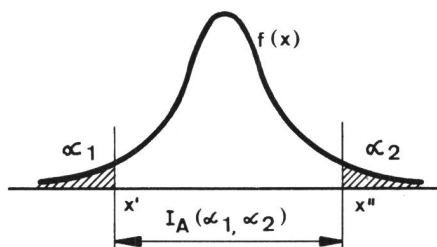


Fig. 1  
Intervalle d'acceptation de X

l'échantillon) de recouvrir la vraie valeur de  $a$ .  $A'$  et  $A''$  sont deux fonctions des observations entièrement spécifiées avant tirage,  $\alpha$  est le risque d'erreur.

Lorsque l'on se place après tirage des observations, on dira que l'intervalle  $(A' - A'')$  obtenu numériquement recouvre au niveau  $(1-\alpha)$  la vraie valeur  $a$ .

#### Intervalle d'acceptation de X (fig. 1).

Si  $x$  est une variable aléatoire continue de loi de probabilité  $f(x)$ , on appelle intervalle d'acceptation au niveau de probabilité  $1-\alpha$ , un intervalle  $I_A(\alpha)$  tel que la probabilité que  $x$  appartienne à  $I_A(\alpha)$  soit égale à  $1-\alpha$ , ce qui s'écrit:

$$\text{Prob}(X \in I_A(\alpha)) = 1-\alpha$$

La signification de  $I_A$  est la suivante: si on affirme, avant tirage d'une observation de la loi  $f(x)$  qu'elle appartient à  $I_A(\alpha)$ , on émet une proposition qui a les probabilités  $1-\alpha$  d'être juste et  $\alpha$  d'être fausse. Lorsque le risque est réparti, il l'est en deux risques  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  tels que  $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$ , l'intervalle d'acceptation est alors désigné par  $I_A(\alpha_1, \alpha_2)$ .

#### Intervalle de confiance

(dans le cas d'une hypothèse paramétrique avec un paramètre à estimer.)

Considérons  $A_n$  estimateur de  $a$ , on suppose  $A_n$  sans biais et sa loi de probabilité continue. Cette loi de probabilité dépend de  $a$ . L'intervalle d'acceptation de  $A_n$  pour  $a$  donné dépend de la valeur de  $a$  choisie.

Ses bornes sont:

$$A'_n(a) = A_n, \alpha_1(a) \text{ et } A''_n(a) = A_n, \alpha_2(a)$$

Pour toute valeur de  $a$ , on peut construire l'intervalle d'acceptation aux risques  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  de l'estimateur  $A_n$ , soit  $I_A(A_n, a)$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  restant les mêmes lorsqu'on fait varier  $a$ . Graphiquement, on obtient pour  $A'_n$  et  $A''_n$  les courbes de la figure 2 en fonction de  $a$ .

On montre que les courbes  $A''_n$  et  $A'_n$  sont de part et d'autre de la première bissectrice et que leur forme quasi générale est celle donnée sur la figure.

On dit que deux valeurs  $A_{n0}$  et  $a_0$  sont associées ou en correspondance si  $A_{n0}$  est comprise dans l'intervalle d'acceptation de l'estimation  $A_n$  lorsque  $a = a_0$ .

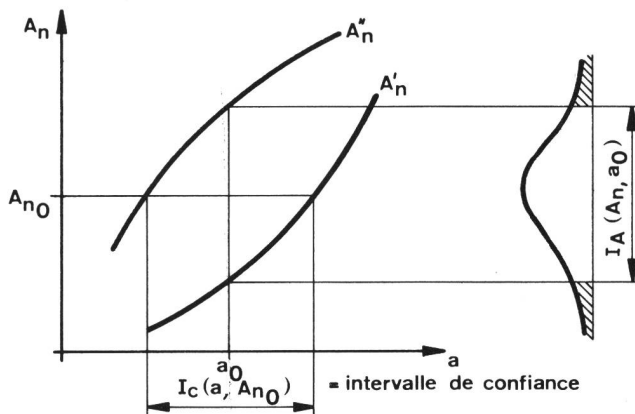


Fig. 2  
Intervalle de confiance  
 $I_C(a, A_{n0})$  = intervalle de confiance  
 $I_A(A_n, a_0)$  = intervalle d'acceptation

L'intervalle  $I_A(A_n, a_0)$  est donc l'ensemble des valeurs de  $A_n$  associées à  $a_0$ . On appelle intervalle de confiance  $I_C(a, A_{n0})$  l'ensemble des valeurs de  $a$  associées à  $A_{n0}$  ou encore l'ensemble des valeurs de  $a$  telles que

$$A_{n0} \in I_A(A_n, a)$$

**Remarque:** Il serait impropre de dire que la vraie valeur « $a$ » a une probabilité  $1-\alpha$  d'être située dans l'intervalle de confiance. En effet, la vraie valeur  $a$  est un nombre inconnu mais certain et non une variable aléatoire. C'est l'intervalle de confiance qui est aléatoire et peut recouvrir ou non la vraie valeur.

#### 1.1.3 Notions sur les tests d'hypothèses

Toute hypothèse relative à l'expression des modèles probabilistes est une hypothèse statistique: on distingue les hypothèses paramétriques portant sur la valeur de certains paramètres du modèle et les hypothèses non paramétriques lorsque les formes des lois sont inconnues.

On aura en général à soumettre à l'épreuve de l'échantillonnage, à confronter avec les observations une hypothèse  $H_0$  (hypothèse testée) dont on veut s'assurer de la validité.

Il convient de noter que  $H_0$  est en fait une hypothèse qu'on supposera vérifiée quels que soient les résultats de l'échantillonnage. On ne saurait la mettre en doute, elle définit le cadre dans lequel on se place pour raisonner.

#### Exécution pratique d'un test statistique

- On considère l'hypothèse testée  $H_0$  comme exacte.
- Dans le cadre de l'hypothèse a priori et de l'hypothèse testée  $H_0$ , on définit la loi de probabilité d'une caracté-

ristique – appelons-la  $R$  – des échantillons susceptibles d'être observés.

- Acceptant un risque  $\alpha$  d'erreur (risque de refuser  $H_0$  alors qu'elle est vraie), on définit, à partir de la loi obtenue précédemment, l'intervalle d'acceptation de  $R$  au niveau  $1-\alpha$ .
- Si on prélève alors effectivement un échantillon et si on calcule la valeur de la caractéristique  $R$ , de deux choses l'une:
- ou cette valeur tombe dans la région d'acceptation et le résultat du test est dit non significatif
- ou cette valeur tombe à l'extérieur de la région en question et le résultat est dit significatif.

Notons bien que le fait, pour la valeur calculée de la caractéristique, de tomber dans l'intervalle d'acceptation ne prouve absolument pas que l'hypothèse testée soit juste. Inversement, si la valeur calculée ne tombe pas dans l'intervalle d'acceptation, cela ne prouve pas que l'hypothèse soit à coup sûr erronée.

Le risque  $\alpha$  introduit dans la procédure est dit «*risque de première espèce*», c'est le risque que l'on admet de refuser  $H_0$  alors qu'elle est vraie.

Lorsqu'on teste une hypothèse  $H_0$  contre une hypothèse  $H_1$ , un autre risque  $\beta$  intervient, c'est celui d'accepter  $H_0$  alors qu'elle est fautive et que  $H_1$  est vraie, ce risque  $\beta$  est dit «*risque de seconde espèce*».

#### Courbe d'efficacité

Lorsque  $H_0$  est émise, on détermine expérimentalement une caractéristique  $R$  à laquelle est associée une loi de probabilité fonction de  $H_0$ .

Lorsque c'est une hypothèse autre que  $H_0$  qui est vraie, la loi de probabilité de  $R$  va être différente de ce qui était prévu et la probabilité d'accepter  $H_0$  ne sera plus  $1-\alpha$ . On

peut alors, en fonction des différentes hypothèses possibles, calculer la probabilité d'accepter l'hypothèse initiale  $H_0$  et tracer ainsi une courbe donnant la probabilité d'accepter  $H_0$  en fonction des différentes situations réelles possibles. Cette courbe s'appelle courbe d'efficacité du test.

Lorsqu'on a affaire à un test paramétrique, l'allure des courbes d'efficacité est celle de la *figure 3*.

## 2. Description des essais progressifs

Ni le nombre de défauts, ni le nombre de dispositifs essayés ne sont fixés a priori. Ces dernières quantités sont, en particulier, fonction des résultats d'essais et on avance pas à pas dans l'essai, d'où son nom.

### 2.1 But

On désire vérifier que les valeurs mesurées sur les prototypes se conservent, ou que les clauses imposées sont satisfaites (dans notre cas, tester l'hypothèse  $p < p_0$  définie plus loin).

### 2.2 Procédure

La sanction peut être prise à chaque instant en fonction du nombre de défauts observés. A tout moment, on peut décider de l'arrêt des essais.

Mais, afin de ne pas poursuivre indéfiniment ce type d'essai, on peut néanmoins définir, a priori, un terme au bout duquel une décision sera prise obligatoirement. Il s'agit alors d'un essai «*progressif tronqué*».

### 2.3 Propriétés d'un test progressif

La *figure 4* illustre le diagramme de décision en fonction de la fréquence de défaillances.

En d'autres termes pour:

$p < p^*$  il y a acceptation

$p > p^*$  il y a rejet

$p = p^*$  nous nous trouvons à la limite.

Nous remarquons que, pour  $p^* + \Delta p_1$  et  $p^* - \Delta p_2$ , il est difficile de prendre une décision car une petite erreur de mesure pourrait décider de l'acceptation ou du rejet des

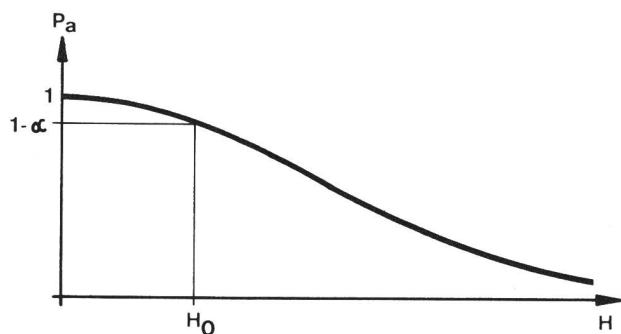


Fig. 3  
Probabilité d'acceptation

$P_a$  Probabilité d'acceptation

$H$  Hypothèse

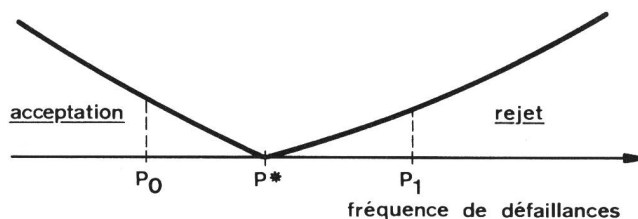


Fig. 4

Diagramme de décision en fonction de la fréquence de défaillances

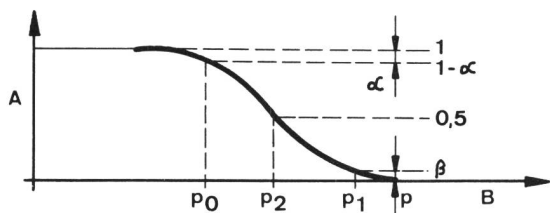


Fig. 5  
Courbe d'acceptation en fonction de la fréquence de défaillances  
A Probabilité d'acceptation B Fréquence de défaillances

dispositifs essayés. De ce fait, le test progressif est défini de la façon suivante:

- $p \leq p_0$  conduit à l'acceptation
- $p \geq p_1$  conduit au rejet
- $p_0 < p < p_1$  on continue le test.

#### 2.4 Courbe d'acceptation

Elle nous donne la probabilité d'acceptation en fonction de la fréquence de défaillances. L'allure de cette courbe est représentée par la figure 5.

Le risque  $\alpha$  introduit dans la procédure est dit «*risque de première espèce*», c'est le risque que l'on admet de refuser l'hypothèse  $H_0$  ( $p = p_0$ ) alors qu'elle est vraie.

Le risque  $\beta$  intervient lorsqu'on teste une hypothèse  $H_0$  ( $p = p_0$ ) contre une hypothèse  $H_1$  ( $p = p_1$ ). C'est le risque d'accepter l'hypothèse  $H_0$  ( $p = p_0$ ) alors qu'elle est fautive et que  $H_1$  ( $p = p_1$ ) est vraie; il est appelé «*risque de deuxième espèce*».

#### 2.5 Mise au point du diagramme d'essais selon la première méthode

Dans cette procédure nous désirons tester l'hypothèse  $H_0$  ( $p = p_0$ ) contre l'hypothèse  $H_1$  ( $p = p_1$ ) avec les risques de première et deuxième espèce  $\alpha$  et  $\beta$ .

##### Hypothèses de départ

- probabilité  $p_0$  et sécurité statistique  $S_0$  ( $S_0 = 1 - \alpha$ )
- probabilité  $p_1$  ( $p_1 > p_0$ ) et sécurité statistique  $S_1$  ( $S_1 = 1 - \beta$ )

Au cas où  $p > p_1$ , l'hypothèse  $p < p_0$  doit au moins être rejetée avec une probabilité  $S_1$ .

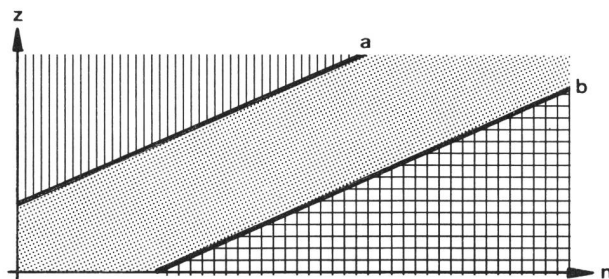
La sanction peut être prise à chaque instant en fonction du nombre de défauts observés. Le diagramme est reproduit à la figure 6.

La barrière de rejet est donnée par

$$z_1 = u \cdot n - h_1$$

et la barrière d'acceptation par

$$z_0 = u \cdot n + h_2$$



- Zone de rejet de  $H_0$
- Zone d'incertitude
- Zone d'acceptation de  $H_0$

Fig. 6  
Zones de décision en fonction du nombre de dispositifs essayés et de défauts observés

- |   |                                |   |                              |
|---|--------------------------------|---|------------------------------|
| z | Nombre de défauts observés     | a | Barrière de rejet $z_1$      |
| n | Nombre de dispositifs observés | b | Barrière d'acceptation $z_0$ |

Les paramètres  $n$  et  $h$  sont définis de la façon suivante:

$$N = \ln \frac{p_1 (1 - p_0)}{p_0 (1 - p_1)} \quad u = \frac{1}{N} \ln \frac{1 - p_0}{1 - p_1}$$

$$h_1 = \frac{1}{N} \ln \frac{S_0}{1 - S_1} \quad h_2 = \frac{1}{N} \ln \frac{S_1}{1 - S_0}$$

Si, à un instant quelconque, le graphique coupe la barrière d'acceptation, on arrête l'essai et on accepte  $H_0$ , par contre si le graphique coupe la barrière de rejet, on arrête l'essai mais on rejette l'hypothèse  $H_0$ .

Si  $z$  se trouve dans la zone d'incertitude, on poursuit l'essai.

##### Remarque:

Tout est défini en fonction des probabilités  $p_0$ ,  $p_1$  et des sécurités statistiques  $S_0$ ,  $S_1$ .

#### 2.6 Mise au point du diagramme d'essais selon la deuxième méthode

##### Hypothèses de départ

- probabilités  $p_0$  et  $p_1$
- risques  $\alpha$  et  $\beta$

Il est nécessaire, avec cette méthode, de construire la courbe d'acceptation  $L(p)$  qui est donnée par les équations suivantes:

$$L(p) = \frac{\left[ \frac{1-\beta}{\alpha} \right] \frac{p_1 + p_0 - 2p}{p_1 - p_0} - 1}{\left[ \frac{1-\beta}{\alpha} \right] \frac{p_1 + p_0 - 2p}{p_1 - p_0} - \left[ \frac{\beta}{1-\alpha} \right] \frac{p_1 + p_0 - 2p}{p_1 - p_0}}$$

pour  $p \neq \frac{p_1 + p_0}{2}$

$$L(p) = \frac{\text{Ln} \left[ \frac{1-\beta}{\alpha} \right]}{\text{Ln} \left[ \frac{1-\beta}{\alpha} \right] - \text{Ln} \left[ \frac{\beta}{1-\alpha} \right]}$$

pour  $p = \frac{p_1 + p_0}{2}$

$\alpha$  et  $\beta$  étant les risques de première et deuxième espèce  
 $p_0$  et  $p_1$  étant les fréquences de défaillances

#### Droite d'acceptation

$$z_0 = A \cdot n - B$$

( $n$  = nombre de dispositifs essayés et  $z$  = nombre de défauts observés)

#### Droite de rejet

$$z_1 = A \cdot n + B$$

Les paramètres  $A$  et  $B$  sont définis comme suit:

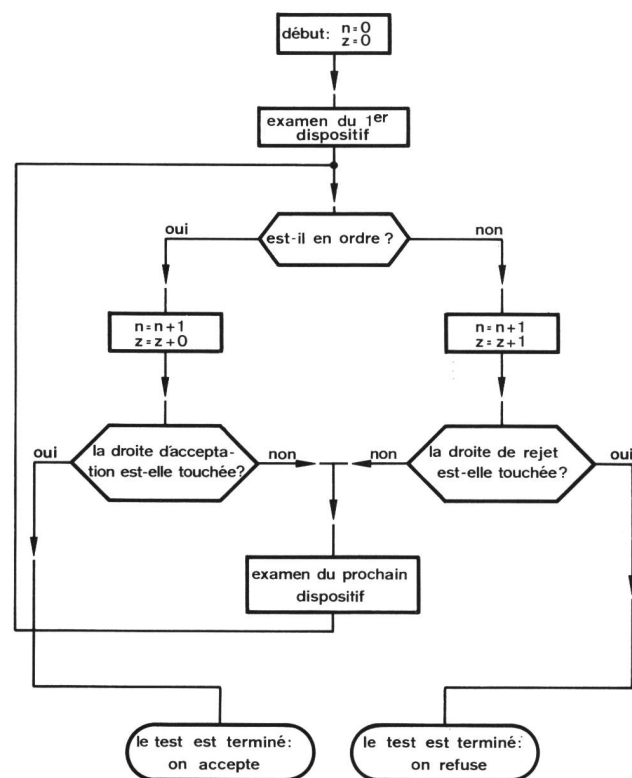


Fig. 7

Diagramme fonctionnel expliquant le déroulement du test

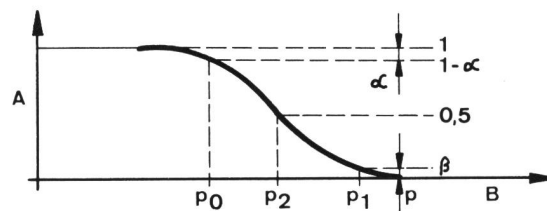


Fig. 8

Probabilité d'acceptation en fonction de la fréquence de défaillances

A  $L(p)$  Probabilité d'acceptation

B Fréquence de défaillances

$$A = p_2 \text{ (valeur de } p \text{ pour } L(p) = 0,5)$$

$$B = h_0 (1 - p_2)$$

$$h_0 = -2p_2 \left( \frac{dL(p)}{dp} \right) \Big|_{p=p_2}$$

#### 2.7 Exemples numériques

1. Données:  $p_0 = 3\text{‰}$ ,  $p_1 = 5\text{‰}$  et  $\alpha = \beta = 0,1$

Résultat:

$$\begin{aligned} z_0 &= 0,004 \cdot n - 4,07 \\ z_1 &= 0,004 \cdot n + 4,07 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= 0,0039 \cdot n - 4,28 \\ z_1 &= 0,0039 \cdot n + 4,28 \end{aligned}$$

d'après la 2<sup>e</sup> méthode

d'après la 1<sup>re</sup> méthode

2.  $p_0 = 0,5\text{‰}$ ,  $p_1 = 0,9\text{‰}$ ,  $\alpha = \beta = 0,05$

Résultat:

$$\begin{aligned} z_0 &= 0,0007 \cdot n - 5,03 \\ z_1 &= 0,0007 \cdot n + 5,03 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_0 &= 0,00068 \cdot n - 5 \\ z_1 &= 0,00068 \cdot n + 5 \end{aligned}$$

d'après la 2<sup>e</sup> méthode

d'après la 1<sup>re</sup> méthode

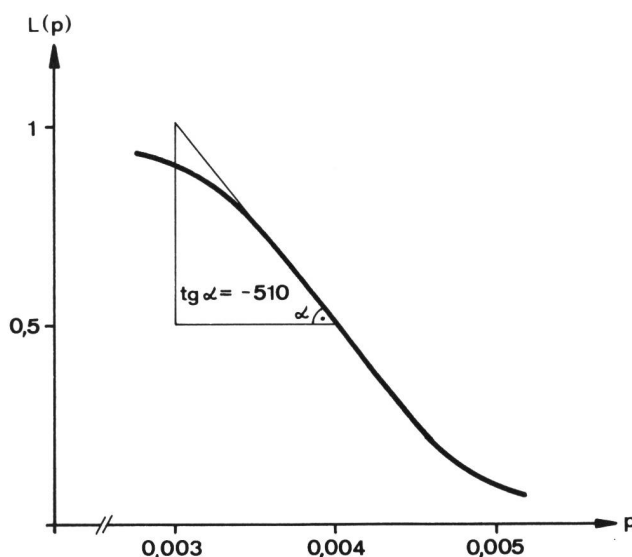


Fig. 9

Probabilité d'acceptation en fonction de la fréquence de défaillances

Exemple 1  $\alpha = \beta = 0,1$

$$p_0 = 0,003$$

$$p_1 = 0,005$$

$L(p)$  Probabilité d'acceptation

p Fréquence de défaillances



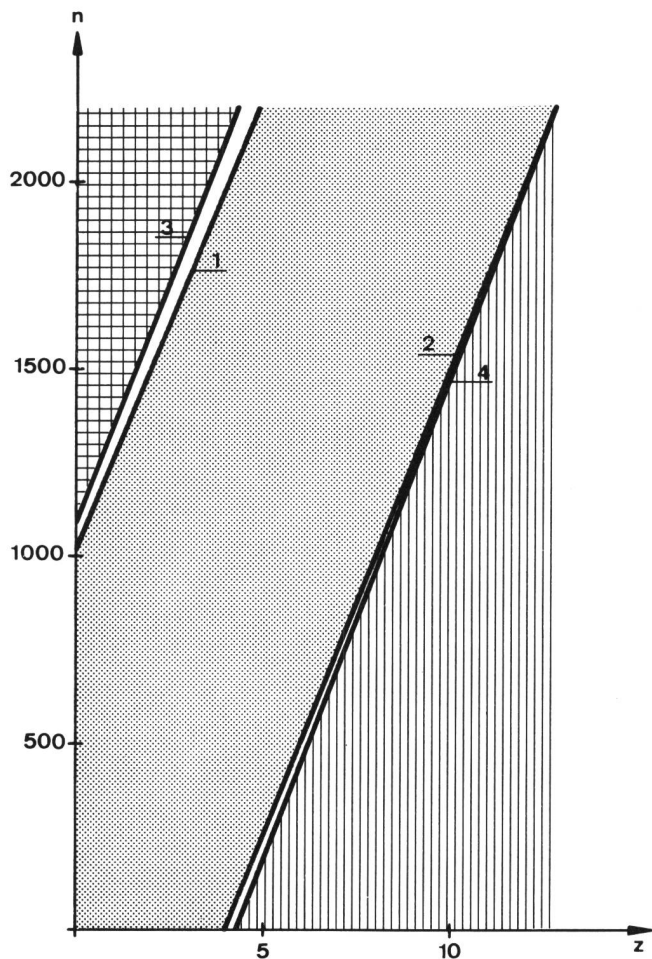


Fig. 10  
Zones de décision en fonction du nombre de dispositifs essayés et du nombre de défauts observés

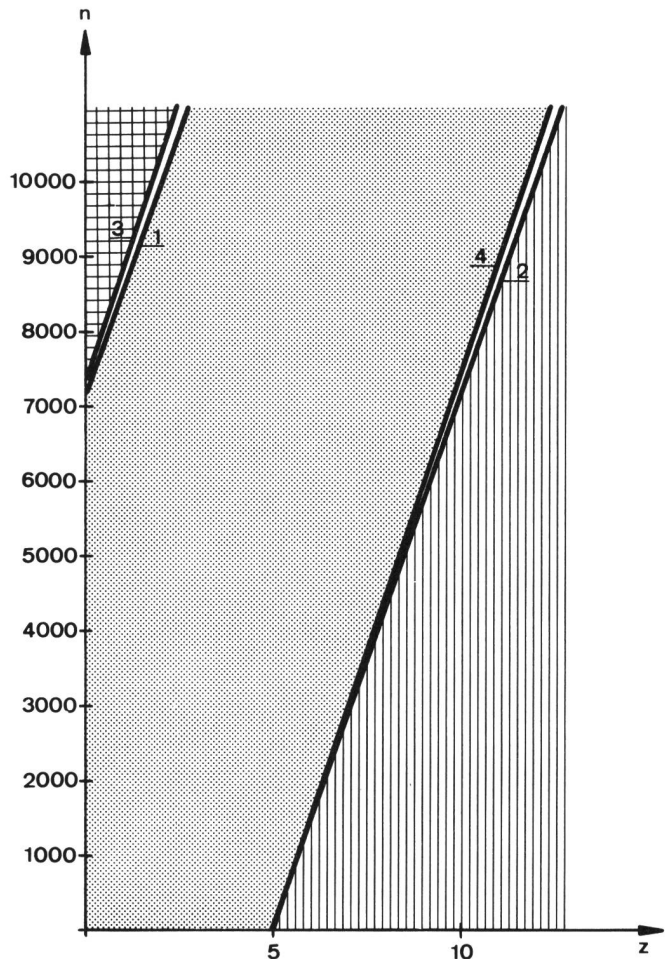


Fig. 12  
Zones de décision en fonction du nombre de dispositifs essayés et du nombre de défauts observés

Exemple 1 1 et 2:  $z = 0,004 \cdot n \pm 4,07$   
3 et 4:  $z = 0,0039 \cdot n \pm 4,28$

Exemple 2 1 et 2:  $z = 0,0007 \cdot n \pm 5,03$   
3 et 4:  $z = 0,00068 \cdot n \pm 5$

n Nombre de dispositifs essayés  
z Nombre de défauts observés

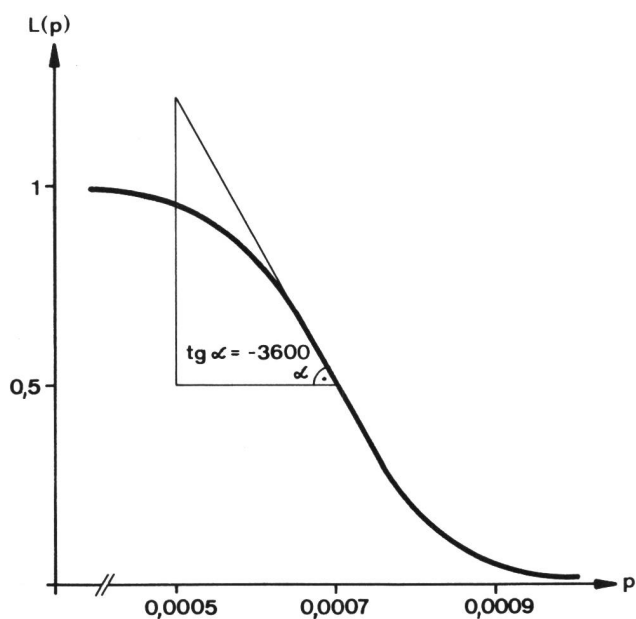


Fig. 11  
Probabilité d'acceptation en fonction de la fréquence de défaillances

Exemple 2  $\alpha = \beta = 0,05$   
 $p_0 = 0,0005$   
 $p_1 = 0,0009$

$L(p)$  Probabilité d'acceptation  
 $p$  Fréquence de défaillances

Zone d'acceptation  
 Zone d'incertitude  
 Zone de rejet



### 2.8 Coût d'un essai

Pour un type de dispositifs donné, le coût d'un essai dépend principalement des deux facteurs suivants:

- le nombre de dispositifs essayés
- la durée de l'essai

Il est possible de grouper les coûts élémentaires entrant dans la constitution du coût global de l'essai en trois catégories:

- Les coûts  $C_1$  (N) fonction du nombre de dispositifs essayés
- Les coûts  $C_2$  (T) fonction de la durée de l'essai
- Les coûts  $C_3$  (NT) fonction de la durée cumulée de l'essai

La répartition qui est indiquée peut naturellement se trouver modifiée selon le type de dispositif considéré mais habituellement ces coûts subsisteront et nous aurons une relation de la forme:

$$C = C_1(N) + C_2(T) + C_3(NT)$$

Si les dispositifs suivent une loi de mortalité exponentielle, c'est le produit  $NT = K$  qui est fixé par le type d'essai et le niveau de confiance (ou les risques  $\alpha$  et  $\beta$ ) choisis. Nous aurons dans ce cas:

$$C = C_1(N) + C_2\left(\frac{K}{N}\right) + C_3(K)$$

$C_1(N)$  étant une fonction croissante de N alors que  $C_2\left(\frac{K}{N}\right)$

est une fonction décroissante, C présentera un minimum pour une valeur de N donnée par:

$$\frac{\partial C}{\partial N} = 0 \text{ soit } \frac{\partial C_1}{\partial N} = - \frac{\partial C_2}{\partial N}$$

Pour que le coût minimum soit le plus faible possible, il faut de plus que les coûts proportionnels à la durée cumulée NT soient les plus réduits possibles.

### 3. Conclusions

Les essais progressifs sont caractérisés par les trois propriétés suivantes:

- le nombre d'essais n'est pas fixé au départ mais représente une variable aléatoire
- le test est assez élastique car, à côté de l'acceptation et du rejet, il y a aussi la zone d'incertitude (continuation du test)
- les risques de première et de deuxième espèce sont fixés au début du test.

*Le principal avantage de ce test est sans aucun doute la diminution de la moyenne des éléments testés.* Cet avantage se remarque particulièrement lorsque les éléments sont en très bon ou très mauvais état.

Du point de vue exploitation, ce test est intéressant car il permet d'engager un minimum de personnel.

---

### Literatur – Bibliographie – Recensionen

- [1] B. W. Gnedenko, J. R. Beljajew, A. D. Solojew. Mathematische Methoden der Zuverlässigkeitstheorie. Akademie-Verlag, Berlin 1968.
- [2] H. Kress. Ein neuer Test zur sequentialanalytischen Behandlung der Testtheorie für das Zweistichprobenproblem. These der Universität Freiburg 1969.
- [3] A. Rose. Ermittlung der Betriebsgüte von Wählervermittlungsstellen durch Probenverbindungen. Der Ingenieur der Deutschen Bundespost, Düsseldorf (1960). Seiten 44–47.
- [4] K. Stange. Die Verwendung statistischer Verfahren bei der Qualitätskontrolle, insbesondere Folgeteste bei Abnahmeversuchen. Technische Mitteilungen, April 1953, Essen.
- [5] I. Bazovsky. Fiabilité. Dunod Paris 1966.