

<b>Zeitschrift:</b>	Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe
<b>Band:</b>	50 (1972)
<b>Heft:</b>	4
<b>Artikel:</b>	Numerische Berechnung typischer Übertragungsverzerrungen in Richtstrahlanlagen : Ausblick auf Anwendungen
<b>Autor:</b>	Fawer, Walter
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-874653">https://doi.org/10.5169/seals-874653</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Numerische Berechnung typischer Übertragungsverzerrungen in Richtstrahlanlagen. Ausblick auf Anwendungen

Walter FAWER, Bern

621.391.832.24:621.376.3

**Zusammenfassung.** Anhand typischer Amplituden- und Phasengänge wird der Einfluss linearer Verzerrungen auf ein FM-Signal rechnerisch und messtechnisch ermittelt. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass es betreffend der Grösse dieser Übertragungsverzerrungen nicht primär auf den maximalen Schwankungswert des Amplitudenganges im FM-Pfad ankommt, sondern auf den Verlauf. Wie weiter gezeigt wird, bestehen zwischen den Grundband- und FM-Pfad-Toleranzen gewisse Beziehungen. Auch das Problem der Verzerrungsaddition ist angeschnitten.

## Calcul numérique de distorsions de transmission typiques dans les installations à faisceaux hertziens. Perspectives d'application

**Résumé.** Partant de réponses typiques en amplitude et en phase, le présent article traite de l'influence des distorsions linéaires sur un signal FM. Les recherches ont démontré que les distorsions du signal de modulation dépendent surtout de l'allure de la courbe de réponse dans le canal FM et non pas tellement de la valeur absolue des variations de celle-ci. On a découvert qu'il existe certaines relations entre les tolérances du canal FM et celles du signal démodulé. Le problème des lois régissant l'addition des distorsions est esquissé.

## Calcolo numerico di tipiche distorsioni di trasmissione negli impianti ponti radio. Previsioni e applicazione

**Riassunto.** Sulla scorta di tipiche risposte in ampiezza e in fase, si determina con calcoli e tecniche di misurazione l'influenza di distorsioni lineari su un segnale a FM. Gli esami hanno dimostrato, che l'importanza di queste distorsioni di trasmissione non dipende in prima linea dal valore assoluto di variazione della risposta in ampiezza nel canale FM, ma dal suo andamento. Inoltre si dimostra, che tra le tolleranze del canale di base e di FM esistono certe relazioni. Inoltre si solleva anche il problema dell'addizione delle distorsioni.

## 1. Einleitung

In [1] und [2] ist ein Berechnungsverfahren entwickelt worden, mit dem man den Einfluss der Verzerrungen im FM-Pfad auf ein periodisches Modulationssignal untersuchen kann. Wie die Theorie im wesentlichen zeigt, lässt sich die Qualität eines FM-Übertragungssystems im allgemeinen nicht auf Grund einer einfachen Beziehung ermitteln.

Um einen Überblick über die Größenordnung von Übertragungsverzerrungen zu erhalten, wenn die Eigenschaften des FM-Pfades bekannt sind, sollen einige praktische Anwendungen der in [1] aufgestellten Beziehungen in den folgenden Abschnitten besprochen werden. Anhand typischer Verzerrungen im FM-Pfad werden einige wichtige Übertragungsverzerrungen rechnerisch und messtechnisch ermittelt. Als Grundlage für die ersten Untersuchungen dienen folgende FM-Amplitudengänge (Fig. 1):

- symmetrischer, parabelähnlicher Verlauf (Fig. 1a)
- schräger Verlauf (Fig. 1b)
- wellenförmiger Verlauf (Fig. 1c)

Mit Ausnahme des schrägen Verlaufs lassen sich die Kurven mit einfachen Netzwerken mit minimalphasigem Zusammenhang nachbilden. Für diese Fälle wird der Phasenverlauf im FM-Pfad nicht immer vernachlässigbar sein. Der schräge Verlauf ist ein Modellfall und dient lediglich dem rein rechnerischen Studium.

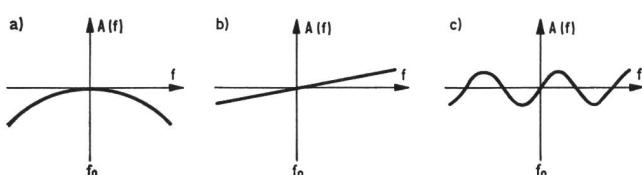


Fig. 1

Typische Formen des Amplitudenganges im FM-Pfad

In Absatz 4 wird gezeigt, dass man mit diesen Untersuchungen einige Aspekte des Toleranzproblems (Grundband/FM-Pfad) und der Verzerrungsaddition behandeln kann.

## 2. Rechnerische und messtechnische Voraussetzungen

Die wichtigsten Schritte des Berechnungsverfahrens (vergleiche Literatur) zur Ermittlung der Übertragungsverzerrungen sind nachfolgend noch einmal kurz aufgeführt:

Ein im Zeitbereich ausgedrücktes FM-Signal ist vorerst in ein Amplitudenspektrum zu verwandeln. Für sinusförmige Modulationssignale lässt sich diese Darstellung mit Hilfe der Besselfunktionen gewinnen. Hierauf wird das spektral dargestellte FM-Signal an den Eingang eines Vierpols gelegt, der den betrachteten Übertragungsweg beschreibt. Das Signal am Ausgang, das entsprechend den Übertragungseigenschaften des Vierpols nach Betrag und Phase verzerrt ist, wird sodann wieder in den Zeitbereich rücktransformiert. Ist das verzerrte Amplitudenspektrum durch

$$A = \sum_{s=0}^{s=n} A_s e^{j\omega_s} \quad (1)$$

gegeben, so lassen sich die Übertragungsverzerrungen bei sinusförmigem Modulationsinhalt mit der Formel

$$\begin{aligned} \frac{dB(t)}{dt} = & \frac{P_0 + P_1 \cos(\Omega t - \Phi_{P1}) + P_2 \cos(2\Omega t - \Phi_{P2}) +}{Q_0 + Q_1 \cos(\Omega t - \Phi_{Q1}) + Q_2 \cos(2\Omega t - \Phi_{Q2}) +} \\ & + P_3 \cos(3\Omega t - \Phi_{P3}) + \dots \\ & + Q_3 \cos(3\Omega t - \Phi_{Q3}) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

beschreiben [2].

In [3] wird gezeigt, wie und inwieweit man die Gleichung für die einzelnen Verzerrungsarten vereinfachen kann. Die daraus entstehenden Fehler sind für die Praxis meist unbe-

deutend. (Dies muss jedoch bei jedem Berechnungsbeispiel etwas überprüft werden.)

Folgende Übertragungsverzerrungen<sup>1</sup> sollen berechnet werden:

- Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband
- Steilheitsverzerrungen  $A''(\Delta f)$
- Phasenverzerrungen  $\Delta B'(\Delta f)$
- Laufzeitverzerrungen  $\Delta \tau_L(\Delta f)$

Für die Berechnung dieser Verzerrungsarten lässt sich (2) mit hinreichender Genauigkeit durch

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{P_0 + P_1 \cos(\Omega t - \Phi_{P1})}{Q_0 + Q_1 \cos(\Omega t - \Phi_{Q1})} = \frac{P_0 + P_1 \cos(\Omega t - \Omega \Delta t - \Delta \Phi_{P1})}{Q_0 + Q_1 \cos(\Omega t - \Omega \Delta t - \Delta \Phi_{Q1})} \quad (3)$$

oder sogar durch

$$\begin{aligned} \frac{dB(t)}{dt} &= \frac{P_1}{Q_0} \cos(\Omega t - \Omega \Delta t - \Delta \Phi_{P1}) \\ &= -\frac{P_1}{Q_0} \sin \left[ \Omega t - \Omega \Delta t - (\Delta \Phi_{P1} + \frac{\pi}{2}) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

annähern.

$P_0$  und  $Q_1$  können so klein sein, dass man sie vernachlässigen kann (was stets zu prüfen ist). Der Ausdruck  $\Omega \Delta t$  ist ein frequenzproportionaler Teil des allgemeinen Phasenganges  $B(f)$ . Die Bedeutung von  $\Delta t$  ist in [3] näher umschrieben (siehe aber auch das Verzeichnis der wichtigsten Symbole und Definitionen im Anhang).

Für die Steilheits-, Phasen- und Laufzeitverzerrungen  $A''(\Delta f)$ ,  $\Delta B'(\Delta f)$  und  $\Delta \tau_L(\Delta f)$  ergeben sich die Beziehungen

$$\begin{aligned} A''(\Delta f) &= \frac{1}{m} \cdot \frac{P_1}{Q_0} \cong \frac{1}{2} \cdot \frac{A(f_0 + \Delta f - F) + A(f_0 + \Delta f + F)}{A(f_0 + \Delta f_0)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{a''(\Delta f) + a'(\Delta f)}{a_0(\Delta f)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -\Delta B'(\Delta f) &= -(\Delta \Phi_{P1} + \frac{\pi}{2}) = -\Delta \tau_L(\Delta f) \cdot \Omega \\ &\cong \frac{a''(\Delta f) [\Delta b''_1(\Delta f) - \Delta b_0(\Delta f)] + a'_1(\Delta f) [\Delta b_0(\Delta f) - \Delta b'_1(\Delta f)]}{a''_1(\Delta f) + a'_1(\Delta f)} \end{aligned} \quad (6)$$

Als Grundlage für die Berechnung und Nachmessung der Übertragungsverzerrungen wird eine Modemausstattung benutzt, die folgende Eigenschaften aufweist:

- Mindestfrequenzbereich im Grundband 0 bis 5 MHz (hinreichend verzerrungsfreie Signalverarbeitung gefordert)
- Frequenzbereich im FM-Pfad min.  $\pm 20$  MHz
- Hub bei Vollaussteuerung 10 MHz<sub>ss</sub>
- Mittenfrequenz im FM-Pfad 70 MHz

<sup>1</sup> Übertragungsverzerrungen sind Verzerrungen, die längs des Übertragungsweges entstehen und die Nachricht oder den Modulationsinhalt beeinflussen, zum Beispiel die Amplitude des Modulationssignales:  $A'(F)$ .

Für die vorliegenden Berechnungen und Versuche werden die in der Praxis eingesetzten Vor- und Nachbetonungsnetzwerke im Modem nicht berücksichtigt, da die Aussteuerung im FM-Pfad definiert ist. Enthält ein Modem solche Netzwerke, so wären die verschiedenen Spannungen am Modulatoreingang derart anzulegen, dass die Bedingungen im FM-Pfad erfüllt sind.

Für die Ermittlung des Amplitudenganges im Grundband und der Steilheits- und Laufzeitverzerrungen werden folgende Hubverhältnisse festgesetzt:

- a) Amplitudengang  $A'(F)$  3 MHz<sub>ss</sub>  
b) Steilheits- und Laufzeitverzerrungen 0,8 MHz<sub>ss</sub>

Die Spektralkomponenten für das unverzerrte FM-Signal lassen sich für die Fälle a) und b) mit Hilfe der nachstehenden Formeln wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\Omega}{2\pi} && \text{Modulationsfrequenz} \\ f_H &= \frac{\omega_H}{2\pi} && \text{Frequenzhub} \\ m &= \frac{f_H}{F} = \frac{\omega_H}{\Omega} && \text{FM-Modulationsindex} \\ J_n(m) & && \text{Besselkoeffizient 1. Gattung nter Ordnung des Argumentes } m \end{aligned}$$

Tabelle der Besselkoeffizienten für die Ermittlung des Amplitudenganges im Basisband

$2f_H = 3$  MHz;  $f_H = 1,5$  MHz

F	m	$J_0(m)$	$J_1(m)$	$J_2(m)$	$J_3(m)$	$J_4(m)$
1 MHz	1,5	0,5118	0,5579	0,2321	0,0610	0,0118
2 MHz	0,75	0,8638	0,3489	0,0673	0,00855	—
3 MHz	0,5	0,9385	0,2423	0,0306	0,0026	—
4 MHz	0,375	0,9661	0,1841	0,0176	—	—
5 MHz	0,3	0,9776	0,1483	—	—	—

Besselkoeffizienten für die Ermittlung der Steilheits- und Laufzeitverzerrungen

$2f_H = 0,8$  MHz;  $f_H = 0,4$  MHz

F	m	$J_0(m)$	$J_1(m)$
1 MHz	0,4	0,9604	0,1960
3 MHz	0,133	0,9950	0,0664
5 MHz	0,08	1,0000	0,0400

Was die Messung des Amplitudenganges  $A'(F)$  im Grundband betrifft, so benutzt man entweder ein Messgerät, das nach dem Wobbelprinzip arbeitet, oder einen Pegelsender und -messer für die punktweise Aufnahme des Verlaufs.

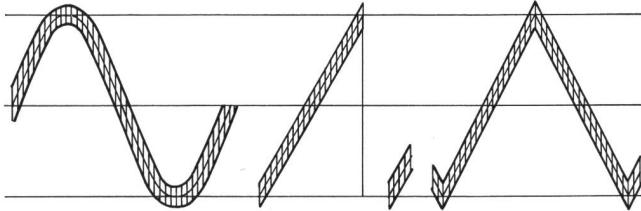


Fig. 2  
Typische Formen zusammengesetzter Messsignale für die Messung von  $A''(\Delta f)$  und  $\Delta\tau_L(\Delta f)$

Die Messung der Steilheits- und Laufzeitverzerrungen geschieht mit einem zusammengesetzten Messsignal, das an den Modulatoreingang gelegt wird (Fig. 2). Das Signal besteht aus einer Ablenkspannung mit grosser Amplitude, jedoch kleiner Frequenz (zum Beispiel 10...50 Hz; bei gewissen breitbandigen Systemen bis zu 15 kHz) und einer darauf überlagerten Messspannung kleiner Amplitude, jedoch hoher Frequenz (zum Beispiel 1 MHz, 3 MHz, 5 MHz).

Der Spitzen-Spitzen-Hub der Ablenkspannung sei zum Beispiel  $2f_{h0} = 10$  MHz, jener der Messspannung  $2f_H = 0,8$  MHz. Mit der Messspannung erzeugt man das Amplitudenspektrum, das sich aus dem Träger und zwei Seitenbandkomponenten zusammensetzt. Die Wirkung der Ablenkspannung darf man so auffassen, als verschiebe sie periodisch das ganze Amplitudenspektrum maximal um den Spitzen-Spitzenhub  $2f_{h0}$ . Diese Veranschaulichung kann gemacht werden, da die Verschiebungsfrequenz verhältnismässig langsam ist und dadurch die Momentanfrequenz des Trägers und der beiden Seitenbandkomponenten in jedem Zeitpunkt als «eingeschwungen» zu betrachten sind (quasi-stationär). Die Steilheits- und Laufzeitverzerrungen können so nach dem Wobbelprinzip gemessen werden.

### 3. Berechnungs- und Messergebnisse bei typischen Amplitudengängen im FM-Pfad

Auf Grund typischer Kurvenformen im FM-Pfad werden im folgenden die im Absatz 2 erwähnten Übertragungsverzerrungen ermittelt. Als typische oder charakteristische Kurven im FM-Pfad gelten die in Absatz 1 angegebenen Amplitudengänge:

- symmetrischer, parabelähnlicher Verlauf
- schräger Verlauf
- wellenförmiger Verlauf

Zu erwähnen wäre noch, dass die Steilheits- und Phasenverzerrungen der differentiellen Amplitude und Phase beim Farbfernsehen entsprechen, wenn als Modulationsfrequenz  $F$  jene des Farbhilfsträgers genommen wird.

#### 3.1 Der symmetrische, parabelähnliche Verlauf

Bei einem symmetrischen Verlauf des Amplitudenganges nach Figur 1a kann nach [3] gezeigt werden, dass (2) sich hinreichend genau durch

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{P_1}{Q_0} \cos(\Omega t - \Omega \Delta t - \Delta\Phi_{P1}) = -\frac{P_1}{Q_0} \sin\left[\Omega t - \Omega \Delta t - (\Delta\Phi_{P1} + \frac{\pi}{2})\right] \quad (7)$$

ausdrücken lässt. Der Amplitudengang berechnet sich dann wie folgt

$$A'(F) = \frac{P_1(F)}{\omega_H Q_0(F)} \quad (8)$$

$P_1(F)$  und  $Q_0(F)$  sind Funktionen der Frequenz  $F = \frac{\Omega}{2\pi}$

und  $\omega_H$  ist der Kreisfrequenzhub am Modulatorausgang (zum Beispiel  $f_H = \frac{1}{2\pi} \omega_H = 1,5$  MHz).

Eine symmetrische, parabelähnliche Kurve lässt sich mit einem einfachen Netzwerk (zum Beispiel mit einem Schwingkreis) nicht exakt erreichen. Die Approximation ist aber meistens genügend, so dass (7) und (8) hinreichend genaue Resultate liefern.

In Figur 3 ist ein Beispiel eines angenähert symmetrischen, parabelähnlichen Amplitudenganges im FM-Pfad mit dem

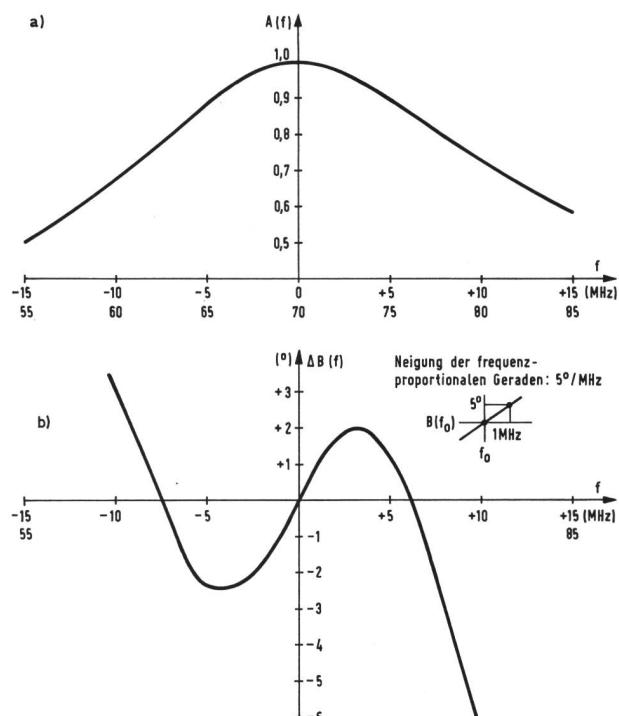


Fig. 3  
a) Amplitudengang  $A(f)$  und  
b) Phasengang  $\Delta B(f)$  im FM-Pfad (Parallelschwingkreis)

dazugehörigen Phasengang aufgezeichnet. Es handelt sich um die Übertragungseigenschaften eines Parallelschwingkreises, bei dem ein Ende an Masse liegt.

Die rechnerisch ermittelten Übertragungsverzerrungen sind in *Figur 4* wiedergegeben. Wie die Resultate zeigen, fällt der Amplitudengang bei höheren Frequenzen monoton ab. Bei den vorliegenden Hubverhältnissen darf man also annehmen, dass sich in diesem Punkt die Frequenzmodulation ungefähr wie die Amplitudenmodulation verhält. Die Steilheitsverzerrungen sind in der Regel ein Mass für die Krümmung des Amplitudenganges  $A(f)$  im FM-Pfad. Der Phasengang  $\Delta B(f)$  übt im vorliegenden Fall praktisch keinen Einfluss auf die Steilheit aus. Interessant ist die Tatsache, dass die Verzerrungen mit steigender Modulationsfrequenz grösser werden. Nach kleineren Modulationsfrequenzen hin ist der Einfluss von  $A(f)$  immer geringer, bis  $A''(\Delta f)$  schliesslich in eine Gerade ausartet. Dies trifft je nach

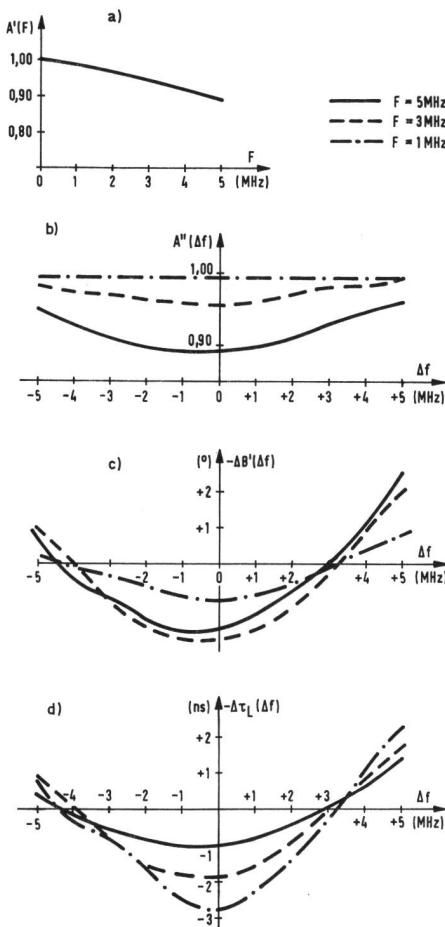


Fig. 4  
a) Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband  
b) Steilheitsverzerrungen  $A''(\Delta f)$   
c) Phasenverzerrungen  $\Delta B'(\Delta f)$   
d) Laufzeitverzerrungen  $-\Delta \tau_L(\Delta f)$

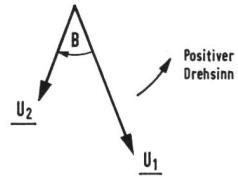


Fig. 5  
Zur Definition der positiven Phasenrichtung

Krümmungsgrad früher oder später ein. Anders verhält es sich mit den Laufzeitverzerrungen. Diese sind eine Funktion des Amplituden- und Phasenganges im FM-Pfad. Bei sehr kleinen Modulationsfrequenzen kann man zeigen, dass sich  $\Delta \tau_L(\Delta f)$  dem relativen Gruppenlaufzeitfrequenzgang

$$\Delta \tau_G(f_0 + \Delta f) = \frac{d[\Delta B(f_0 + \Delta f)]}{2\pi d(f_0 + \Delta f)} \quad (9)$$

im FM-Pfad nähert. Für  $\Delta f = 0$  haben Modulationssignale hoher Frequenz überdies eine kleinere Laufzeit als solche mit kleinem  $F$ .

Zu erwähnen wäre noch, dass die Phasen- und Laufzeitverzerrungen in der Form  $-\Delta B'(\Delta f)$  oder  $-\Delta \tau_L(\Delta f)$  aufgezeichnet sind. Das liegt an der Definition der positiven Richtung:

Wird der Winkel  $B$  zwischen den Vektoren  $U_1$  und  $U_2$  kleiner (zum Beispiel indem man die Referenz  $U_1$  verzögert), so verschiebt sich die Phasen- beziehungsweise Laufzeitanzeige in positiver Richtung. Kleinere Phasen- beziehungsweise Laufzeitdifferenzen ergeben demzufolge positivere Anzeigewerte (*Fig. 5*).

### 3.2 Der schräge Verlauf

Wie in Absatz 1 bereits erwähnt, ist der schräge Verlauf ein Modelfall. Es sei angenommen, dass sich der Verlauf nach *Figur 6* verhält und ausserdem einen frequenzproportionalen Phasengang aufweist ( $\Delta B(f) = 0$ ). Solche Übertragungsbedingungen könnten im allgemeinen nur mit einem komplizierten Netzwerk approximiert werden. Das

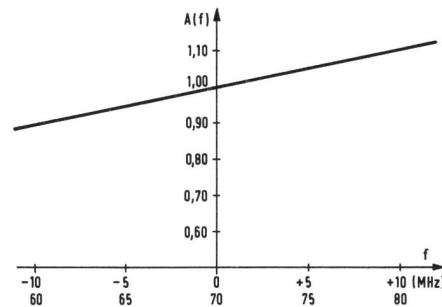


Fig. 6  
Schräger Amplitudengang  $A(f)$  im FM-Pfad

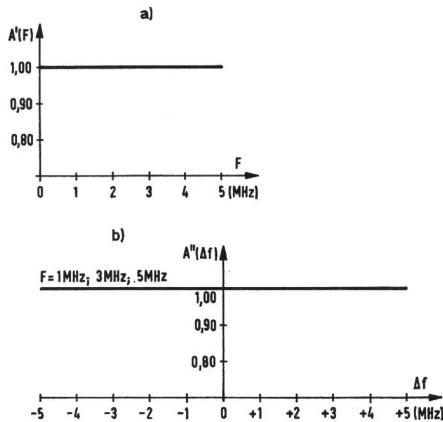


Fig. 7

- a) Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband  
b) Steilheitsverzerrungen  $A''(\Delta f)$

Studium dieses Modells ist aber sehr lehrreich, weil es hinsichtlich der Übertragungsverzerrungen einen Sonderfall darstellt.

Mit den angegebenen Voraussetzungen lässt sich  $\frac{dB(t)}{dt}$  mit guter Genauigkeit wie folgt berechnen (siehe dazu [1]... [3]):

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{1}{Q_0} \left( P_0 - \frac{P_1 Q_1}{2 Q_0} \right) - \frac{P_1}{Q_0} \sin(\Omega t - \Omega \Delta t) \quad (10)$$

$$= \omega_{H_0} - \omega_{H_1} \sin(\Omega t - \Omega \Delta t) \quad (11)$$

Der konstante Betrag

$$\omega_{H_0} = \frac{1}{Q_0} \left( P_0 - \frac{P_1 Q_1}{2 Q_0} \right) \quad (12)$$

gibt an, um wieviel die wirkliche Kreismittenfrequenz von  $\omega_0$  abgewichen ist. Der Amplitudengang  $A'(F)$  ist gegeben durch

$$A'(F) = \frac{P_1(F)}{\omega_H Q_0(F)} \quad (13)$$

Figur 7 gibt Auskunft über die berechneten Übertragungsverzerrungen, wenn der schräge Amplitudengang im FM-Pfad wie angegeben verläuft. Bemerkenswert ist, dass der Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband und die Steilheitsverzerrungen  $A''(\Delta f)$  im Rahmen der Rechengenauigkeit praktisch frequenzunabhängig sind. Einzig eine Mittenfrequenzverschiebung tritt auf, wenn  $A'(F)$  ermittelt wird. Sie ist im Bereich von  $F = 1 \dots 5$  MHz und unter den vorliegenden Hubverhältnissen praktisch konstant und hat einen Wert von

$$\frac{\omega_{H_0}}{\omega_{H_1}} = +0,03 \text{ oder } +3\%$$

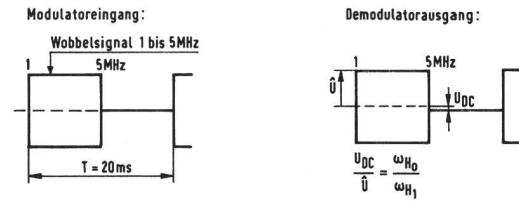


Fig. 8

Messsignal zur Ermittlung der Mittenfrequenzverschiebung  
 $\frac{1}{2\pi} \omega_{H_0}$

Es besteht eine Möglichkeit, die Mittenfrequenzverschiebung zu messen, indem zum Beispiel ein Modulationssignal nach Figur 8 verwendet wird. Die Wirkung zeigt sich am Demodulatorausgang in einer Verschiebung  $U_{DC}$  im Wobbelsignal, die rechnerisch nach folgender Beziehung bestimmt werden kann

$$\frac{U_{DC}}{U} = \frac{\omega_{H_0}}{\omega_{H_1}} \quad (14)$$

Natürlich muss das Modem in dieser Beziehung fehlerfrei sein; das Wobbelsignal hat einen hinreichend kleinen Oberwellengehalt aufzuweisen.

### 3.3 Der wellenförmige Verlauf

Figur 9 zeigt ein Beispiel eines wellenförmigen Amplitudengangs- und Phasenganges im HF-Pfad. Kurven solcher Art

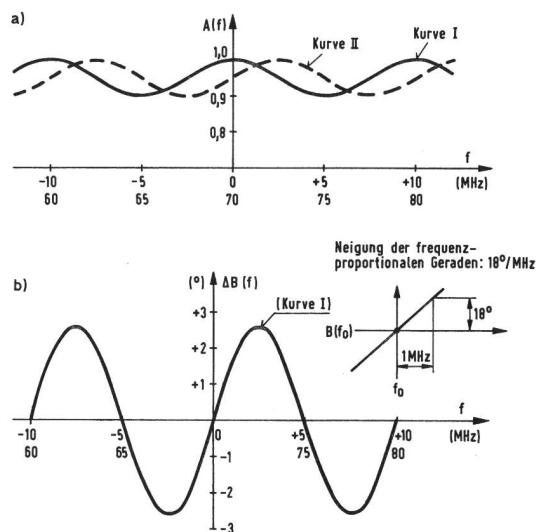


Fig. 9

- a) Amplitudengang  $A(f)$  und  
b) Entsprechender Phasengang  $\Delta B(f)$  eines wellenförmigen Verlaufes im FM-Pfad

findet man zum Beispiel bei Zweiwegausbreitung oder bei einer am Anfang und Ende fehlangepassten, idealen Hochfrequenzleitung.

Die Berechnung der Übertragungsverzerrungen geschieht nach der Formel

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{1}{Q_0} \left( P_0 - \frac{P_1 Q_1}{2 Q_0} \right) - \frac{P_1}{Q_0} \sin \left[ \Omega t - \Omega \Delta t - (\Delta \Phi_{P1} + \frac{\pi}{2}) \right] \quad (15)$$

oder

$$\frac{dB(t)}{dt} = \omega_{H_0} - \omega_{H_1} \sin \left[ \Omega t - \Omega \Delta t - (\Delta \Phi_{P1} + \frac{\pi}{2}) \right] \quad (16)$$

Die einzelnen Verzerrungsarten lassen sich wie folgt berechnen:

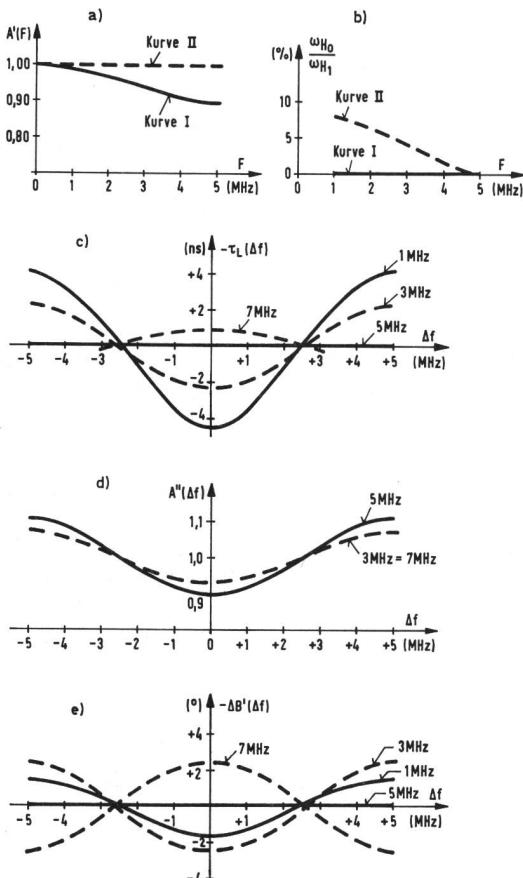


Fig. 10

- Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband
- Mittenfrequenzabweichung
- Steilheitsverzerrungen  $A''(\Delta f)$
- Phasenverzerrungen  $\Delta B'(\Delta f)$
- Laufzeitverzerrungen  $\Delta \tau_L(\Delta f)$

- Amplitudengang

$$A(F) = \frac{\omega_{H_1}}{\omega_{H_0}} = \frac{P_1}{Q_0 \omega_{H_0}}$$

- Mittenfrequenzabweichung  $\frac{\omega_{H_0}}{\omega_{H_1}}$

- Steilheitsverzerrungen, siehe Gleichung 5

- Phasen- und Laufzeitverzerrungen, siehe Gleichung 6

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Figur 10 aufgeführt.

Wenn nicht anders vermerkt, handelt es sich hier um die durch Kurve I in Figur 9 hervorgerufenen Übertragungsverzerrungen.

Das vorliegende Berechnungsbeispiel ist in verschiedener Hinsicht sehr wertvoll, da es zeigt, dass die Ergebnisse bei wellenförmigem Charakter der FM-Eigenschaften nicht mehr so leicht überblickbar sind wie beim parabolischen oder schrägen Verlauf im FM-Pfad.

Ist der FM-Amplitudengang bezüglich der Trägerfrequenz  $f_0$  eine gerade Funktion (Kurve I, Fig. 9a), so ist die Mittenfrequenzverschiebung  $\omega_{H_0}$  mit guter Genauigkeit gleich Null, und der Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband weist eine wellenförmige Charakteristik auf. Ist der FM-Amplitudengang ungerade (Kurve II, Fig. 9a), so wird ziemlich genau  $A'(F) = 1$  und  $\omega_{H_0}$  eine Art wellenförmige Funktion. Auch die Steilheits- und Laufzeitverzerrungen sind meist wellenförmiger Natur. Bei kleinen Modulationsfrequenzen  $F$  wird

$$A''(\Delta f) \rightarrow 1 \quad \text{und} \\ -\Delta \tau_L(\Delta f) \rightarrow \Delta \tau_G(f_0 + \Delta f)$$

Bei steigendem  $F$ , das nicht grösser wird als ein noch näher zu definierendes  $F_1$ , vergrössern sich die Steilheitsverzerrungen, während der Einfluss auf  $\Delta \tau_L(\Delta f)$  stets kleiner wird. Ist der Frequenzabstand  $\Delta f_E$  zwischen zwei aufeinanderfolgenden Extremwerten des FM-Amplitudenganges mit der Modulationsfrequenz  $F$  durch die Beziehung

$$F_1 = \frac{\Delta f_E}{2} \quad (17)$$

verknüpft, erzielt man die grösste Steilheitsvariation, wobei dann die Laufzeitvariation  $\Delta \tau_L(\Delta f) = 0$  wird.

### 3.4 Messergebnisse

Um die Gültigkeit des vorliegenden Berechnungsverfahrens nachzuweisen, sollen einige Übertragungsverzerrungen bei einem parabolähnlichen FM-Amplitudengang messtechnisch ermittelt werden. Zwischen Modulator und Demodulator wird ein Resonanzkreis eingefügt, der bei  $75\Omega$  Sende- und Empfangsimpedanz einen relativen FM-Amplitudengang nach Figur 11 erzeugt.

Streukapazitäten und -induktivitäten bewirken, dass der praktisch erreichte Verlauf vom theoretischen Wert (siehe Fig. 3) etwas abweicht. Wie die Messungen zeigen, ist die

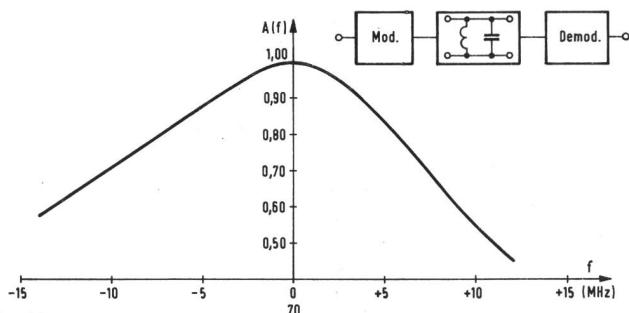


Fig. 11  
Amplitudengang im FM-Pfad

Kurve gegenüber jener von Figur 3 seitenverkehrt und zudem schmäler. Es muss also erwartet werden, dass

- der Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband etwas schlechter ist, als jener von Figur 4a, und
- die Steilheits- und Phasenverzerrungen gegenüber den in den Figuren 4b und 4c ermittelten Werten bezüglich  $\Delta f = 0$  im grossen ganzen auch seitenverkehrt sind.

Figur 12 zeigt die Ergebnisse der Messungen und bestätigt diese Annahmen.

Interessant ist die rechnerische Ermittlung der Steilheitsverzerrungen auf Grund des gemessenen Amplitudenganges im FM-Pfad. Die Genauigkeit, bezogen auf das Messergebnis, liegt hier innerhalb etwa 0,5%. Um eine grössere Präzision zu erhalten, müssten die Messmethoden verfeinert werden.

Zu erwähnen wäre noch die Mittenfrequenzverschiebung bei sinusförmiger Modulation. Sie beträgt bei  $F = 5$  MHz etwa  $-3\ldots-4\%$  und ist mit einem Hub von ungefähr 3 MHz gemessen worden. Die Nachrechnung ergibt Werte, die grössenordnungsmässig dem gemessenen Resultat entsprechen.

#### 4. Ausblick auf verschiedene Anwendungen

Es dürfte klar sein, dass das Problem der Übertragungsverzerrungen, so wie es in der vorliegenden Veröffentlichung behandelt wird, nicht vollständig gelöst ist. Dazu sind sicher noch mehr Berechnungen und Untersuchungen praktischer Natur notwendig. Hingegen zeichnet sich ab, in welchen Gebieten diese Ergebnisse wertvolle Hinweise bringen können.

Was die Anwendung der vorliegenden Ergebnisse und Untersuchungen betrifft, zeichnen sich zunächst zwei Gebiete ab. Es handelt sich um das sogenannte Toleranzproblem und um den Additionsmechanismus der Übertragungsverzerrungen. Beim Toleranzproblem befasst man sich mit der Frage, welche Eigenschaften im FM-Pfad zu fordern sind, um die verschiedenen Verzerrungsarten im

Grundband innerhalb festgesetzter Grenzwerte zu halten. Beim Additionsmechanismus wird untersucht, inwieweit sich die Übertragungsverzerrungen von FM-Teilstück zu FM-Teilstück addieren.

Zunächst seien einige Aspekte über das *Toleranzproblem* betrachtet. Gegeben sei ein Amplitudengang  $A(f)$  im FM-Pfad, aus dem sich z. B. der Amplitudengang  $A'(F)$  im Grundband und die Steilheitsverzerrungen  $A''(\Delta f)$  berechnen lassen. Wie ändern sich nun diese Verzerrungen, wenn  $A(f)$  in  $\sqrt[n]{A(f)}$  übergeführt wird? Diese Art Interpolationsproblem lässt sich mit den Ergebnissen von Absatz 3 wie folgt skizzieren: Angenommen, der FM-Amplitudengang der Figur 3 (für dieses Beispiel  $A_1(f)$  genannt) sei in

$$A(f) = \sqrt[n]{A_1(f)} \quad (18)$$

überführt worden. Die Berechnungen zeigen nun (siehe [3]), dass mit guter Genauigkeit folgende Beziehungen gelten:

$$A'(F) = \sqrt[n]{A'_1(F)} \quad (19a)$$

$$A''(\Delta f) = \sqrt[n]{A''_1(\Delta f)} \quad (19b)$$

$A'_1(F)$  und  $A''_1(\Delta f)$  sind Übertragungsverzerrungen, die vom FM-Amplitudengang  $A_1(f)$  herrühren. Nun stellt sich hier die Frage, ob zum Beispiel folgende allgemeinere Näherungsbeziehungen gelten:

$$\text{Ist } A(f) = \sqrt[n]{A_1(f)} \quad (20a)$$

so sei mit guter Genauigkeit

$$A'(F) = \sqrt[n]{A'_1(F)} \quad (20b)$$

und

$$A''(\Delta f) = \sqrt[n]{A''_1(\Delta f)} \quad (20c)$$

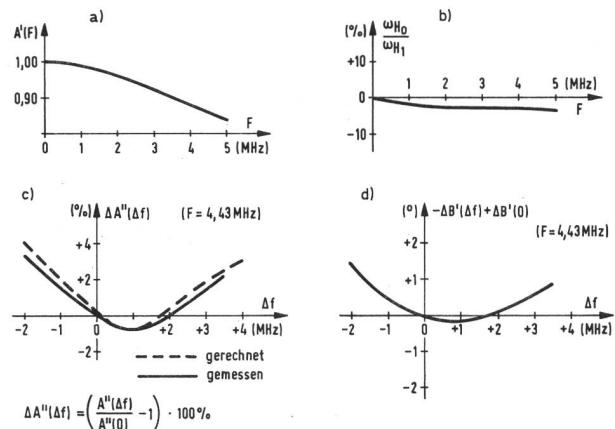


Fig. 12  
a) Amplitudengang im Grundband  
b) Mittenfrequenzverschiebung bei sinusförmiger Modulation  
c) Relative Steilheitsverzerrungen  
d) Relative Phasenverzerrungen

Um dies zu überprüfen, wurde eine Berechnung mit  $n = 5$  durchgeführt. Es soll  $A_1(f)$  (siehe Fig. 3) in  $\sqrt[5]{A_1(f)}$  überführt und untersucht werden, ob entsprechend (20b)  $A'(F) = \sqrt[5]{A_1(F)}$  sei. Nach (20b) erhält man eine maximale Schwankung von 2,5%, während jene, berechnet aus der Kurve im FM-Pfad ( $\sqrt[5]{A_1'(f)}$ ) einen Wert von 2,3% aufweist.

Die zwei Beispiele zeigen, dass Beziehungen ähnlich jenen der Gleichungen 20a...20c bestehen. Damit ist natürlich nicht bewiesen, dass sie allgemeine Gültigkeit haben. Dieser Gültigkeitsbereich sollte noch eingehender behandelt werden.

In [3] wird weiter gezeigt, dass noch eine andere Beziehung aufgestellt werden kann. Sei  $A_1(f)$  der Amplitudengang von Figur 3 (symmetrischer Abfall) und  $A_2(f)$  jener der Figur 6 (schräger Verlauf).  $A_2'(F)$  und  $A_2''(\Delta f)$  seien die Übertragungsverzerrungen, die infolge des FM-Amplitudenganges  $A_2(f)$  allein entstehen. Im vorliegenden Fall ist

$$A_2'(F) = 1 \quad (21a)$$

$$A_2''(\Delta f) = 1 \quad (21b)$$

Erzeugt man den FM-Amplitudengang

$$A(f) = A_1(f) A_2(f) \quad (22)$$

so erhält man mit guter Genauigkeit folgende Gleichungen:

$$A'(F) = A_1'(F) \quad (23a)$$

$$A''(\Delta f) = A_2''(\Delta f) \quad (23b)$$

Wird der symmetrische Verlauf mit dem schrägen Amplitudengang multipliziert ( $\cong$  Kaskadierung zweier Vierpole), so kann gezeigt werden, dass die daraus resultierenden Übertragungsverzerrungen  $A'(F)$  und  $A''(\Delta f)$  mit guter Genauigkeit denen des symmetrischen Verlaufs entsprechen. Der schräge Verlauf beeinflusst diese Verzerrungsarten praktisch nicht.

Man kann sich hier überlegen, ob und unter welchen Voraussetzungen folgende allgemeinere Näherungsbeziehungen gelten:

Ist  $A(f) = A_1(f) A_2(f)$

so wird  $A'(F) = A_1'(F) A_2'(F)$   $\quad (24a)$

$A''(\Delta f) = A_1''(\Delta f) A_2''(\Delta f)$   $\quad (24b)$

Setzt man zum Beispiel in diese Gleichungen für  $A_1(f)$ ,  $A_1'(F)$  und  $A_1''(\Delta f)$  die Werte nach Figur 3 und Figur 4 (a und b) ein und für  $A_2(f)$ ,  $A_2'(F)$  und  $A_2''(\Delta f)$  jene nach Figur 6 und Figur 7 (a und b), so ergeben sich bekanntlich die Werte für  $A'(F)$  und  $A''(\Delta f)$  nach Gleichungen 23a und 23b. Dies ist ein Indiz, dass für die zwei erwähnten Verzerrungsarten Gesetze ähnlich (24a) und (24b) bestehen können. Auf das Problem des Gültigkeitsbereiches dieser Beziehungen sollte man aber noch näher eingehen.

Beziehungen solcher und ähnlicher Art gestatten grundsätzlich, sofern ihr Gültigkeitsbereich hinreichend genau bekannt ist, Aussagen über Forderungen im FM-Pfad zu machen, wenn jene im Grundband gegeben sind. Die Lösung dieser Aufgabe ist aber nicht so einfach, weil es – wie bereits erwähnt – nicht nur auf eine maximale Schwankung im FM-Pfad ankommt, sondern auch auf den Kurvenverlauf. Dies allein deutet schon darauf hin, dass man hier von der üblichen Vorstellung eines Toleranzschemas etwas abweichen muss, weil nebst einem verbotenen und einem erlaubten Bereich zusätzlich noch Restriktionen über den Kurvenverlauf selbst innerhalb des erlaubten Bereiches aufzustellen sind. Man muss sich natürlich auch die Frage stellen, inwieweit es überhaupt möglich ist, ein sogenanntes Toleranzschema im FM-Pfad aufzustellen, das nicht nur akademischen Wert besitzt.

Es zeichnen sich einige Möglichkeiten ab, dieses Thema zu untersuchen. Als erster Schritt muss ermittelt werden, ob es möglich ist, für bestimmte Modelfälle Forderungen im FM-Pfad aufzustellen. Nachfolgend sei dies am Beispiel des symmetrischen, parabelförmigen und des wellenförmigen Verlaufs versucht.

Angenommen im Grundband werde für  $F = 0 \dots 5$  MHz eine maximale Amplitudengangschwankung von 1% und im Bereich  $\Delta f = \pm 0 \dots 5$  MHz für  $F = 5$  MHz eine Steilheitsverzerrung 1% verlangt. Gefragt wird nach einer Schar symmetrisch parabelförmiger Kurven, die die Forderungen im Grundband erfüllen. Bei der Lösung könnte etwa so vorgegangen werden: Man interpoliert entsprechend den Beziehungen (20a)...(20c) die Verzerrungsgrößen  $A'(F)$  und  $A''(\Delta f)$  möglichst vieler parabelförmiger Kurven  $A(f)$  derart, dass der FM-Pfad die Forderungen im Grundband erfüllt. Die so erhaltenen Angaben gestatten 1. den Bereich festzusetzen, innerhalb dem sich die FM-Amplitudengänge

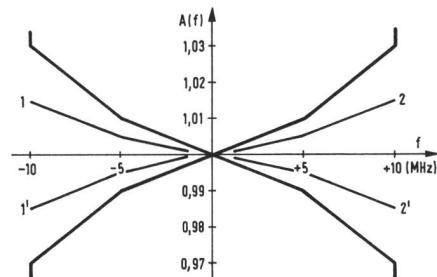
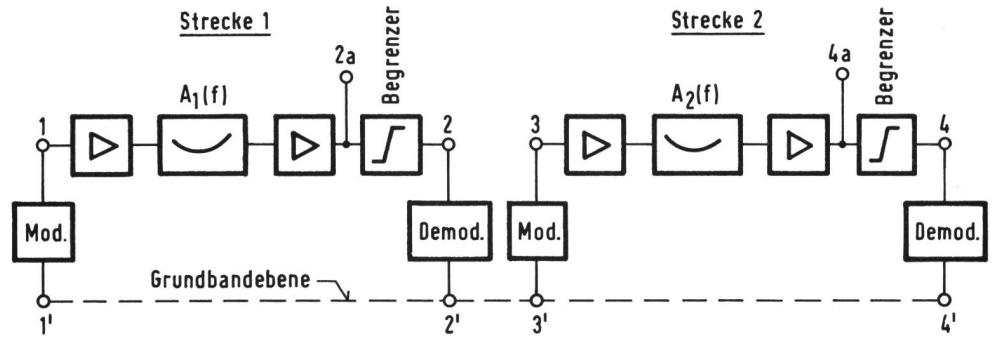


Fig. 13  
Toleranzschema mit zusätzlichen Restriktionen für den symmetrischen, parabelförmlichen Kurvenverlauf

Fig. 14  
Zum Problem  
der Verzerrungsaddition



bewegen können, und 2. die Restriktionen über den Kurvenverlauf selbst aufzustellen. Man kann diesen Bereich als ein Toleranzschema mit zusätzlichen Restriktionen definieren. *Figur 13* zeigt ein erstes Resultat. Der erlaubte Bereich befindet sich zwischen den dick ausgezogenen Linien. Die Hilfslinien 1, 1', 2, 2' stellen die Restriktionen über den Kurvenverlauf dar. Jede symmetrische, parabelähnliche Kurve innerhalb des erlaubten Bereichs, die diese Hilfslinien nicht kreuzt, erfüllt die Forderung im Grundband. Zu erwähnen wäre, dass das Toleranzschema vielleicht noch etwas optimiert werden kann, wenn mehr Angaben über Verzerrungswerte vorliegen.

Es soll die Schwankung eines wellenförmigen Amplitudenganges beliebiger, aber regelmässiger Periode im FM-Pfad festgesetzt werden, die im Grundband höchstens folgende Fehler verursacht:

$$1 - A'(F) \quad \text{für } F = 0 \dots 5 \text{ MHz} \quad 1\% \\ 1 - A''(\Delta f) \quad \text{für } F = 5 \text{ MHz und } \Delta f \text{ beliebig} \quad 1\%$$

*Figur 10* zeigt, dass die Steilheitsforderung strenger ist als jene für  $A'(F)$ . Damit sie erfüllt ist, darf  $A(f)$  höchstens um 0,5% schwanken. Dies entspricht einem Mitfluss von 0,25%, wenn zum Beispiel eine fehlangepasste, verlustlose HF-Leitung als Ursache des wellenförmigen FM-Amplitudenganges angenommen wird. Setzt man voraus, dieser Mitfluss sei infolge grosser Reflexionen am Leitungsanfang und -ende erzeugt worden, so lässt sich der noch zulässige Reflexionsfaktor  $r$  bestimmen. Im vorliegenden Fall errechnet man  $r = 5\%$ , was einer Rückflussdämpfung von

$$A_r = 20 \log \frac{1}{|r|} = 26 \text{ dB}$$

gleichtkommt.

Die zwei Beispiele zeigen, dass es Modelfälle gibt, bei denen es möglich ist, die Forderungen im FM-Pfad auf Grund jener im Basisband aufzustellen. Das eingangs ge-

stellte allgemeine Toleranzproblem sollte – wenn die vorliegende Berechnungsmethode verwendet wird – in der eben skizzierten Richtung behandelt werden.

In der Folge sei das *Problem der Verzerrungsaddition* kurz gestreift. Zwei FM-Streckenzüge nach *Figur 14* werden einzeln und zusammengesetzt ausgemessen und inbezug auf einige Übertragungsverzerrungen untersucht.  $A'_1(F)$  und  $A''_1(\Delta f)$  seien die Verzerrungen der Strecke 1,  $A'_2(F)$  und  $A''_2(\Delta f)$  jene der Strecke 2. Das Problem der Verzerrungsaddition fußt auf der Frage, welcher Zusammenhang zwischen den Verzerrungswerten der Einzelstrecken und jenen der zusammengesetzten Strecke besteht.

Werden beide Strecken auf Grundbandebene zusammengeschaltet, so müssen zwischen 1' und 4' mit guter Genauigkeit folgende Übertragungsverzerrungen gemessen werden:

$$A'(F) = A'_1(F) A'_2(F) \quad (25a)$$

$$A''(\Delta f) = A''_1(\Delta f) A''_2(\Delta f) \quad (25b)$$

Bei idealen Modems, wie sie hier vorausgesetzt werden, ist das Signal an der Stelle 2 gleich jenem an der Stelle 3, so dass diese Strecken eigentlich auf FM-Ebene zusammengeschaltet werden können, ohne das Endergebnis zu beeinflussen. Voraussetzung ist allerdings, dass sich die Stellen 2 und 3 gegenseitig nicht beeinflussen (gute Anpassung, hinreichend linearer FM-Pfad). Man könnte sich jetzt fragen, ob die Additionsgesetze nach (25a) und (25b) bei Entfernen der Begrenzer (zunächst als ideal vorausgesetzt) noch gültig sind. Da man zwischen den Stellen 1 und 4 den Amplitudengang

$$A(f) = A_1(f) A_2(f)$$

misst, so sollten die Übertragungsverzerrungen ( $A'(F)$ ;  $A''(\Delta f)$ ) der zusammengesetzten Strecke durch Beziehungen ähnlich (20a)...(20c) sowie (24a) und (24b) ermittelt werden können. In Fällen, in denen die erwähnten Voraussetzungen zutreffen, könnte man den Begrenzer entfernen;

ohne das Resultat (zum Beispiel für  $A'(F)$  und  $A''(\Delta f)$  wesentlich zu beeinflussen. Dies geht aus dem Vergleich der Beziehungen (24a) und (24b) mit (25a) und (25b) hervor.

Die Praxis zeigt nun, dass Additionsgesetze entsprechend den Gleichungen 25a und 25b scheinbar nicht immer bestehen. Verantwortlich dafür sind in erster Linie die gegenseitigen Beeinflussungen beim Zusammenschalten von FM-Strecken. Um die erwähnten Additionsbeziehungen wiederzufinden, müsste man die Messungen so durchführen, dass die gegenseitigen Beeinflussungen mitberücksichtigt werden. Messungen dieser Art sind aber nicht immer leicht zu machen (siehe auch [3]).

## 5. Schlusswort

Abschnitt 4 hat gezeigt, für welche Probleme die vorliegende Berechnungsmethode eine wertvolle Hilfe sein kann. Es sind Ansätze vorhanden, die Kompatibilität (Verträglichkeit) der Forderungen im FM-Pfad und der Toleranzen im Grundband zu überprüfen und das Additionsproblem der Verzerrungen zu behandeln. In einem späteren Artikel sollen die hier umrissenen Anwendungsmöglichkeiten noch eingehender untersucht werden.

## Literaturverzeichnis

- [1] PTT-interner Bericht Nr. V40.125 vom 22. Mai 1968. Einfluss linearer Verzerrungen auf ein sinusförmig frequenzmoduliertes Signal.
- [2] Fawer W. Einfluss der Verzerrungen im Übertragungsweg auf ein frequenzmoduliertes Signal. Techn. Mitt. PTT 1969, Nr. 6, S. 264ff.
- [3] PTT-interner Bericht Nr. V41.003 vom 20. März 1970. Numerische Berechnung von Übertragungsverzerrungen in Richtstrahlantennen. Typische Beispiele und Ausblick auf Anwendungen.

## Anhang:

### Wichtigste Symbole und Definitionen

$\Delta t$	Willkürlich gewählte Laufzeit im Übertragungstrakt
$f_0$	Mittenfrequenz im FM-Pfad
$f$	willkürlich gewählte Frequenz im FM-Pfad
$\Delta f = f - f_0$	Frequenzverschiebung gegenüber der Mittenfrequenz
$F$	willkürlich gewählte Frequenz im Grundband
$A(f)$	Amplitudenzgang im FM-Pfad
$B(f)$	Phasenzgang im FM-Pfad
$\Delta B(f)$	Abweichung vom frequenzproportionalen Phasenzgang im FM-Pfad
$a_s''$	Wert des Amplitudenganges im FM-Pfad bei der Frequenz $f_0 - sF$
$a_s'$	Wert des Amplitudenganges im FM-Pfad bei der Frequenz $f_0 + sF$
$a_s''(\Delta f)$	Wert des Amplitudenganges im FM-Pfad bei der Frequenz $f_0 + \Delta f - F$
$a_s'(\Delta f)$	dito, bei der Frequenz $f_0 + \Delta f + F$
$\Delta b_s''(\Delta f)$	Wert von $\Delta B(f)$ bei der Frequenz $f_0 + \Delta f - F$
$\Delta b_s'(\Delta f)$	dito, bei der Frequenz $f_0 + \Delta f + F$
$A'(F)$	Amplitudenzgang im Grundband
$A''(\Delta f)$	Steilheitsverzerrungen: Variationen der Amplitude des Modulationssignals in Funktion der Frequenzabweichung $\Delta f$ im FM-Pfad
$\Delta B'(\Delta f)$	Phasenverzerrungen: Variationen der relativen Phase des Modulationssignals als Funktion der Mittenfrequenzabweichung $\Delta f$ im FM-Pfad. Für die Bestimmung der absoluten Phase ist der Faktor $2\pi F \Delta t$ zum Ergebnis zu addieren.
$\Delta \tau_L(\Delta f)$	Entsprechende Laufzeitverzerrung; $\Delta \tau_L(\Delta f) = \frac{\Delta B'(\Delta f)}{2\pi F}$
$\omega_H$	Kreisfrequenzhub am Eingang des Übertragungstraktes
$\omega_{H0}$	Kreismittenfrequenzverschiebung, erzeugt infolge von Verzerrungen im FM-Pfad bei sinusförmiger Modulation
$\omega_{H1}$	Kreisfrequenzhub der Grundwelle des Modulationssignals am Ausgang des Übertragungstraktes