

Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

Band: 47 (1969)

Heft: 11

Artikel: Einführung in die Berechnung mehrstufiger Koppelnetzwerke

Autor: Ryter, Fred

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-874099>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 27.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zusammenfassung. Es wird die einfachste Methode zur Berechnung der Leistungsfähigkeit von mehrstufigen Durchschalteinrichtungen beschrieben. Einleitend werden die unentbehrlichen Grundlagen der Verkehrstheorie erläutert. Danach wird der Aufbau von Linksystemen und deren Blockierungsmöglichkeiten dargestellt. Dann werden die Formeln für die Berechnung abgeleitet, denen die Methode von Bininda und Wendt zugrunde gelegt wird. Abschliessend dienen drei der Praxis entnommenen Berechnungsbeispiele zur näheren Erläuterung der Methode. Der Artikel ist für Techniker des Betriebes verfasst, die sich schon etwas mit der Dimensionierung von herkömmlichen Anlagen zu befassen hatten.

Initiation au calcul des réseaux de couplage à plusieurs étages

Résumé. Il s'agit de la description de la méthode la plus simple pour calculer l'efficacité d'équipements de connexion à plusieurs étages. En guise d'introduction, on explique les éléments fondamentaux indispensables de la théorie du trafic. Le montage des systèmes Link et leurs possibilités de blocage sont ensuite présentés. Puis on en déduit les formules de calcul en prenant pour base la méthode de Bininda et Wendt. Pour terminer, trois exemples tirés de la pratique illustrent la méthode de calcul. L'article s'adresse aux techniciens de l'exploitation qui se sont déjà occupés du dimensionnement des installations traditionnelles.

Introduzione nel calcolo di reti d'accoppiamento a parecchi stadi

Riassunto. Si descrive il metodo più semplice per calcolare l'efficienza di dispositivi d'accoppiamento a più stadi. Nell'introduzione vengono spiegate le basi indispensabili della teoria sul traffico. Segue un'illustrazione della costituzione dei circuiti di collegamento e della possibilità del loro bloccaggio. Quindi si deducono le formule di calcolo, basandosi sui metodi di Bininda e Wendt. Per concludere ci si serve di tre esempi pratici per spiegare più ampiamente il sistema di calcolo. L'articolo si rivolge ai tecnici dell'esercizio, che si sono già occupati del dimensionamento di impianti tradizionali.

1. Einleitung

In modernen Telephonautomaten bildet das Sprechwegedurchschaltenetz meistens eine mehrstufige Zwischenleitungsanordnung (auch Linkanordnung oder Linksystem genannt). Solche Koppelnetze werden ausschliesslich weitspannend markiert, das heisst, es wird vom angesteuerten Punkt rückwärts zum Eingang ein freier Weg durch das Netzwerk gesucht. Die weitspannende Markierung verhindert, dass Verbindungen zufallsmässig in Vielfache der zweiten und folgenden Stufen einfallen, von denen aus kein freier Weg zum gewünschten Ausgang führt. Daraus resultiert eine erhebliche Reduktion der möglichen Blockierungen. Erst die Technik der weitspannenden Markierung hat den Aufbau wirtschaftlich günstiger Koppelnetze möglich gemacht.

In den letzten Jahren wurde die Berechnung mehrstufiger Durchschalteinrichtungen eingehend erforscht, wobei sich heute in den Grundzügen folgende zwei Methoden unterscheiden lassen:

1. Zurückführen des mehrstufigen Systems auf eine einstufige Durchschalteinrichtung gleicher Erreichbarkeit und Anwendung einer der bekannten Verlustformeln.
2. Kombinatorische Berechnung der Durchlasswahrscheinlichkeit und des Verlustes unter Annahme unabhängiger Belegungszustände auf den Zwischenleitungen und den Abnehmerleitungen.

Die erste Methode kann vom Praktiker wenigstens für einfachere Gebilde ohne besondere Schwierigkeiten angewendet werden. Kombinatorische Verfahren sind nur mit Rechnern rationell anwendbar. Diese Gesichtspunkte und die Bedingung, dass ein Berechnungsverfahren heute min-

destens für dreistufige Netzwerke geeignet sein muss, führten dazu, dass im vorliegenden Artikel ausschliesslich die «Methode der mittleren Erreichbarkeit» behandelt wird.

2. Zusammenfassung der verkehrstheoretischen Grundlagen

Bei den theoretischen Untersuchungen über den Fernsprechverkehr bezieht man sich immer auf die Hauptverkehrsstunden. Die Schwankungen dieses Verkehrs rühren dann nur von den zufälligen Aktionen einer grossen Zahl Teilnehmer her. In diesem Zustand lassen sich die Phänomene des Fernsprechverkehrs mit Hilfe der mathematischen Statistik beschreiben.

Für die Beurteilung des Verhaltens von Koppelanordnungen werden die folgenden vier Grössen benötigt:

1. Das Verkehrsangebot $A = c_A \cdot t_m$ (1)

c_A = mittlere Zahl der je Zeiteinheit einfallenden Belegungen

t_m^a = mittlere Belegungszeit

2. Der Verkehr y abnehmerseitig:

$$y = c_y \cdot t_m = \sum_{i=0}^n i \cdot P_i \quad (2)$$

c_y = mittlere Zahl der je Zeiteinheit durchgeschalteten Verbindungen

n = Zahl der Abnehmerleitungen

(N = Zahl der Zubringerleitungen)

P_i = Wahrscheinlichkeit, dass in einem Bündel genau i Leitungen belegt sind.

Indem wir zubringer- und abnehmerseitig die gleiche mittlere Haltezeit t_m einsetzen, vernachlässigen wir den Einfluss der Verlustbelegungen.

3. Die Gefahrzeitwahrscheinlichkeit E , die die Wahrscheinlichkeit angibt, dass sich das Koppelnetzwerk zu einem bestimmten Zeitpunkt im Blockierungszustand oder, als identische Aussage, den Zeitbruchteil, in dem sich das Netzwerk im Blockierungszustand befindet

$$E = \sum_{i=0}^n P_i \cdot W_i \quad (3)$$

W_i ist die Sperrwahrscheinlichkeit. Sie gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der sich ein Netzwerk im Belegungszustand i im Blockierungszustand befindet. Im einfachsten Fall des vollkommenen Bündels ist

$W_i = 0$ für $i < n$
 $W_i = 1$ für $i = n$
 und daher $E = P_n$

4. Der auf das Angebot bezogene Verlust

$$B = \frac{A - y}{A} = \frac{c_A - c_y}{c_A} \quad (4)$$

Der Verlust dient üblicherweise als das Mass für die Betriebsgüte. Die verwendeten Verlustformeln geben B als Funktion des Angebotes oder des Verkehrs und der Eigenschaften des Netzwerks an: $B = f(A, N, n, k)$ oder $B = f(y, N, n, k)$. Verlust und Gefahrzeitwahrscheinlichkeit sind durch folgende Beziehung verknüpft

$$B = E \cdot \frac{N - n}{N} \quad (5)$$

Der Verlust ist also kleiner als die Gefahrzeitwahrscheinlichkeit. Dies leuchtet sofort ein, wenn man bedenkt, dass für ein Verlustereignis zwei Ereignisse eintreten müssen: Blockierung und Belegungseinfall. Schliesslich sei erwähnt, dass der Verlust auch auf den Verkehr bezogen werden kann

$$V = \frac{A - y}{y}$$

Es sollen nun die wichtigsten Verlustformeln dargestellt werden. Eine wichtige Rolle spielt dabei die Verteilungsfunktion P_i . Auf einem Bündel $N = n$ mit ungestörtem Zufallsverkehr gilt für P_i die sogenannte *Bernoullische* Funktion

$$P_i = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (6)$$

$p = \text{Verkehr/Leitung}$

Diese Formel lässt sich wie folgt deuten:

$p^i (1-p)^{n-i}$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Bündel von n Leitungen i bestimmte Leitungen belegt sind. $\binom{n}{i} = \frac{n(n-1)\dots(n-i+1)}{1 \cdot 2 \dots i}$ gibt an, auf wieviele Arten die i belegten Leitungen auf im gesamten n Leitungen verteilt werden können.

Ein Verlust tritt in diesem Fall nicht auf. Die Gefahrzeitwahrscheinlichkeit beträgt: $E = P_n = p^n$. Bei Abnehmerbündeln, die an verlustbehaftete Koppelanordnung angeschlossen sind, ist eine so einfache Deutung von P_i nicht mehr möglich. Engset hat für vollkommen angeschlossene Bündel folgende Formel gefunden:

$$P_i = \frac{\binom{N}{i} \left(\frac{A}{N-A}\right)^i}{\sum_{j=0}^n \binom{N}{j} \left(\frac{A}{N-A}\right)^j} \quad (7)$$

mit $p = A/N$ wird diese Formel zu:

$$P_i = \frac{\binom{N}{i} p^i (1-p)^{N-i}}{\sum_{j=0}^n \binom{N}{j} p^j (1-p)^{N-j}} \quad (8)$$

Für die Gefahrzeitwahrscheinlichkeit $E = P_n$ erhalten wir:

$$E = \frac{\binom{N}{n} p^n}{\sum_{j=0}^n \binom{N}{j} p^j \frac{(1-p)^{N-n}}{(1-p)^{N-j}}} \quad (9)$$

und für den Verlust:

$$B = \frac{(N-n) \binom{N}{n} (1-p)^{N-n}}{N \sum_{j=0}^n \binom{N}{j} p^j (1-p)^{N-j}} \quad (10)$$

Die Ableitungen dieser Formeln finden sich beispielsweise in [1] oder, etwas leichter verständlich, in [2]. Allgemein erhältliche Tabellen der Engset'schen Verlustformel existieren nicht. Viel bekannter als die Engsetformel ist deren vereinfachte Form, die *Erlang'sche* Formel. Sind in einer Koppelanordnung viel mehr Zubringerleitungen vorhanden als Abnehmerleitungen, so wird

$$\begin{aligned} \frac{N}{n} &\rightarrow \infty \\ \frac{(N-n)}{(N-A)} &\rightarrow \frac{N}{N} \\ \binom{N}{i} &\rightarrow \frac{N^i}{i!} \end{aligned}$$

setzt man diese Ausdrücke in Formel (7) ein, so erhält man

$$P_i = \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{A^j}{j!}} \quad (11)$$

und

$$E = P_n = \frac{A^n}{n!} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{A^j}{j!}} \quad (12)$$

weil in (5) $\frac{N-n}{N} \rightarrow 1$ wird $B = E$ (13)

Dies sind die meist verwendeten Formeln der Verkehrstheorie. Oft wird hierfür die Schreibweise verwendet $B = B_n(A)$ oder $B = E_n(A)$. Die Erlang-Formel wird benützt, wenn der Verkehr vorgeschalteten Wahlstufen entspringt, das heisst, wenn sehr viele Verkehrsquellen vorhanden sind. Andernfalls ist die Engset-Formel gültig. Die Unterschiede können sehr bedeutend sein.

Mit Wählern, die weniger Ausgänge aufweisen, als Abnehmerleitungen vorhanden sind, lässt sich ein Bündel nur unvollkommen anschliessen. Die Erreichbarkeit k gibt die Zahl der von einem bestimmten Eingang aus erreichbaren Abnehmerleitungen an. In *Figur 1* ist ein unvollkommenes Bündel mit $N = 10$, $n = 5$, $k = 3$ dargestellt. In Wirklichkeit stellt jeder der gezeichneten Sucher eine Zubringerteilgruppe dar, das heisst eine Suchergruppe mit gleich beschalteten Ausgängen. Auf Besonderheiten, wie Verschränkung und Staffelung, braucht nicht eingegangen zu werden.

Bei einem unvollkommenen Bündel können schon bei $i \geq k$ Blockierungen auftreten. Die Sperrwahrscheinlichkeit, das heisst die Wahrscheinlichkeit, dass von einem bestimmten Eingang kein freier Ausgang erreichbar ist, wird gegeben durch

$$W_i = \frac{\binom{n-k}{i-k}}{\binom{n}{i}} \quad (14)$$

Für die Ableitung dieser Formel stellen wir folgende Überlegung an: Ein für Blockierung günstiger Fall tritt ein, wenn unter den i belegten Abnehmern gerade die k Abnehmer einer Teilgruppe sind. Somit müssen sich die restlichen $i-k$ belegten Abnehmer auf $n-k$ Abnehmer verteilen. Dies ist auf $\binom{n-k}{i-k}$ Arten möglich. Im gesamten können sich aber i belegte Abnehmer auf $\binom{n}{i}$ Arten auf n Abnehmer verteilen. W_i ist der Quotient aus den «günstigen» und den möglichen Fällen.

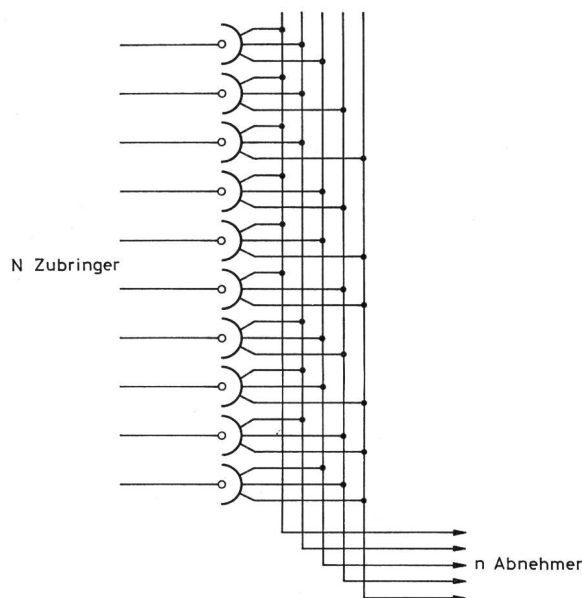


Fig. 1
Unvollkommenes Bündel $N = 10$, $n = 5$, $k = 3$. Spezialfall mit 1 Zubringer je Zubringerteilgruppe
Einstufige Koppelanordnung mit unvollkommenem Anschluss des Abnehmerbündels

Wenn wir auf dem Abnehmerbündel eine Erlang-Verteilung annehmen, so erhalten wir mit (3), (11), (13) und (14):

$$B = E = \sum_{i=k}^n \frac{A^i}{i!} \cdot \frac{\binom{n-k}{i-k}}{\binom{n}{i}} \cdot \frac{1}{\sum_{j=0}^n \frac{A^j}{j!}}$$

Nun ist $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i! (n-i)!}$ und $\binom{n-k}{i-k} = \frac{(n-k)!}{(n-i)! (i-k)!}$

Einsetzen und Multiplizieren ergibt

$$B_k(A) = \frac{E_n(A)}{E_{n-k}(A)} \quad (15)$$

Der Verlust eines Bündels mit der Erreichbarkeit k ist gleich dem Verlust bei vollkommenem Anschluss, dividiert durch den Verlust eines Bündels von $n-k$ Leitungen bei gleichem Angebot. Formel (15) heisst *Palm-Jacobaeus-Formel*. Sie liefert für sehr kleine Verluste genaue Werte.

Ein besserer Näherungswert für den Verlust ergibt sich, wenn man anstelle des Angebotes A ein fiktives Angebot A_0 einsetzt, das bei einem vollkommenen Bündel die gleiche Verkehrsleistung y liefert wie das Angebot A_k beim betrachteten unvollkommenen Bündel. Damit entsteht die modifizierte *Palm-Jacobaeus-Formel* (mPJ-Formel)

$$B_k = \frac{B_n(A_o)}{B_{n-k}(A_o)} \quad (16)$$

y erhält man aus

$$y = A_o [1 - B_n(A_o)] \quad (17)$$

und das wirkliche Angebot:

$$A_k = \frac{y}{1 - B_k} \quad (18)$$

Aus diesen Formeln müssen zusammengehörende Wertpaare durch Iteration gewonnen werden. Praktisch erübrigt sich dies, da die mPJ-Formel in mehreren Werken tabelliert ist [3] [4]. Diese mPJ-Formel soll für die Verlustberechnung von Zwischenleitungsanordnungen verwendet werden.

3. Aufbau von Zwischenleitungsanordnungen und deren Blockierungsmöglichkeiten

Figur 2 zeigt eine zweistufige Zwischenleitungsanordnung, bestehend aus einer A- und einer B-Stufe, die sich ihrer-

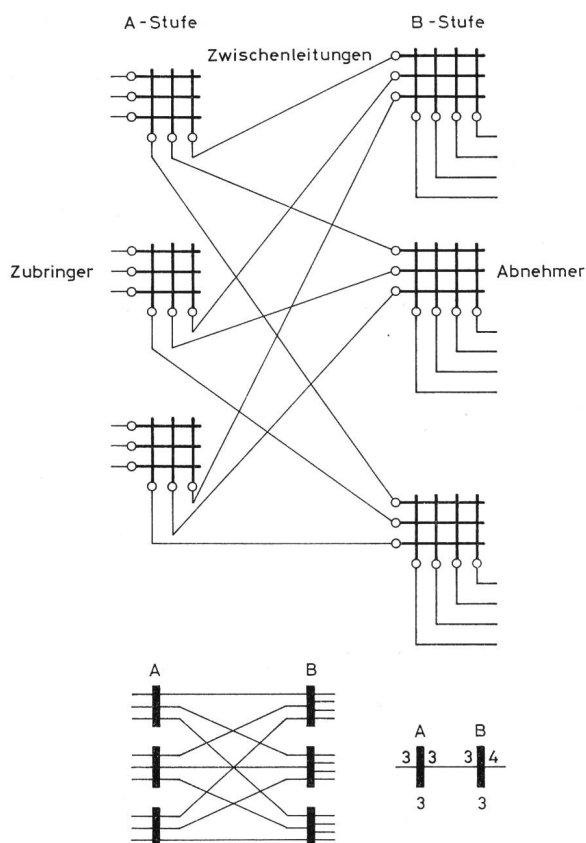


Fig. 2
Zweistufige Zwischenleitungsanordnung mit den heute gebräuchlichen Symbolen

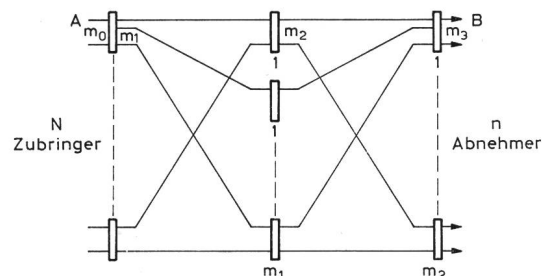


Fig. 3
Maschenförmiges Netzwerk

seits je aus einer Anzahl von A- beziehungsweise B-Viel-fachen zusammensetzen. Von jedem A-Viel-fach zu jedem B-Viel-fach führt eine Zwischenleitung. Es gibt auch Anordnungen mit mehr als einer Zwischenleitung zwischen jedem A- und B-Viel-fach, sogenannte Mehrlinksysteme. Eine Mischung der Links zwischen A- und B-Stufe ist ebenfalls möglich. In Figur 2 unten sind die heute gebräuchlichen Symbole dargestellt. Welches Symbol benützt wird, hängt davon ab, ob eher die Durchschalteinrichtung oder aber eine Gesamtanlage dargestellt werden soll.

Für die Bewältigung grösserer Verkehrswerte und den Anschluss zahlreicher Leitungsbündel genügen zweistufige Anordnungen nicht mehr. In grossen Ämtern neuer Konzeption gelangen daher Netzwerke mit mindestens drei Stufen zum Einsatz.

Unter den mehrstufigen Anordnungen unterscheidet man solche mit maschenförmiger und solche mit fächerförmiger Struktur. In Figur 3 ist ein maschenförmiges, dreistufiges Netzwerk dargestellt. Von Punkt A zu Punkt B führen in diesem Fall m_1 parallele Wege. Je nach der Anzahl dieser Wege ergibt sich auch für Punkt-Punkt-Verbindungen eine sehr geringe innere Blockierung. Es lassen sich sogar blockierungsfreie Maschennetze verwirklichen. Maschennetze werden immer dann eingesetzt, wenn geringe innere Blockierungen verlangt werden müssen, zum Beispiel bei Ortszentralen. Figur 4 zeigt ein fächerförmiges Netzwerk. Von Punkt A zu Punkt B führt nur ein einziger Pfad. Die Blockierungswahrscheinlichkeit für eine Punkt-Punkt-Verbindung liegt normalerweise bei 50%. (Sie ist gleich der Belastung der AB- und der BC-Links.) Fächernetze sind somit für Punkt-Punkt-Verbindungen unbrauchbar.

In der Regel wird jeder Richtung in jedem C-Viel-fach ein oder mehrere Ausgänge zugeordnet. In unserem Fall können an jede C-Gruppe maximal m_3 Bündel mit je q Leitungen angeschlossen werden. Sind mehr Bündel anzuschliessen, so bedingt dies weitere C-Gruppen. Ordnet man in der B-Stufe jeder C-Gruppe einen Ausgang zu, können maximal m_2 C-Gruppen gebildet werden.

Betrachten wir nun die verschiedenen Blockierungsfälle. Eine «innere Blockierung» tritt dann auf, wenn von einem bestimmten Eingang aus die noch freien Leitungen des angesteuerten Abnehmerbündels nicht erreicht werden können. Lässt sich dagegen eine Verbindung nicht durchschalten, weil alle Leitungen des Abnehmerbündels belegt sind, so liegt eine «Blockierung auf den Abnehmern» oder eine «äussere Blockierung» vor.

Die äusseren Verluste sind abhängig von den inneren Verlusten. Je mehr Verluste innerhalb des Netzwerks entstehen, desto schlechter können die Abnehmerleitungen ausgenutzt werden und umso unwahrscheinlicher ist es, dass sie voll belegt sind.

Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Blockierung ist bei gleichmässiger Verkehrsverteilung für alle Eingänge gleich. Deshalb genügt es, von einem zweistufigen Linksystem ein A-Vielfach sowie die B-Stufe mit ihren Ausgängen zu betrachten. Dieses Gebilde wird Zwischenleitungseinheit genannt. In *Figur 5* sind nochmals ein zweistufiges Linksystem, das sich gerade in einem bestimmten Belegungszustand befindet, sowie die zugehörige Zwischenleitungseinheit gezeichnet. Anhand dieser Figur erkennt man leicht, dass im zweistufigen Netzwerk folgende Fälle innerer Blockierung auftreten können:

1. Alle Zwischenleitungen eines A-Vielfachs belegt.
2. Es sind vom betrachteten A-Vielfach aus zwar noch freie Zwischenleitungen vorhanden, aber diese haben keinen Zugang zu freien Abnehmern der gewünschten Richtung.

Für ein dreistufiges Netzwerk schreiben wir analog:

1. Alle Zwischenleitungen eines A-Vielfachs belegt.
2. Es sind freie AB-Zwischenleitungen vorhanden, aber diese finden keine freien BC-Links.
3. Es werden freie BC-Links erreicht, aber diese erreichen keine freien Abnehmer.

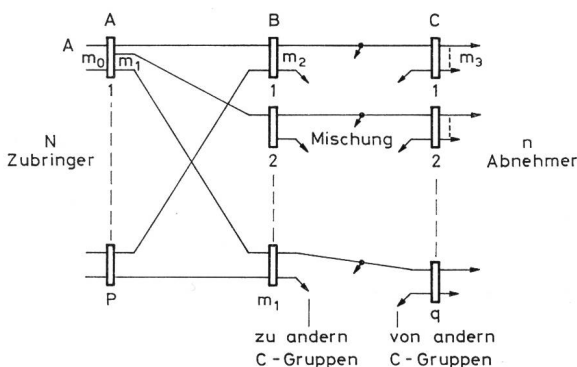


Fig. 4
Fächerförmiges Netzwerk

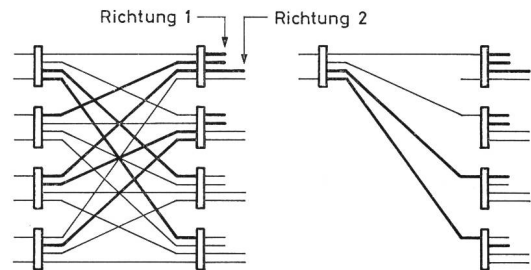


Fig. 5
Links: Zweistufige Zwischenleitungsanordnung mit Blockierung der Richtung 1 im 1. A-Vielfach. Rechts: Zwischenleitungseinheit

Diese Überlegungen lassen sich für Netzwerke beliebiger Struktur und Stufenzahl anwenden und sogar kombinatorisch formulieren.

4. Berechnung von Zwischenleitungsanordnungen mit Hilfe der mittleren Erreichbarkeit

Dieser von *Bininda* und *Wendt* [4] entwickelten Methode liegt die Idee zugrunde, das zu berechnende mehrstufige Netzwerk auf eine einstufige Durchschaltanordnung mit unvollkommenem Anschluss des Abnehmerbündels zurückzuführen. Als Vergleichsgrösse dient die Erreichbarkeit. Diese gibt bekanntlich an, wieviele Leitungen des betrachteten Ausgangsbündels auf frei oder besetzt geprüft werden können. Bei einstufigen Anordnungen ist die Erreichbarkeit konstant, das heisst unabhängig vom Belegungszustand. Dies ist bei mehrstufigen Anordnungen nicht der Fall. Betrachten wir beispielsweise *Figur 5*: Ist noch kein Eingang belegt, so besteht eine maximale Erreichbarkeit

$$k_{\max} = m_1 \cdot I_r \quad (19)$$

I_r = Zahl der je Richtung zugeordneten Anschlüsse. Ist nur noch eine Zwischenleitung frei, so besteht eine minimale Erreichbarkeit

$$k_{\min} = I_r \quad (20)$$

Es soll nun eine zwischen diesen zwei Extremwerten liegende, von der Verteilungsfunktion P_i abhängige, mittlere Erreichbarkeit k_m bestimmt werden. Im Belegungszustand i haben wir eine Erreichbarkeit

$$k_i = (m_1 - i) \cdot I_r + i_r \quad (21)$$

i_r = Zahl der bereits nach Richtung r durchgeschalteten Verbindungen. Wir nehmen i_r als Konstante und setzen $i_r = i_{rm}$

Die gesuchte Erreichbarkeit wird mit den Grenzen (19) und (20) berechnet zu:

$$k_m = \sum_{i=0}^{m_1-1} k_i \cdot P_i \quad (22)$$

Setzt man für P_i eine vereinfachte, nur für $m_o = m_1$ näherungsweise gültige Engset-Verteilung

$$P_i = \frac{\binom{m_o}{i} p^i (1-p)^{m_o-i}}{\sum_{j=0}^{m_o} \binom{m_o}{j} p^j (1-p)^{m_o-j}} \quad (23)$$

so erhält man

$$k_m = \sum_{i=0}^{m_1-1} \frac{[(m_1-1) \cdot l_r + i r_m] \left[\binom{m_o}{i} p^i (1-p)^{m_o-i} \right]}{\sum_{j=0}^{m_o} \binom{m_o}{j} p^j (1-p)^{m_o-j}} \quad (24)$$

Nun ist $\sum_{j=0}^{m_o} \binom{m_o}{j} p^j (1-p)^{m_o-j} = 1$ und somit

$$\sum_{j=0}^{m_o-1} \binom{m_o}{j} p^j (1-p)^{m_o-j} = 1 - p^{m_o}$$

Damit vereinfacht sich (24) zu

$$k_m = l_r \left[m_1 - \left(1 - \frac{c_r}{l_r}\right) p m_o \frac{1 - p^{m_o-1}}{1 - p^{m_o}} \right] \quad (25)$$

Formel (25) wird etwa als «exakte Formel von Bininda und Wendt» bezeichnet. «Exakt» ist sie natürlich nur im Rahmen der Formel (23).

Für $m_o \geq 10$ ist $\frac{1-p}{1-p^{m_o}} \sim 1$

sind mehr als etwa 20 Richtungen angeschlossen, wird zudem $\left(1 - \frac{c_r}{l_r}\right) \sim 1$. Damit erhalten wir die vereinfachte Formel von Bininda und Wendt:

$$k_m = l_r (m_1 - p m_o) = l_r m_1 \left(1 - \frac{p m_o}{m_1}\right) \quad (26)$$

Vernachlässigen wir den Verlust in der 1. Stufe, so können wir schreiben $\frac{p \cdot m_o}{m_1} = y_1$ und erhalten

$$k_m = l_r m_1 (1 - y_1) \quad (27)$$

Diese Formel hätte man auch direkt aus (21) erhalten können. Anhand der *Figur 6* lässt sich (27) sehr leicht auf mehrstufige Netzwerke ausdehnen.

Die $m_1 (1-y_1)$ freien AB-Links haben Zugang zu $m_1 l_2 (1-y_1) (1-y_2)$ freien BC-Links und diese zu $m_1 l_2 (1-y_1) (1-y_2)$ Abnehmerleitungen. Dies ist bereits die Formel für die gesuchte Erreichbarkeit. Verallgemeinert und unter Einbezug der in die betreffende Richtung durchgeschalteten Verbindung lautet sie:

$$k_{mr} = m_1 l_2 l_3 \dots l_n l_r (1-y_1) (1-y_2) \dots (1-y_{n-1}) + c_r m_1 y_1$$

c_r = Anteil der in die betreffende Richtung durchgeschalteten Verbindungen (meist vernachlässigbar). Mit dem Index r soll klargestellt werden, dass sich diese Erreichbarkeit auf ein bestimmtes Bündel bezieht.

Mit dem erhaltenen k_{mr} können wir mit der modifizierten Palm-Jacobaeus-Formel den Verlust B_r für die betreffende Richtung bestimmen. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass wir in unserer Rechnung von der Abnehmerseite des A-Vielfachs ausgegangen sind. Die Verluste im A-Vielfach erscheinen daher in unserer Rechnung nicht. Wir setzen $B_r = B_A + B_{k_{mr}}$.

Für B_A kann die Engset-Formel verwendet werden, wenn es sich um eine Teilnehmerstufe handelt, oder die Erlangformel, wenn der Verkehr vorgeschalteten Wahlstufen entspringt.

Um ein Mass für die durch das Netz verursachten (inneren) Verluste zu erhalten, definieren wir einen Zusatzverlust $B_z = B_r - B_n$

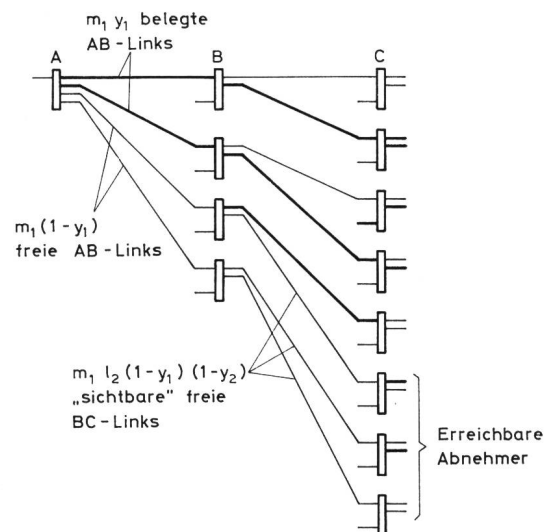


Fig. 6 Modell zur Berechnung der mittleren Erreichbarkeit bei mehrstufigen Anordnungen

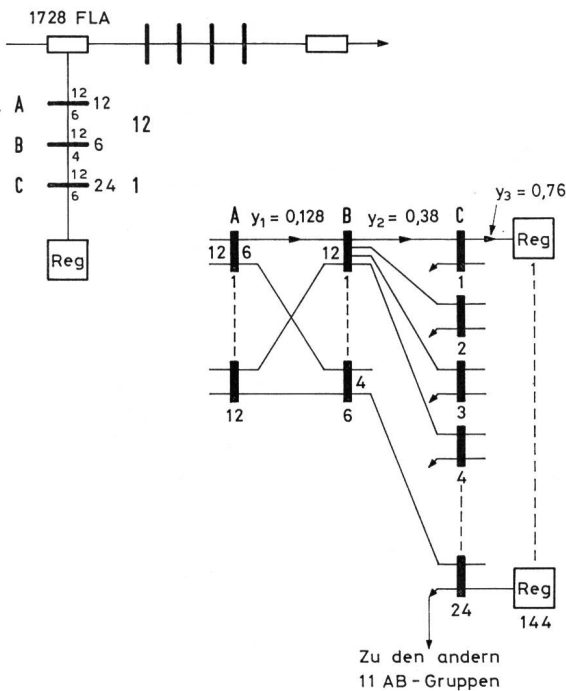


Fig. 7
Berechnungsbeispiel 1, Registeranschlaltung

B_n ist der Verlust, der sich bei vollkommenem Anschluss des betreffenden Bündels ergeben würde. B_z gibt uns also die Verschlechterung gegenüber dem vollkommenen Anschluss. B_z ist nicht identisch mit dem inneren Verlust, wie er mit kombinatorischen Werten errechnet werden kann. Es handelt sich um einen reinen Definitionswert.

5. Berechnungsbeispiele

Beispiel 1

Man berechne die in der Anordnung nach *Figur 7* entstehende Registerbelastung sowie die Verluste. Es werden folgende Annahmen getroffen:

Verkehr je ankommende Fernleitung (FLA): 0,85 E
mittlere Haltezeit je Gespräch : 180 s
Registerhaltezeit : 13,5 s

Die Belastungen der Zwischenleitungen lassen sich aus den Angaben berechnen, wenn man die Verluste als sehr klein annimmt. Sieht man im Verlauf der Rechnung, dass diese Annahme nicht zutrifft, müssen Iterationsschritte vorgenommen werden. Der Verlust in der A-Stufe ist:

$$B_A = B_6 (0,72) \ll 1\text{‰}$$

$$k_m = 6 \cdot (1 - 0,128) \cdot 4 (1 - 0,38) \cdot 6 = 78$$

Wir haben also ein Bündel $n = 144$, $k = 72$, $A = 109$ E. Aus [4] lesen wir ab: $B_k < 1\text{‰}$.

Wir sehen, dass eine bessere Erreichbarkeit sinnlos wäre. Die Erreichbarkeit ist deshalb so hoch, weil wir nur ein Bündel angeschlossen haben. Andererseits zeigt sich auch hier wieder, dass grosse Bündel mit hoher Erreichbarkeit auch bei grosser Belastung mit kleinen Verlusten arbeiten, dafür steigt der Verlust dann plötzlich sehr stark an.

Beispiel 2

Im Netzwerk nach *Figur 8* ist unter anderem ein Bündel von 48 Leitungen und ein solches von 24 Leitungen angeschlossen. Sämtliche Verkehrswerte sind in *Figur 8* angegeben. Es sind die Verluste zu berechnen.

Richtung 1 (Planungswert für das Angebot 36 E):

$$B_A = 0 \text{ (Expansion)}$$

$$k_{mr} = 24 \cdot 2 (1 - 0,31) (1 - 0,40) \sim 20$$

$$B_r = \frac{B_{48}(A_0)}{B_{48-20}(A_0)} = 2,9\%$$

$$B_z = B_k - B_n = 1,9\%$$

Richtung 2 (Planungswert für das Angebot 15,3 E):

Sind weniger Leitungen anzuschliessen, als C-Vielfache vorhanden sind, muss die Formel für die Erreichbarkeit mit einem Faktor multipliziert werden, der die Zahl der Ausgänge je Abnehmer berücksichtigt. Jeder Abnehmer sei mit h Anschlüssen verbunden. Wenn x Links Zugang zur C-Stufe haben, werden diese im günstigsten Fall (wenn in *Figur 8* beispielsweise je BC-Linkpaar, das zur selben Leitung führt, immer ein Link belegt ist) Zugang zu x Abnehmern haben, im ungünstigsten Fall (Linkpaare belegt) nur zu $\frac{x}{h}$ Abnehmern. Wir nehmen den arithmetischen Mittelwert und erhalten

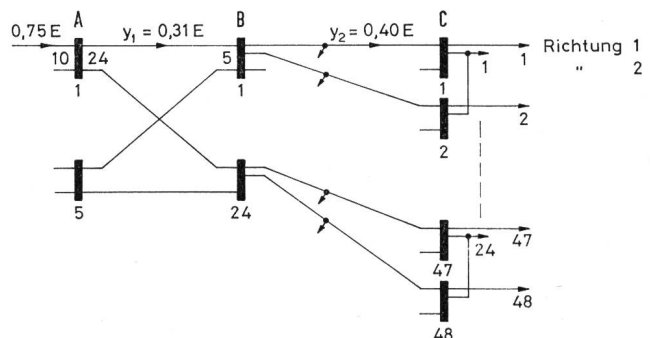


Fig. 8
Netzwerk für das 2. Berechnungsbeispiel

$$k_m = m_1 l_2 (1 - y_1) (1 - y_2) \cdot \left(\frac{1 + h}{2} \right)$$

die Werte von Figur 8 eingesetzt:

$$k_m = 24 \cdot 2 \cdot (1 - 0,31) (1 - 0,4) \left(\frac{1 + 2}{2} \right) \sim 15$$

$$B_r = 2\%$$

$$B_z = 1\%$$

Im Gegensatz zu Richtung 1 sind hier die Verhältnisse etwas günstiger, weil durch die Mehrfachschaltung der Ausgänge ein gewisser «Mascheneffekt» auftritt.

Beispiel 3

Am Netzwerk der Figur 9 sind 5 Richtungen zweistufig und je 5 Richtungen vierstufig angeschlossen. Jede AB-Gruppe ist mit 24 BC-Zwischenleitungen beschaltet (Mischung). Es sollen die Verluste für die Durchschaltung auf ein vierstufig angeschlossenes Leitungsbündel berechnet werden.

Wenn wir k_m «nach Kochbuch» berechnen, so erhalten wir einen Wert $k_m \gg n$. Auffällig ist jedoch die starke Belastung der BC-Links. Gemäss Aufgabenstellung hat ein A-Vielfach im Belegungszustand $i = 0$ Zugang zu 24 BC-Links.

Die mittlere Erreichbarkeit k_m beträgt

$$k_m = 18 (1 - 0,33) \cdot 1,5 \sim 18$$

Mit $N = 24$, $k = 18$, $y = 15,7$ E erhalten wir aus [3]

$$B_k = 1,9\%$$

Weil der Verlust durch den Engpass zwischen der B- und der C-Stufe verursacht wird, ist $B_k = B_z$.

Dieses Beispiel ist der älteren Literatur (1964) entnommen. Heute baut man diese Art vierstufiger Netzwerke nicht mehr.

5. Schlussfolgerung

Die im vorliegenden Artikel dargelegte Methode eignet sich sehr gut für die Beurteilung fächerförmiger Netzwerke, wie sie heute in der Schweiz in verschiedenen Grossanlagen verwirklicht werden. Für Maschennetze ist die Methode in der Regel ungeeignet, im Falle von Punkt-Punkt-Verbin-

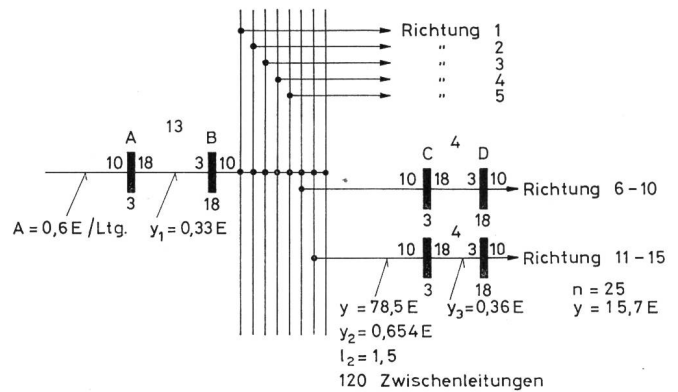


Fig. 9
Berechnungsbeispiel 3

dungen überhaupt unbrauchbar. Für derartige Berechnungen müssen Verfahren angewendet werden, wie sie Jacobaeus in seiner klassischen Arbeit [6] über Linksysteme erstmals angegeben hat oder rein kombinatorische Methoden nach [7]. Allerdings sind diese letzteren Verfahren sowohl für das Verständnis als auch für die numerische Auswertung um Grössenordnungen anspruchsvoller.

Bibliographie

- [1] H. Störmer u. a.: Verkehrstheorie. Oldenbourg, München, 1966.
- [2] D. Allmendinger: Einführung in die Verkehrstheorie. Fernmeldepraxis 1958, Heft 1, S. 1...30.
- [3] Berechnungsunterlagen für die Planung von Fernmeldeanlagen. Telephonbau und Normalzeit GmbH, Frankfurt a. M. 1966.
- [4] A. Lotze, W. Wagner: Tafel der modifizierten Palm-Jacobaeus-Verlustformel. E. Kaiser, Salach, 1962.
- [5] N. Bininda, A. Wendt: Die effektive Erreichbarkeit für Abnehmerbündel hinter Zwischenleitungsanordnungen. NTZ 1959, Heft 11, S. 579...584.
- [6] C. Jacobaeus: A Study on Congestion in Link Systems. Ericsson Techn. 48 (1950) S. 1...68.
- [7] N. Bininda, G. Daisenberger, M. Didlaukis: Verlustberechnungen für Zwischenleitungsanordnungen beliebiger Stufenzahl. NTZ 1965, Heft 11, S. 634...636.