Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe

Band: 46 (1968)

Heft: 5

Artikel: Antennenstrahlung

Autor: Schanda, Erwin

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-875649

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Antennenstrahlung[1]

Erwin SCHANDA, Bern

538.56
621.396.67.095

Zusammenfassung. *Die Abstrahlung elektromagnetischer Wellen von einem Hertzschen Dipol als Lösung der Wellengleichung in Kugelkoordinaten wird der Ableitung von Antennenproblemen zugrunde gelegt. Es werden die lineare Antenne, Flächenantenne und Antennengruppen behandelt. Für die Empfangsantenne wird die Absorptionsfläche eingeführt. Der Antennengewinn wird bei der Behandlung der Flächenantennen definiert, und für Antennengruppen wird die Interferenzfunktion verwendet, um die Gruppencharakteristik zu berechnen. Einige Beispiele von Flächenantennen und Antennengruppen werden untersucht.*

Rayonnement d'antennes

Résumé. *Le rayonnement d'ondes électromagnétiques à partir d'un dipôle de Hertz est pris comme base pour résoudre certains problèmes d'antennes, en tant que solution de l'équation des ondes en coordonnées sphériques. Il est traité ici de l'antenne linéaire, de l'antenne en nappe et des groupes d'antennes. Pour l'antenne réceptrice, il est tenu compte de la surface d'absorption. Le gain d'antenne est défini sous le chapitre de l'antenne en nappe; pour les groupes d'antennes, la caractéristique de groupe est calculée à l'aide de la fonction d'interférence. Quelques exemples d'antennes en nappe et de groupes d'antennes sont étudiés.*

Irradiazione dell'antenna

Riassunto. *L'irradiazione d'onde elettromagnetiche d'un dipolo di Hertz, quale soluzione dell'equazione del moto ondulatorio nelle coordinate sferiche, è posto alla base della deduzione di problemi d'antenne. Sono trattate le antenne lineari, le antenne a padiglione e gruppi d'antenne. Per l'antenna di ricezione vien introdotta l'area efficace. Il guadagno d'antenna è definito nella descrizione dell'antenna a padiglione e per calcolare la caratteristica dei gruppi d'antenne si usa la funzione d'interferenza. Vengono esaminate alcune antenne a padiglione e alcuni gruppi d'antenne.*

1. Der Hertzsche Dipol

Der theoretischen Behandlung der Antennenstrahlung liegt die Lösung der Wellengleichung in Kugelkoordinaten zugrunde. Diese liefert – abhängig von den Randbedingungen, denen die Lösungen für besondere Antennenstrukturen genügen müssen – elektromagnetische Kugelwellen mit speziellen Winkelabhängigkeiten. In der Wellengleichung für den *Hertz*schen Vektor

$$\Delta \vec{\Pi} - K^2 \vec{\Pi} = 0 \tag{1}$$

mit der Wellenzahl $K = i\,\omega\,\sqrt{\varepsilon\,\mu}$ für harmonische Schwingungen der Kreisfrequenz ω in einem Medium, dessen Dielektrizitätskonstante ε und Permeabilität μ sind, ist der *Laplace*-Operator Δ für Kugelkoordinaten definiert durch [1].

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\sin\vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta}\right) \tag{2}$$

Wir machen nun zwei Voraussetzungen, die zwar die Allgemeinheit der Lösungen einschränken, aber für die im Weiteren betrachteten Situationen zulässig sind. Es soll nämlich das Koordinatensystem so gelegt werden, dass die z-Achse mit der Richtung des Hertzschen Dipols und daher gleichzeitig mit der des Hertzschen Vektors zusammenfällt, und ausserdem soll der Hertz-Vektor von ϑ und φ unabhängig sein. Die Wellengleichung wird dadurch vereinfacht zu

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}\left(r\Pi\right) - K^2\,\Pi = 0 \tag{3}$$

unter der weiteren Annahme, dass die Wellenausbreitung dämpfungsfrei ablaufen kann, darf die Phasenkonstante β für die Welle in dem betreffenden Medium durch

$$K = \beta \tag{4}$$

eingeführt werden. Die auf diese Weise aus der Wellengleichung entstandene Differentialgleichung für $(r\,\Pi)$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\,\Pi) + \beta^2\,(r\Pi) = 0 \tag{5}$$

kann durch

$$\Pi = \Pi_0 \cdot \frac{e^{-i\beta r}}{r} \tag{6}$$

gelöst werden. Die elektrische und magnetische Feldstärke können aus den Beziehungen zwischen ihnen einerseits und dem Hertz-Vektor anderseits [2]

$$\boldsymbol{E} = rot\,rot\,\vec{\Pi}, \qquad \boldsymbol{H} = i\,\omega\,\varepsilon\,rot\,\vec{\Pi} \tag{7}$$

berechnet werden. Die Rotor-Operation in Kugelkoordinaten auf einen Vektor $\boldsymbol{A} = (A_r, A_\vartheta, A_\varphi)$ angewendet ([3] Seite 52) ergibt

$$\begin{aligned} rot\,\boldsymbol{A} = \boldsymbol{e}_r &\left[\frac{1}{r\sin\vartheta}\left(\frac{\partial}{\partial\vartheta}[\sin\vartheta\cdot A_\varphi] - \frac{\partial A_\vartheta}{\partial\varphi}\right)\right] \\ \boldsymbol{e}_\vartheta &\left[\frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial}{\partial r}[r\,A_\varphi]\right)\right] \\ e_\varphi &\left[\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}[r\,A_\vartheta] - \frac{\partial A_r}{\partial\vartheta}\right)\right] \end{aligned} \tag{8}$$

worin $\boldsymbol{e}_r$, $\boldsymbol{e}_\vartheta$, $\boldsymbol{e}_\varphi$ die Einheitsvektoren in den entsprechenden Koordinatenrichtungen sind.

Wegen der vorhin gemachten Voraussetzungen über den Hertz-Vektor sind seine Komponenten in Kugelkoordinaten

$$\begin{aligned} \Pi_r &= \Pi\cos\vartheta \\ \Pi_\vartheta &= -\Pi\sin\vartheta \\ \Pi_\varphi &= 0 \end{aligned} \tag{9}$$

[1] Nach einem Vortrag, gehalten anlässlich des Kolloquiums über die Theorie der elektromagnetischen Wellen, veranstaltet 1966/67 von den Instituten für angewandte Physik und Mathematik der Universität Bern

wie man sich leicht anhand von *Figur 1* überzeugt. Wegen des Verschwindens von Π_φ und $\partial \vec{\Pi}/\partial \varphi$ bleibt von (8) für unseren Fall nur eine φ-Komponente übrig

$$(rot\vec{\Pi})_\varphi = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Pi_\vartheta - \frac{\partial \Pi_r}{\partial \vartheta}\right)\right] \tag{10}$$

Der Ansatz (6) in (9) eingesetzt und (7) darauf angewendet, liefert die Komponenten des Strahlungsfeldes

$$\begin{aligned} E_r &= -2\beta^2 \cos\vartheta\, \Pi_0 \frac{e^{-i\beta r}}{r}\left[\frac{1}{i\beta r} + \frac{1}{(i\beta r)^2}\right] \\ E_\vartheta &= -\beta^2 \sin\vartheta\, \Pi_0 \frac{e^{-i\beta r}}{r}\left[1 + \frac{1}{i\beta r} + \frac{1}{(i\beta r)^2}\right] \\ H_\varphi &= -\beta\, \varepsilon_0\, \omega \sin\vartheta\, \Pi_0 \frac{e^{-i\beta r}}{r}\left[1 + \frac{1}{i\beta r}\right] \end{aligned} \tag{11}$$

Die Formeln (11) können, je nachdem βr viel grösser oder viel kleiner als 1 ist, für die meisten interessierenden Fälle näherungsweise vereinfacht werden.

Wir wollen nun die Nahfeld-Näherung von (11), das heisst $\beta r \ll 1$ (oder was dasselbe bedeutet: $r \ll \frac{\lambda}{2\pi}$) mit dem *Biot-Savart*schen Gesetz vergleichen [4], indem wir uns den Hertzschen Dipol durch eine über eine Strecke l (Länge des Dipols) pulsierende Ladung q *(Fig. 2)* ersetzt denken. Bei harmonisch pulsierender Ladung ist der Strom gegeben durch $I = i\omega q$. Nach dem Biot-Savartschen Gesetz [2] ist dann das Magnetfeld im Aufpunkt P

$$H_\varphi = \frac{I\, l \sin\vartheta}{4\pi r^2} \tag{12}$$

wobei r der mittlere Abstand zum Aufpunkt ist. Ein Vergleich von (12) mit der Näherung für H_φ aus (11) bei $\beta r \ll 1$ liefert

$$\Pi_0 = \frac{I\, l}{i\omega\, 4\pi\, \varepsilon_0} \tag{13}$$

Verwendet man (13) in der Näherung von (11) für die Fernzone ($\beta r \gg 1$), so erhält man

$$\begin{aligned} E_{rf} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, \frac{I\, e^{-i\beta r}}{2\pi r} \cdot \frac{l}{r} \cdot \cos\vartheta \\ E_{\vartheta f} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, \frac{I\, e^{-i\beta r}}{2\pi r} \cdot \frac{i\beta l}{2} \sin\vartheta \\ H_{\varphi f} &= \frac{I\, e^{-i\beta r}}{2\pi r} \cdot \frac{i\beta l}{2} \sin\vartheta \end{aligned} \tag{14}$$

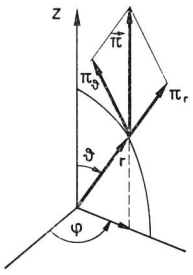

Fig. 1
Die Lage des Hertz-Vektors im Koordinatensystem

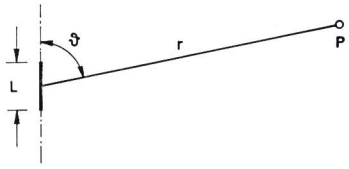

Fig. 2
Zur Nahfeldberechnung des Hertzschen Dipols

Der *Poynting*-Vektor, der die abgestrahlte Leistungsdichte angibt, wird gebildet als Produkt aus den zur (radialen) Abstrahlungsrichtung senkrecht stehenden Komponenten des elektrischen und magnetischen Strahlungsfeldes. Der Quotient aus denselben Komponenten liefert den Feldwellenwiderstand

$$\eta = \frac{E_{\vartheta f}}{H_{\varphi f}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \tag{15}$$

Die gesamte abgestrahlte Leistung erhält man aus dem Integral des Poynting-Vektors $\boldsymbol{S} = \frac{1}{2}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ über die Oberfläche F einer Kugel, deren Radius $r \gg 1/\beta$ sein soll und in deren Mittelpunkt der Hertzsche Dipol liegt.

$$P = \frac{1}{2}\int_F E_{\vartheta f} H^*_{\varphi f}\, dF = \frac{\eta\, |I|^2 l^2}{8\pi^2 \lambda^2}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin^3\vartheta\, d\vartheta = \eta \frac{\pi}{3}\frac{|I|^2 l^2}{\lambda^2} \tag{16}$$

Aus (16) kann der Antennenwiderstand des Dipols definiert werden

$$R_A = \eta \frac{2\pi}{3}\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \tag{17}$$

Für η den Wellenwiderstand des Vakuums (377 Ω) eingesetzt, wird $R_A \approx 700\left(l/\lambda\right)^2$, wobei jedoch stets die Voraussetzung für den Hertzschen Dipol $l \ll \lambda$ erfüllt sein muss. Für diesen Fall ist (17) identisch mit dem sogenannten Strahlungswiderstand R_S. Eine genauere Berechnung der Strahlungsleistung, bei der die Integration nicht in der Fernzone, sondern unmittelbar entlang der Dipoloberfläche durchgeführt wird [4], ergibt eine komplexe Antennenimpedanz

$$Z_A = R_A\left[1 - i\left(\frac{3}{2\beta^3\varrho^3} - \frac{3}{4\beta\varrho}\right)\right]$$

worin ϱ der Radius des Dipolstabes ist. Der stark frequenzabhängige Imaginärteil wird für schlanke Dipole sehr gross.

Für die abgestrahlte Leistung im Fernfeld sind E_ϑ und H_φ verantwortlich (beide nehmen für grössere Abstände wie $1/r$ ab, während E_r mit $1/r^2$ viel schneller verschwindet). Beide haben auch dieselbe ϑ-Abhängigkeit. *Figur 3* zeigt das Strahlungsdiagramm des Hertz-Dipols, bei dem die relative Grösse der Feldstärke (E_ϑ oder H_φ) als Funktion des Winkels

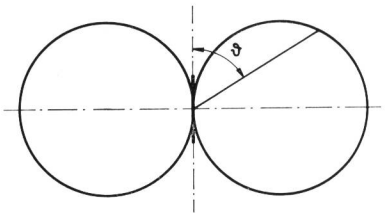

Fig. 3
Das Strahlungsdiagramm des Hertzschen Dipols. Relative Grösse des elektrischen Feldes E_ϑ oder des magnetischen Feldes H_φ in der Fernzone als Funktion des Winkels ϑ

ϑ durch die Länge der Geraden vom Ursprung zu einem Kurvenpunkt unter dem Winkel ϑ dargestellt wird. Die Feldstärken sind vom Azimutwinkel φ unabhängig, das heisst, dass der Dipol für φ eine Rundstrahlcharakteristik aufweist. In *Figur 4* ist der Feldlinienverlauf um den Dipol schematisch dargestellt. Die Kombination von (14) und (16) erlaubt es, bei gegebener Senderleistung die Feldstärke an einem weit entfernten Ort auszurechnen. Die elektrische Feldstärke wird

$$E_{\vartheta f} \approx 9{,}5 \sqrt{P} \frac{\sin \vartheta}{r} \tag{18}$$

wenn für $\eta = 377\ \Omega$ verwendet wird. Daraus erhält man, dass zum Beispiel ein 100-kW-Sender in 100 km Entfernung ($\vartheta = 90°$) noch 30 $\frac{mV}{m}$ bewirkt.

2. Lineare Antennen

Als lineare Antennen bezeichnet man Dipole, deren Länge vergleichbar mit der Wellenlänge ist, so dass die Stromstärke nicht mehr konstant über ihre Länge angenommen werden kann. *Figur 5* zeigt eine lineare Antenne mit einer Gesamtlänge 2 *l* symmetrisch zur Speisestelle und einer kapazitiven Belastung an den Enden. Darüber ist die zu jedem Punkt auf der Antenne gehörige Stromstärke aufgetragen. Die Stromstärke einer nicht kapazitiv belasteten Antenne muss an den Enden null sein. Die kapazitive

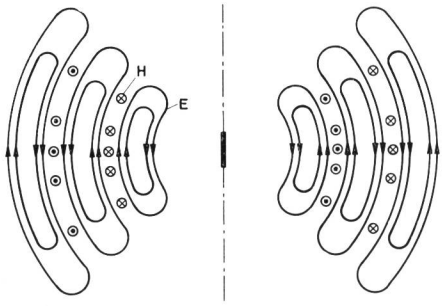

Fig. 4
Schematische Darstellung des Feldlinienverlaufs einer vom Dipol abgestrahlten Welle

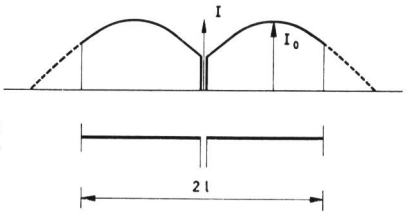

Fig. 5
Eine lineare Antenne mit kapazitiver Belastung symmetrisch zur Speisestelle und der Verlauf des Antennenstroms

Belastung bewirkt einen endlichen Strom über die Kapazität, der dort in einen Verschiebungsstrom übergeht. Dies kommt einer fiktiven Verlängerung der Antenne gleich.

Die Berechnung der Feldstärken, die von einer linearen Antenne in der Fernzone bewirkt werden [4], liefert für E_ϑ und H_φ

$$E_\vartheta = \eta\, I_0 \frac{e^{-i\beta r}}{2\pi r} D(\vartheta)$$
$$H_\varphi = I_0 \frac{e^{-i\beta r}}{2\pi r} D(\vartheta) \tag{19}$$

worin I_0 die maximale Stromstärke auf der Antenne ist und $D(\vartheta)$ die Strahlungscharakteristik (Strahlungsdiagramm) – eine Funktion von ϑ – darstellt. Für den Halbwellendipol $\left(2\,l = {}^{\lambda}/_{2}\right)$ wird

$$D(\vartheta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\vartheta\right)}{\sin\vartheta} \tag{20}$$

Diese Funktion unterscheidet sich von dem in Figur 3 dargestellten Strahlungsdiagramm des Hertz-Dipols nur wenig für kleine Werte von ϑ. Aus der Berechnung der von der Antenne abgestrahlten Leistung (durch eine im Fernfeld um sie herumgelegte Kugelfläche) kann wieder ein Strahlungswiderstand R_S definiert werden. Es ist dies jener Widerstand, in dem eine gleich grosse Leistung wie die durch die Kugelfläche abgestrahlte verbraucht wird, wenn der maximale Antennenstrom I_0 (siehe Fig. 5) durch den Widerstand fliesst ($P = {}^1/_2 |I_0|^2 R_S$). Als Funktion der Antennenlänge stellt R_S eine oszillatorische Funktion dar und nimmt für geradzahlige Vielfache von $2\,l = {}^{\lambda}/_{2}$ höhere Werte an als für die ungeradzahligen Vielfachen. Für den Halbwellendipol selbst ist $R_S \approx 73\ \Omega$, für den Ganzwellendipol $R_S \approx 200\ \Omega$. Beim Hertzschen und dem Halbwellendipol ist R_S identisch mit dem an den Antennenklemmen gemessenen Antennenwiderstand R_A.

Es wurde bisher nur von Sendeantennen gesprochen. Bevor wir versuchen Grössen zu finden, die eine Antenne für den Empfang von elektromagnetischen Wellen zu charakterisieren vermögen, soll noch kurz auf das Reziprozitätstheorem für Antennen [5] eingegangen werden. Wir betrachten zwei Antennen, die nicht gleich zu sein brauchen

und in einem isotropen Medium eine willkürliche Lage zu einander einnehmen *(Fig. 6)*. Eine elektromotorische Kraft an den Klemmen der Antenne *A* (Fig. 6a) verursacht einen Strom durch den Widerstand *R* an den Klemmen der Antenne *B*. Wird nun dieselbe elektromotorische Kraft an die Klemmen der Antenne *B* angeschlossen (Fig. 6b) und derselbe Widerstand *R* an diejenigen von *A*, so wird der Strom durch *R* nach Betrag und Phase gleich demjenigen der ersten Situation (Fig. 6a) sein.

Für den Beweis [5] stelle man sich die Klemmen der beiden Antennen als Eingangs- beziehungsweise Ausgangsklemmen eines linearen, passiven Vierpols vor, der keine anisotropen Medien enthalte. Es ist dann ebenfalls der Strom durch den Widerstand als Funktion der Spannungsquelle gegenüber einer Vertauschung von Eingang und Ausgang invariant.

Wir nehmen nun eine lineare Antenne, die mit einer Verbraucherimpedanz Z_v belastet ist, in einem elektromagnetischen Strahlungsfeld an *(Fig. 7)*. Der Winkel zwischen der elektrischen Feldstärke- und der Normalenebene zur Antenne sei ϑ. Die an den Klemmen auftretende Spannung ist dann

$$U_A = E\, l \sin \vartheta$$

und der Strom durch Z_v

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A + Z_V}$$

wo Z_A die Antennenimpedanz ist.

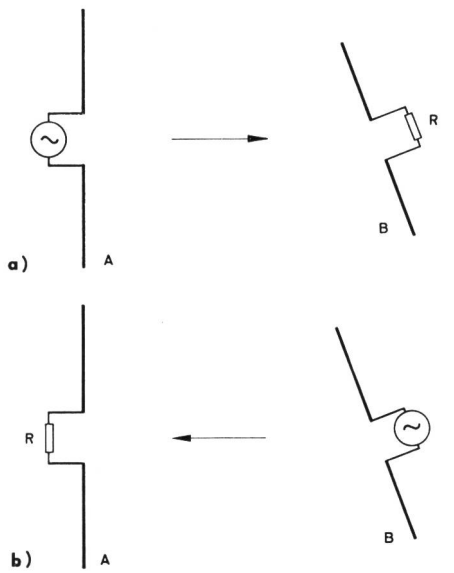

Fig. 6
Zum Reziprozitäts-Theorem. a) Strahlung von Antenne A zur Antenne B, die mit dem Widerstand R belastet ist. b) Strahlung von B nach A bei gleicher Lage der Antennen und Vertauschung von Generator und Belastung

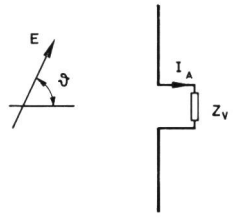

Fig. 7
Empfangsantenne mit Z_v belastet in einem ebenen Strahlungsfeld

Die an den Verbraucher abgegebene Leistung ist maximal, wenn $\vartheta = 90^0$ und zwischen Z_v und Z_A Wirkleistungsanpassung herrscht. Sie ist dann

$$P_{V\,max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|E|^2\, l^2}{4\, R_A} \tag{21}$$

worin R_A der Realteil von Z_A ist. Die Leistungsdichte des auf die Antenne treffenden homogenen Strahlungsfeldes ist durch die Poyntingformel gegeben

$$S = \frac{|E|^2}{2\,\eta} \tag{22}$$

Es kann die maximale Verbraucherleistung auch geschrieben werden als

$$P_{V\,max} = S \cdot A \tag{23}$$

wobei *A* die Dimension einer Fläche hat und als Absorptionsfläche bezeichnet wird. Der Vergleich von (23) mit (21) ergibt für die Absorptionsfläche

$$A = \eta \frac{l^2}{4\, R_A} \tag{24}$$

Sie stellt jene fiktive Fläche dar, durch die bei gegebener Feldstärke gleichviel Strahlungsleistung fliesst, wie durch die Antenne dem Strahlungsfeld entzogen und dem Verbraucherwiderstand zugeführt wird. Setzt man in (24) den Antennenwiderstand des Hertzschen Dipols (17) ein, so erhält man als seine Absorptionsfläche

$$A_D = \frac{3}{8\,\pi}\, \lambda^2 \tag{25}$$

3. Flächenantennen

Wir wenden uns nun dem Fall zu, dass die über eine Fläche verteilte, harmonisch oszillierende elektrische Feldstärke die Quelle eines Strahlungsfeldes darstellt. In der Optik wurde diese Situation im Zusammenhang mit den Beugungserscheinungen ausführlich und sehr allgemein vor vielen Jahrzehnten behandelt [6]. Wir wollen uns hier auf den einfachsten Fall der Beugungstheorie beschränken, für den die Voraussetzung erfüllt sein muss, dass der Abstand zwischen strahlender Fläche und Aufpunkt sehr

viel grösser als die Querschnittsabmessungen des Strahlers gewählt wird. Dadurch wird erreicht, dass man näherungsweise die Krümmung der Wellenfront vernachlässigen und mit ebenen Wellen rechnen kann. Man bezeichnet dies als *Fraunhofer*sche Näherung des Beugungsproblems. Für die meisten praktischen Fälle darf sie angewendet werden [7, 8]. In verschiedenen Antennen-Lehrbüchern [9, 10, 11] werden auch höhere Ordnungen der Beugungstheorie (*Fresnel*sche Näherung) behandelt, die wir hier nicht besprechen werden.

In *Figur 8 a* ist eine willkürlich berandete Ebene *A* als strahlende Apertur dargestellt, und ein Aufpunkt *P* sei in genügender Entfernung, um die Fraunhofersche Näherung anwenden zu dürfen. Dies bedeutet aber, dass alle Strahlen, die von *A* nach *P* gehen, näherungsweise als parallele Gerade aufgefasst werden dürfen. Figur 8b zeigt die Situation zweidimensional. Unter der Voraussetzung, dass die Strahlen von *O* und *x* parallel sind, kann der Abstand von *x* nach *P* durch den Abstand von *O* nach *P* ausgedrückt werden als

$$r = R - x \sin \vartheta \tag{26}$$

Für die dreidimensionale Anordnung (Fig. 8a) ist der Abstand eines Punktes *x, y* der strahlenden Apertur zum Aufpunkt durch

$$r = R - x \sin \vartheta \cos \varphi - y \sin \vartheta \sin \varphi \tag{27}$$

gegeben.

Die elektrische Feldstärke in der Fernzone eines Hertz-Dipols ist durch (14) gegeben. Dies kann als Integral über

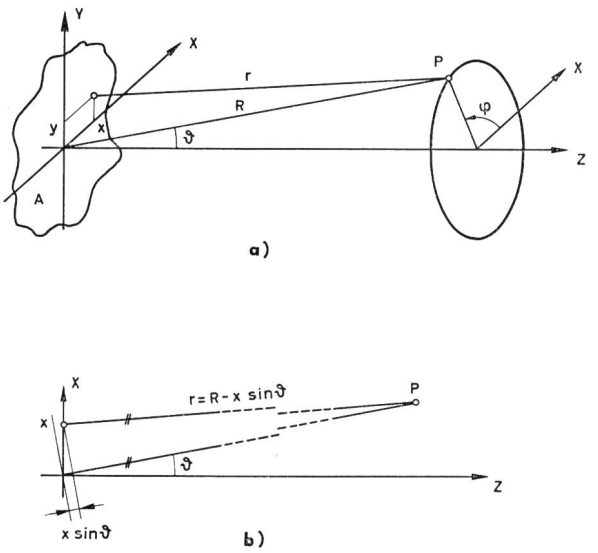

Fig. 8
Strahlende ebene Apertur A und Aufpunkt P mit den Koordinaten R, ϑ, φ in der Fraunhofer-Zone. a) räumliche Situation. b) ebene Anordnung zur Berechnung von r für die Fraunhofer-Zone

die Länge des Dipols oder einer linearen Antenne geschrieben werden, wobei allerdings im letztgenannten Fall der Strom I von x abhängt. Wir setzen noch für $\beta = 2\pi/\lambda$ ein und erhalten

$$E_\vartheta(\vartheta) = \frac{i}{\lambda}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \int_0 I(x) \frac{e^{-\frac{2\pi}{\lambda} r}}{r} dx \tag{28}$$

Ersetzt man im Nenner r durch R, so gibt dies nur einen geringfügigen Fehler, dagegen muss im Exponent (26) eingesetzt werden, weil durch die Exponentialfunktion die Interferenz der Strahlungsanteile von den einzelnen infinitesimalen Dipolelementen dargestellt wird. Wir wenden uns dem dreidimensionalen Fall zu und ersetzen $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, I(x, y)$ durch die Apertur- oder Belegungsfunktion $F(x, y)$. Die Feldstärke im Aufpunkt P wird dann durch das folgende Integral gegeben sein

$$E_P(\vartheta, \varphi) = \frac{i}{\lambda R} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}R} \int_A \int F(x,y) \cdot$$
$$\cdot \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \sin \vartheta \left(x \cos \varphi + y \sin \varphi\right)\right] d\,x\, d\,y \tag{29}$$

wobei der Teil der Exponentialfunktion mit dem bei der Integration konstanten Abstand von Ursprung O zum Aufpunkt P noch vor das Integral genommen wurde. Das Doppelintegral in (29) bezeichnet man häufig als Strahlungs- oder Gewinnfunktion $g(\vartheta, \varphi)$. Man erkennt leicht, dass $g(\vartheta, \varphi)$ die zweidimensionale Fourier-Transformierte der Aperturfunktion $F(x, y)$ ist; es kann also auch umgekehrt $F(x, y)$ durch Rücktransformation aus $g(\vartheta, \varphi)$ gewonnen werden. Man ändert dazu erst mit Vorteil die unabhängigen Variablen der Strahlungsfunktion

$$g(k_x, k_y)$$

mit (30)

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \vartheta \cos \varphi \quad \text{und} \quad k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \vartheta \sin \varphi$$

Die inverse *Fourier*-Transformation lautet dann

$$F(x, y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(k_x, k_y)\, e^{-i(k_x \cdot x + k_y \cdot y)}\, d\,k_x\, d\,k_y \tag{31}$$

Es sollen nun einige Beispiele von Flächenantennen betrachtet und ihre speziellen Strahlungsfunktionen berechnet werden. Als erstes sei eine rechteckige Apertur mit den Kantenlängen *a* und *b* angenommen, und die Belegungsfunktion sei über die ganze Apertur konstant, ihr normierter Wert also 1. Die Strahlungsfunktion wird

$$g(\vartheta,\varphi) = \int_{-a/2}^{+a/2}\int_{-b/2}^{+b/2} exp\left[i\left(\frac{2\pi}{\lambda} sin\,\vartheta\, cos\,\varphi\right)x\right]$$

$$exp\left[i\left(\frac{2\pi}{\lambda} sin\,\vartheta\, sin\,\varphi\right)y\right] dx\,dy = \tag{32}$$

$$= a\,b\,\frac{sin\left[\frac{\pi a}{\lambda} sin\,\vartheta\, cos\,\varphi\right]}{\frac{\pi a}{\lambda} sin\,\vartheta\, cos\,\varphi}\cdot\frac{sin\left[\frac{\pi b}{\lambda} sin\,\vartheta\, sin\,\varphi\right]}{\frac{\pi b}{\lambda} sin\,\vartheta\cdot sin\,\varphi}$$

Für die Hauptstrahlrichtung ($\vartheta = 0$) wird aus (32)

$$g(0,0) = a\cdot b \tag{33}$$

Die Gewinnfunktion (32) kann man also durch Dividieren durch die Aperturfläche normieren.

Als nächstes soll eine kreisförmige Flächenantenne mit dem Radius ϱ_0 betrachtet werden. Bei der Integration wird ein zirkulares Koordinatensystem für die Apertur verwendet

$$x = \varrho\, cos\,\varphi',\; y = \varrho\, sin\,\varphi' \tag{34}$$

wo φ' der Azimutwinkel eines Punktes auf der Apertur sei zum Unterschied vom Azimutwinkel φ des Aufpunktes P.

Es wird dann im Exponenten des Integranden

$$x\, cos\,\varphi + y\, sin\,\varphi = \varrho\, cos\,(\varphi' - \varphi) \tag{35}$$

und die Gewinnfunktion lautet

$$g(\vartheta,\varphi) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\varrho_0} F(\varrho,\varphi')\cdot \tag{36}$$

$$\cdot\, exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}\varrho\, cos\,(\varphi'-\varphi)\, sin\,\vartheta\right]\varrho\, d\varrho\cdot d\varphi'$$

Ist die Aperturfunktion von φ' unabhängig, dann ergibt die Integration über φ' wegen der *Sommerfeld*schen Integraldarstellung der Besselfunktion [12]

$$J_0(Z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} exp\,[i\,Z\, cos\,\varphi']\, d\varphi'$$

eine von φ unabhängige Strahlungsfunktion

$$g(\vartheta) = 2\pi\int_0^{\varrho_0} F(\varrho)\, J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda}\varrho\, sin\,\vartheta\right)\varrho\, d\varrho \tag{37}$$

es ist dabei J_0 die Besselfunktion nullter Ordnung. Nimmt man als einfachsten Fall wieder eine konstante Belegungsfunktion $F(\varrho) = 1$ an, so wird aus (37)

$$g(\vartheta) = \pi\varrho_0^2\cdot 2\,\frac{J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda}\varrho_0\, sin\,\vartheta\right)}{\frac{2\pi}{\lambda}\varrho_0\, sin\,\vartheta} \tag{38}$$

J_1 ist die Besselfunktion erster Ordnung. In der Hauptstrahlrichtung ($\vartheta = 0$) wird

$$g(0) = \pi\varrho_0^2 \tag{39}$$

wieder gleich der Aperturfläche, so dass die gleiche Normierung wie bei der Rechteckapertur möglich ist. Eine etwas realistischere Annahme für den Verlauf der Belegungsfunktion ist

$$F(\varrho/\varrho_0) = 1 - (\varrho/\varrho_0)^2 \tag{40}$$

die sich auch noch integrieren lässt [12]. Die Strahlungsfunktion wird

$$g(\vartheta) = \pi\varrho_0^2\,\Lambda_2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\varrho_0\, sin\,\vartheta\right) \tag{41}$$

mit der Lambdafunktion zweiter Ordnung [12]

$$\Lambda_2(x) = 8\cdot J_2(x)/x^2 \tag{42}$$

Der Faktor, mit dem in (38) die Aperturfläche multipliziert wird, ist die Lambdafunktion erster Ordnung. In *Figur 9* sind die Diagramme der Strahlungsleistung (proportional zu $|g(\vartheta)|^2$) als Funktion von ϑ für diese beiden Belegungsfunktionen in logarithmischem Massstab aufgetragen. Die totalen Halbwertsbreiten $2\vartheta_H$ der Leistungsdiagramme sind $0{,}56\,\lambda/\varrho_0$ für $F(\varrho) = 1$ und $0{,}63\,\lambda/\varrho_0$ für $F(\varrho/\varrho_0) = 1-(\varrho/\varrho_0)^2$ beides unter der Voraussetzung, dass $arc\,sin\frac{\lambda}{\pi\varrho_0}$ durch $\frac{\lambda}{\pi\varrho_0}$ angenähert werden darf. Die Hauptkeule des Strahlungsdiagramms ist also für die realistischere Belegungsfunktion etwa um ein Viertel breiter als für die idealisierte Gleichverteilung der Feldstärke über die Apertur. Anderseits ist aber die erste Seitenkeule des Leistungsdiagramms Λ_2^2 etwa fünfmal tiefer als die von Λ_1^2.

4. Der Gewinn von Flächenantennen

Nach der allgemeinen Definition ist der Gewinn einer Antenne [7] das Verhältnis der Strahlungsleistung je Raumwinkeleinheit in eine bestimmte Richtung ϑ, φ und der gemittelten abgestrahlten Leistung pro Raumwinkeleinheit

$$G(\vartheta,\varphi) = \frac{P(\vartheta,\varphi)}{P_t/4\pi} \tag{43}$$

wo P_t die gesamte abgestrahlte Leistung bedeutet. Aus der Leistungsdichte (Einheit W/m²) bei einem Aufpunkt (R, ϑ, φ) wird durch Multiplizieren mit dem Quadrat des Abstands R die Leistung je Raumwinkeleinheit

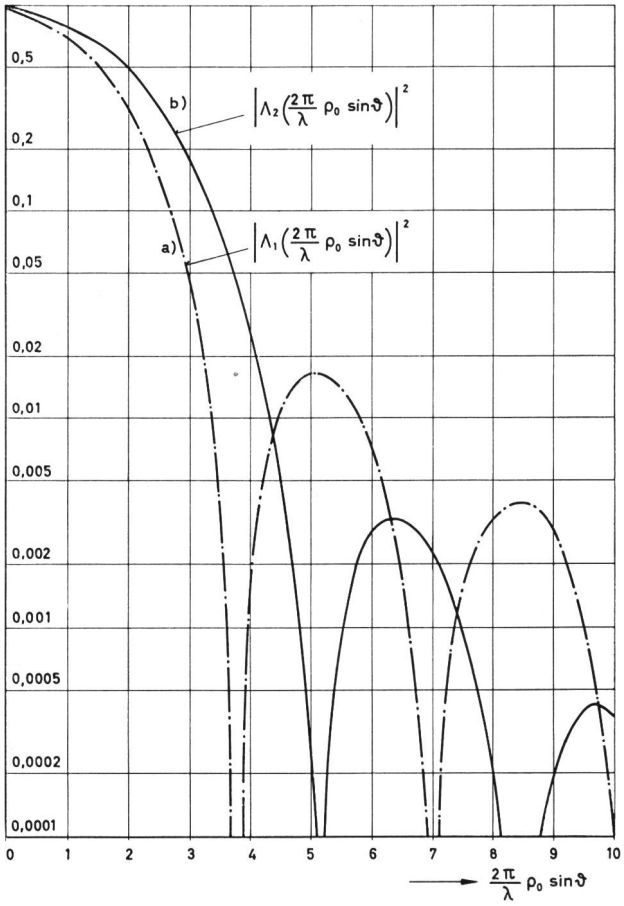

Fig. 9
Strahlungsleistung als Funktion des Winkels ϑ von der Hauptstrahlrichtung kreisförmiger Aperturen. Kurve a für konstante Strahlungsdichte der Apertur ($F(\varrho) = 1$), Kurve b für $F(\varrho/\varrho_0) = 1 - (\varrho/\varrho_0)^2$

$$P(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} |E(\vartheta, \varphi)|^2 R^2 \tag{44}$$

Die totale abgestrahlte Leistung folgt natürlich aus der Integration der Leistungsdichte in der Apertur über die ganze Aperturfläche

$$P_t = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}} \int\int_A |F(x, y)|^2 \, dx \, dy \tag{45}$$

Setzt man noch (29) in (44) ein, so erhält man für den Gewinn

$$G(\vartheta, \varphi) = \tag{46}$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left|\int\int F(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \sin\vartheta \, (x \cos\varphi + y \sin\varphi)\right] dx \, dy\right|^2}{\int\int \left|F(x, y)\right|^2 dx \, dy}$$

Bei den im vorigen Abschnitt besprochenen Aperturen war die Phase der Belegungsfunktion stets konstant über die Aperturebene vorausgesetzt gewesen. Es war dann die abgestrahlte Feldstärke maximal für $\vartheta = 0$. Man bezeichnet in einem engeren Sinne als Gewinn einer Antenne schlechthin oder als maximalen Gewinn G_{max} denjenigen für $\vartheta = 0$. Aus (46) folgt dafür

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left|\int\int F(x, y) \, dx \, dy\right|^2}{\int\int \left|F(x, y)\right|^2 dx \, dy} \tag{47}$$

Aus der *Schwartz*schen Ungleichung folgt [7], dass immer

$$\left|\int\int F(x, y) \, dx \, dy\right|^2 \leq A \int\int \left|F(x, y)\right|^2 dx \, dy \tag{48}$$

gilt, worin A die Aperturfläche ist. Betrachten wir dazu zwei Beispiele nämlich $F(\varrho) = 1$ und $F(\varrho/\varrho_0) = 1 - (\varrho/\varrho_0)^2$ für die kreisförmige Apertur. Für den ersten Fall wird

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \tag{49}$$

dies entspricht also dem Gleichheitszeichen in (48). Man sieht leicht ein, dass man für den maximalen Gewinn stets (49) erhält, wenn die Aperturbelegung konstant ist. Die nach (40) zum Rand hin abklingende Belegungsfunktion ergibt für den maximalen Gewinn

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \cdot \frac{3}{4} A \tag{50}$$

Man spricht in diesem Fall von einer Flächenausnützung der Apertur von dreiviertel. Bei den meisten realen Flächenantennen liegt diese Zahl zwischen 0,5 und 0,75. Die Parabolreflektoren sind die häufigsten Vertreter der Flächenantennen. Es gibt aber noch viele andere Möglichkeiten, in einer Ebene ein konphases Wellenfeld zu erzeugen, das in der geschilderten Art die Quelle eines Strahlungsfeldes darstellt [8, 10]. Besonders interessant sind einige Linsen, die es, wie in der Optik, ermöglichen, eine von einem Punkt ausgehende Strahlung in ein ebenes Strahlungsfeld überzuführen. Als Beispiel sei hier die *Luneberg*-Linse [13] hervorgehoben.

Bei grossen Flächenantennen oder bei kurzen Wellenlängen ist es – durch die Möglichkeiten der Fabrikation bedingt – nicht mehr so selbstverständlich, dass die elektrische Feldstärke in allen Punkten einer Aperturebene genau die gleiche Phase hat. Man kann die Aperturfehler in systematische und statistische einteilen. Die ersteren wurden bereits früh theoretisch gut erfasst [7], und sie lassen sich bei einer sorgfältigen Antennenherstellung weitgehend vermeiden. Nützt man Reflektoren oder Linsen bis zu Wellenlängen aus, die schon in derselben Grössenordnung wie

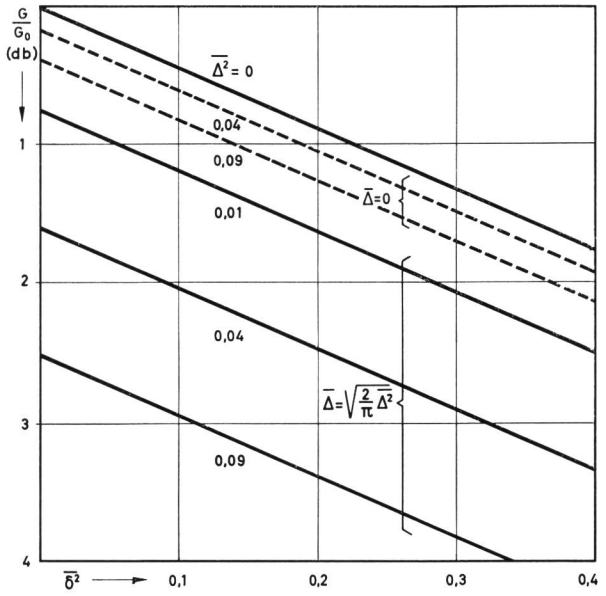

Fig. 10
Verminderung des Antennengewinns von Flächenantennen durch statistische Phasenfehler mit dem quadratischen Mittelwert $\overline{\delta^2}$ und statistische Amplitudenfehler mit verschiedenen Mittelwerten $\overline{\Delta}$ und quadratischen Mittelwerten $\overline{\Delta^2}$ [17]

die Herstellungsgenauigkeit der betreffenden Anordnung liegen, so wirken sich die unvermeidlichen statistischen Fehler der Apertur aus. In den meisten Fällen – besonders bei Reflektoren – wird es sich um Phasenfehler handeln, die das Strahlungsdiagramm beeinträchtigen und den Gewinn verkleinern [14, 15, 16]. Werden auch statistische Amplitudenfehler, wie sie durch unregelmässig über die Apertur verteilte kleine absorbierende Gebiete entstehen, mitberücksichtigt [17], so zeigt *Figur 10* ihren Einfluss auf den Antennengewinn. Auf das Strahlungsdiagramm wirken sich statistische Aperturfehler nach dem *Babinet*schen Prinzip [6] aus wie die Summe vieler kleiner Strahlungsaperturen (gleiche Ausdehnung wie die Fehlergebiete), deren Strahlungsdiagramme viel breiter sind als das der Antenne selbst, und die deshalb die Nullstellen zwischen den Seitenkeulen verschmieren und sogar grössere Energiedichten der Strahlung aufweisen können als die Seitenkeulen selbst [14, 17].

5. Antennengruppen

Für eine Gruppe örtlich getrennter Strahler, die ein Signal derselben Frequenz in beliebiger Phasenlage und beliebigem Amplitudenverhältnis zueinander aussenden, kann bei der Berechnung der Feldstärke in einem Aufpunkt vom Superpositionsgesetz Gebrauch gemacht werden. Hat man es mit einer Gruppe von Dipolen zu tun, so kann nach (19) die vom ν-ten Dipol herrührende elektrische Feldstärke für einen Aufpunkt in der Fernzone geschrieben werden als

$$E_\nu(\vartheta, \varphi) = \frac{\eta I_\nu}{2\pi r_\nu} \cdot e^{i\beta r_\nu} D_\nu(\vartheta, \varphi) \tag{51}$$

wo D_ν die Strahlungscharakteristik des Einzelstrahlers, zum Beispiel für einen Hertz-Dipol durch $\frac{i\beta l_\nu}{2} \sin\vartheta'$ gegeben ist. Es ist dabei ϑ' auf die Achse des Dipols bezogen und braucht nicht mit ϑ übereinzustimmen. Wir beziehen die Amplituden und Phasen der Ströme in den einzelnen Dipolen auf den nullten Dipol

$$\frac{I_\nu}{I_0} = \varrho_\nu e^{-i\delta_\nu} \tag{52}$$

Wegen der Superposition wird die Feldstärke beim Aufpunkt

$$E_P = \sum_\nu E_\nu = \frac{\eta}{2\pi r_0} I_0 e^{i\beta r_0} \sum_\nu D_\nu(\vartheta, \varphi)\, \Gamma_\nu(\vartheta, \varphi) \tag{53}$$

mit

$$\Gamma_\nu(\vartheta, \varphi) = \varrho_\nu \exp\{-i[\beta(r_\nu - r_0) + \delta_\nu]\} \tag{54}$$

Sind alle Einzelcharakteristiken $D_\nu(\vartheta, \varphi)$ gleich $D(\vartheta, \varphi)$ und bezeichnet man die Summe aller $\Gamma_\nu(\vartheta, \varphi)$ als Interferenzfunktion

$$\Gamma(\vartheta, \varphi) = \sum_\nu \Gamma_\nu(\vartheta, \varphi)$$

so ist

$$D_g(\vartheta, \varphi) = D(\vartheta, \varphi)\, \Gamma(\vartheta, \varphi) \tag{55}$$

die Gruppencharakteristik.

Wir berechnen die Funktion $\Gamma(\vartheta, \varphi)$ für einige Strahler mit den Raumkoordinaten x_ν, y_ν, z_ν *(Fig. 11)*, deren Anordnung willkürlich sein kann, mit der einzigen Einschränkung, dass ihre Abstände untereinander klein gegenüber ihren Abständen r_ν zum Aufpunkt P mit den Koordinaten x, y, z sein sollen. Diese Abstände r_ν können mit dieser Voraussetzung angenähert werden durch

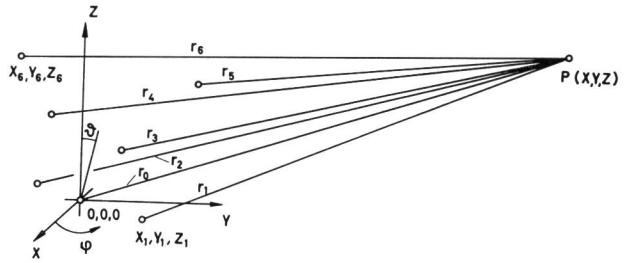

Fig. 11
Willkürlich angeordnete Gruppe von Strahlern mit den Koordinaten x_ν, y_ν, z_ν und ein Aufpunkt P (x, y, z). Die Abstände r_ν seien soviel grösser als die Abstände der Strahler untereinander, dass die Näherung (56) erlaubt ist

$$r_\nu = \sqrt{(x-x_\nu)^2 + (y-y_\nu)^2 + (z-z_\nu)^2} \approx \approx r_0 - x_\nu \frac{x}{r_0} - y_\nu \frac{y}{r_0} - z_\nu \frac{z}{r_0} \tag{56}$$

Verwenden wir sphärische Koordinaten zur Beschreibung der Lage des Aufpunktes P (Fig. 11), so wird

$$\frac{x}{r_0} = \sin\vartheta \cos\varphi, \quad \frac{y}{r_0} = \sin\vartheta \sin\varphi, \quad \frac{z}{r_0} = \cos\vartheta \tag{57}$$

Setzt man (56) und (57) in (54) ein, so folgt für die Interferenzfunktion

$$\Gamma(\vartheta, \varphi) = \sum_\nu \varrho_\nu \, exp\,[i\beta\,(x_\nu \sin\vartheta \cos\varphi + y_\nu \sin\vartheta \sin\varphi + z_\nu \cos\vartheta) - i\,\delta_\nu] \tag{58}$$

Mit den sehr allgemeinen Annahmen über die Plazierung der Einzelstrahler und die Phase der Dipolströme ist (58) eine komplizierte Funktion. Vereinfachen wir die Verhältnisse auf lineare Gruppen gleicher Dipole mit gleichen Abständen d untereinander, gleichen Stromamplituden ($\varrho_\nu = 1$) und gleichen Phasenunterschieden untereinander ($\delta_\nu = \nu\delta$). Bezüglich der Richtung unterscheiden wir dann noch zwei Fälle, nämlich die Dipollinie *(Fig. 12a)* und die Dipolzeile (Fig. 12b). Für die erstere sind die Koordinaten der Einzelstrahler $x_\nu = y_\nu = 0$, $z_\nu = \nu\delta$. Der Exponent in (58) wird dann (negativ genommen)

$$2\nu u = \nu\delta - \nu d \beta \cos\vartheta, \tag{59}$$

die linke Seite soll als Abkürzung verwendet werden. Für die Dipolzeile (Koordinaten $x_\nu = \nu d$, $y_\nu = z_\nu = 0$) wird der Exponent in analoger Weise

$$2\nu u = \nu\delta - \nu d \beta \sin\vartheta \cos\varphi \tag{60}$$

Mit der in (59) und (60) eingeführten Abkürzung und der Voraussetzung $\varrho_\nu = 1$ wird aus der Interferenzfunktion (58)

$$\Gamma(\vartheta, \varphi) = \sum_{\nu=0}^{n-1} exp\,[-2i\nu u]$$

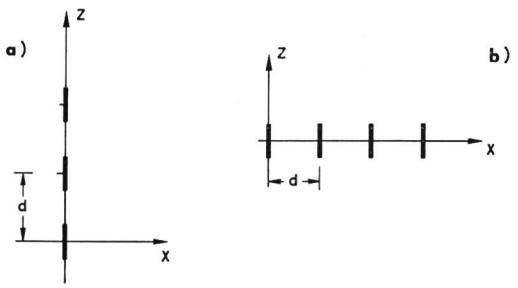

Fig. 12
Spezielle Antennengruppen
a) Dipollinie b) Dipolzeile

Die rechte Seite ist die Teilsumme einer geometrischen Reihe, die mit der *Euler*schen Formel noch umgeformt werden kann

$$\Gamma(\vartheta, \varphi) = \frac{1 - exp\,[-2in u]}{1 - exp\,[-2iu]} = exp\,[-i(n-1)u] \frac{\sin n u}{\sin u} \tag{61}$$

Das Interferenzdiagramm wird durch die Funktion $\frac{\sin n u}{\sin u}$ dargestellt. Nach (53) kann nun die Feldstärke im Aufpunkt geschrieben werden wie

$$E_P = n I_0 \eta D(\vartheta, \varphi) \frac{1}{r_0} exp\,[i\beta r_0 - iu(n-1)] \frac{\sin n u}{n \sin u} \tag{62}$$

wobei statt der Interferenzfunktion hier der Dipolstrom n-fach gezählt wird und der Bruch am Ende von (62) normiert ist. Für den Fall der Dipolzeile (Fig. 12b), bei der jeder Dipol in der Ebene senkrecht zu z eine Rundstrahlcharakteristik hat ($D_\nu = 1$), wird das Gruppendiagramm identisch mit dem Interferenzdiagramm. Wählt man noch die Ströme gleichphasig ($\delta = 0$) und die Abstände $d = \lambda/2$, so wird

$$2\nu u = -\nu\pi \sin\vartheta \cos\varphi$$

und die Interferenzfunktion in der x-y-Ebene ($\vartheta = 90°$)

$$\Gamma(\varphi) = \frac{\sin\left(n \frac{\pi}{2} \cos\varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} \cos\varphi\right)} \tag{63}$$

In *Figur 13* sind die normierten Interferenzdiagramme für $n = 2$, $n = 4$ und $n = 8$ dargestellt [4].

Die Situation wird komplizierter, wenn die Einzelstrahler nicht einfache Dipole sind, sondern Flächenantennen. Wählen wir als möglichst einfache Anordnung eine Anzahl n gleichgrosser Rechteckaperturen parallel zueinander, mit gleichen Abständen d entlang der x-Achse eines Koordinatensyxtems aufgereiht *(Fig. 14)*. Für die Einzelapertur ist die Strahlungsfunktion bereits in (32) dargestellt. Für (32) ist eine konstante Belegungsfunktion $F(x, y) = 1$ angenommen worden. Diese Voraussetzung wollen wir auch jetzt beibehalten, und ausserdem sollen die Phasenunterschiede zwischen den Belegungsfunktionen der einzelnen Aperturen null sein. Analog zu (53) kann mit (29) und (32) die elektrische Feldstärke in einem Aufpunkt, dessen Abstand R_ν von den Aperturen sehr viel grösser als die Abmessungen der Strahleranordnung sein soll (Fraunhofer-Zone), dargestellt werden

$$E_P = \sum_\nu E_\nu = \frac{i}{\lambda R_0} e^{-i\beta R_0} \sum_{\nu=0}^{n-1} exp\,[-i\beta(R_\nu - R_0)]\, g_\nu(\vartheta, \varphi) \tag{64}$$

wobei aber wegen der gemachten Voraussetzungen alle $g_\nu(\vartheta, \varphi)$ gleich $g(\vartheta, \varphi)$ sind. Es ist R_0 der Abstand des

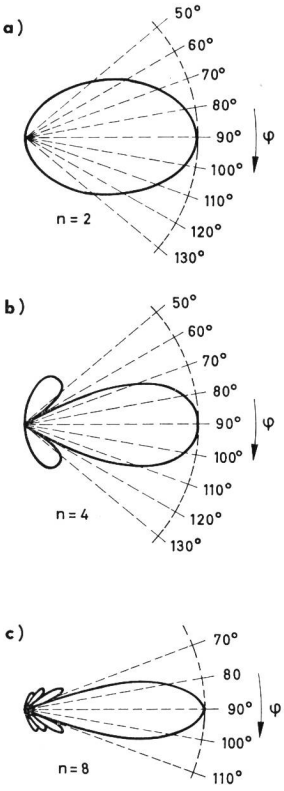

Fig. 13
Eine Hälfte der symmetrischen Strahlungsdiagramme von Dipolzeilen. Relative Feldstärken als Funktion von φ für
a) 2 Strahler
b) 4 Strahler
c) 8 Strahler mit Abständen $d = \lambda/2$ und gleichphasiger Anregung. Ein einzelner Strahler hat als Funktion von φ eine Rundstrahlcharakteristik

Aufpunktes von der Referenzapertur, deren Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt. Da wir die Mittelpunkte der Aperturen auf der x-Achse aufgereiht haben ($x_\nu = \nu d$), sind alle $y_\nu = 0$ und $z_\nu = 0$, und es wird

$$R_\nu - R_0 \approx -x_\nu \frac{x}{R_0} = -\nu\, d \sin\vartheta \cdot \cos\varphi \tag{65}$$

Die Summation über die n Exponentialfunktionen in (64) ergibt dann

$$\Gamma(\vartheta, \varphi) = \exp\left[i(n-1)\frac{d}{2}\beta \sin\vartheta \cos\varphi\right] \cdot \frac{\sin\left[n\frac{d}{2}\beta \sin\vartheta \cos\varphi\right]}{\sin\left[\frac{d}{2}\beta \sin\vartheta \cos\varphi\right]} \tag{66}$$

und die Feldstärke im Aufpunkt P wird

$$E_P = \frac{i}{\lambda R_0} e^{-i\beta R_0}\, \Gamma(\vartheta, \varphi)\, g(\vartheta, \varphi) \tag{67}$$

Eine der Strahlungsleistung im Aufpunkt proportionale Grösse erhält man durch Multiplizieren von (67) mit der komplex konjugierten Feldstärke. In Figur 14 ist die normierte Strahlungsleistung für $\varphi = 0$, das heisst als Funktion von ϑ in der x-z-Ebene dargestellt. Die einhüllende Kurve ist die Strahlungsfunktion der Einzelapertur $g(\vartheta)$ für $\varphi = 0$. Die Interferenzfunktion $\Gamma(\vartheta)$ selbst erreicht wegen $\lim_{\sin x \to 0}\left[\frac{\sin nx}{n \sin x}\right] = 1$ (n ist eine natürliche Zahl) für jede Nennernullstelle den Wert 1. Das resultierende Diagramm ist durch das Produkt $\Gamma(\vartheta)\, g(\vartheta)$ (ausgezogene Linie) gegeben. Dieses Strahlungsdiagramm ist identisch mit dem Beugungsbild, das man in der Optik mit einem Strichgitter erhält ([6], Seite 163...164).

Das Studium der Interferometeranordnungen von Antennen wurde im letzten Jahrzehnt besonders stark vorangetrieben, weil auf den Gebieten der Funkortung und der Radioastronomie immer mehr Wert auf die Auflösung kleinster Raumwinkel gelegt wird. Dazu kommt, dass im besonderen für die Funkortung eine rasche Strahlschwenkung durch Phasenänderung der Signale in den Einzelstrahlern möglich gemacht werden kann [18].

Bei der Auflösung kleiner Winkel durch Interferometeranordnungen [19] oder Flächenantennen [20] wird durch die Breite der Strahlungscharakteristik und ihren kontinuierlichen Verlauf eine Unschärfe introduziert. Charakterisiert

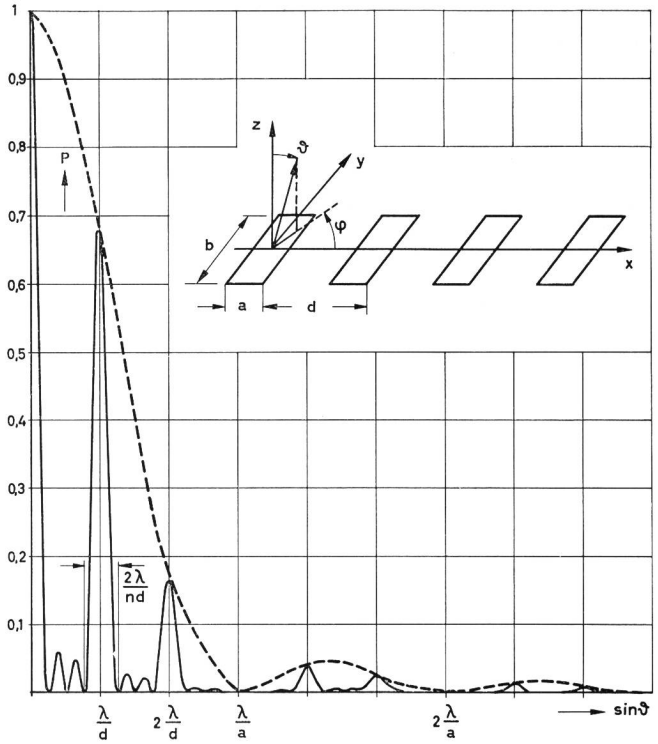

Fig. 14
Eine Gruppe von rechteckigen Flächenstrahlern in der x-y-Ebene angeordnet und ihre Strahlungsleistung als Funktion des Winkels ϑ (ausgezogene Kurve), die als Produkt der Interferenzfunktion und des Beugungsbildes der Einzelapertur entsteht und für $\varphi = 0$ dargestellt ist. Es wurde n = 4 und d = 3a gewählt

man die Strahlungsleistung, die von einem endlich ausgedehnten Objekt (bei der Funkortung als Reflexion) zur Empfangsantenne gelangt, durch S (ϑ, ϑ_0, φ, φ_0), wobei die Winkel auf die Hauptstrahlrichtung der Antenne bezogen sind und ϑ_0, φ_0 die Koordinaten eines speziellen Punktes des Objekts bedeuten, so kann die empfangene Leistung durch das Intregal

$$B(\vartheta_0, \varphi_0) = \int\int G(\vartheta, \varphi)\, S(\vartheta, \vartheta_0, \varphi, \varphi_0)\, d\vartheta\, d\varphi \qquad (68)$$

beschrieben werden. G (ϑ, φ) bedeutet hier die Leistungs-Gewinnfunktion. B ist eine Funktion des Winkels zwischen Antennenrichtung und Lage des Objekts (ϑ_0, φ_0). Bei einer Schwenkung der Antenne über das Objekt verändert sich (68) kontinuierlich. Um kleine Objekte ($S \neq 0$ für kleine Winkelbereiche) auflösen zu können, muss G ebenfalls auf kleine Winkelbereiche beschränkt sein. Sehr hohe Anforderungen in dieser Hinsicht stellen ein ökonomisches Problem dar. Es konnten jedoch einige Interferenzanordnungen angegeben werden [21], die mit tragbarem Aufwand wesentliche Verbesserungen gegenüber konventionellen Mitteln ergaben.

Literatur

[1] *H. Carnal.* Elemente der Vektoranalysis. Techn. Mitt. PTT 45 (1967) Nr. 6, S. 309...314.

[2] *E. Schanda.* Die Elektrizitätslehre und die Maxwellsche Theorie, Techn. Mitt. PTT 45 (1967) Nr. 9, S. 512...521.

[3] *J. A. Stratton.* Electromagnetic Theory. McGraw Hill, New York, 1941.

[4] *H. W. König.* Vorlesung über Hochfrequenztechnik. Eigenverlag Techn. Hochschule Wien, 1957.

[5] *J. D. Kraus.* Antennas. McGraw Hill, New York, 1950.

[6] *M. Born.* Optik. Springer-Verlag, Berlin, 1932.

[7] *S. Silver.* Microwave Antenna Theory and Design. McGraw Hill, New York, 1949.

[8] *H. Jasik.* Antenna Engineering Handbook. McGraw Hill, New York, 1961.

[9] *R. Kühn.* Mikrowellenantennen. VEB Verlag Technik. Berlin, 1964.

[10] *R. C. Hansen.* Microwave Scanning Antennas. Vol. I. Apertures. Academic Press, New York, 1964.

[11] *E. A. Wolff.* Antenna Analysis. J. Wiley, New York, 1966.

[12] *E. Jahnke, F. Emde.* Funktionentafeln mit Formeln und Kurven. Dover Publications, New York, 1945.

[13] *G. Epprecht.* Altes und Neues aus der Technik der elektromagnetischen Wellen. Techn. Mitt. PTT 45 (1967) Nr. 4, S. 172...180.

[14] *J. Ruze.* The effect of aperture errors on the antenna radiation pattern. Nuovo Cimento, Suppl. 9 (1952), p. 364...380, und – Antenna Tolerance Theory – A Review. Proc. IEEE 54 (1966), p. 633...640.

[15] *R. N. Bracewell.* Tolerance Theory of Large Antennas. IRE Transactions on Antennas and Propagation, AP-9. (1961), p. 49...58.

[16] *J. Robieux.* Influence de la précision de fabrication d'une antenne sur ses performances. Annales Radioelectricité 11 (1956), p. 29...56.

[17] *E. Schanda.* The Effect of Random Amplitude and Phase Errors of Continuous Apertures. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP-15 (1967), p. 471...473.

[18] *R. C. Hansen.* Microwave Scanning Antennas. Vol. III, Array Systems. Academic Press, New York, 1966.

[19] *S. Matt, J. D. Kraus.* The Effect of Source Distribution on Antenna Patterns. Proc. IRE. 43 (1955), p. 821...825.

[20] *E. Schanda.* Auflösung von Kontraststrukturen ausgedehnter Strahler durch Radiometer-Antennen mit Gaussscher Charakteristik. Arch. d. Elekt. Übertr. 20 (1966), S. 569...572.

[21] *J. D. Kraus.* Radio Astronomy. McGraw Hill. New York. 1966.

Adresse des Autors: Dr. Erwin Schanda, c/o Institut für angewandte Physik der Universität Bern, Sidlerstr. 5, CH-3000 Bern.