

Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

Band: 40 (1962)

Heft: 8

Artikel: Plasmaphysik

Autor: Lüdi, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-875133>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

contrats avec l'industrie. Les techniques extrêmement évoluées qui seront mises au point dans ce laboratoire présenteront un grand intérêt pour notre industrie. Sachant qu'aux Etats-Unis 3000 nouveaux produits résultant de la technologie spatiale sont maintenant commercialisés, nous pouvons avoir l'espoir que dans ce domaine notre horlogerie trouvera des débouchés qui permettront d'effectuer la conversion de quelques-unes de ses entreprises.

Le centre d'informations et de données emploiera environ 150 personnes, dont le tiers seront des mathématiciens ou des physiciens-théoriciens. Ce centre, aussi, présentera un intérêt pour la Suisse, particulièrement pour nos universités qui offrent assez peu de situations scientifiques aux mathématiciens.

Le laboratoire de recherches sera assez réduit, car l'ESRO a pour but d'encourager la recherche spatiale, non pas en un point de l'Europe, mais dans tous les pays membres.

En ce qui concerne la question des bases de lancement, la forte densité de population de notre pays exclut absolument la possibilité d'y établir une base, même pour de petites fusées.

Après des négociations extrêmement serrées et inspirées surtout par des considérations économiques (marché commun), le laboratoire de technologie spatiale a été attribué aux Pays-Bas et le centre d'informations et de données à la République fédérale d'Allemagne. Le 13 juin, les accords établissant la création du centre européen des recherches spatiales ont été signés à Paris.

Si le programme annoncé est conduit à l'avenir aussi activement que jusqu'à présent, on peut s'attendre que les bâtiments sortent de terre durant l'été 1962 et que les premières expériences européennes débutent au printemps 1963.

Adresse de l'auteur: Marcel Golay, Professeur à l'Université, Directeur de l'Observatoire de Genève, Rue Chs-Galland, Genève

F. Lüdi, Baden (AG)

Plasmaphysik

533.9

Einleitung

Der Ausdruck Plasma wurde schon in den zwanziger Jahren von *I. Langmuir* anlässlich seiner Untersuchungen an Gasentladungen geprägt. In jeder Leuchtstoffröhre ist heute ein Plasma (ein makroskopisch neutrales, ionisiertes Gas) realisiert. Die jetzige Bedeutung der Plasmaphysik ist durch die kontrollierte Kernverschmelzung (Fusion) bedingt, dem kühnen Bestreben des Menschen, die Vorgänge im Sonnenzentrum zur Energiegewinnung nachzuahmen. Allerdings besteht zwischen diesen Plasmen und den früher untersuchten ein grosser Unterschied. Erstere sind praktisch voll ionisiert, die zweiten nur zu einigen Promillen. Bei den stark ionisierten Plasmen resultieren ganz andere Eigenschaften, und es bedeutet sogar eine gewisse Vereinfachung, weil sich nur zwei statt drei Komponenten in Wechselwirkung befinden.

Bei unseren Betrachtungen soll nicht die Fusion im Vordergrund stehen, sondern die physikalischen Eigenschaften des Plasmas selber, deren Erforschung heute als Voraussetzung für die Fusion mit grossem Aufwand betrieben wird. Es lässt sich nicht abstreiten, dass die Plasmaphysik durch die Astrophysik starke Anregungen empfangt, wie diese durch die Kernphysik. Die Plasmaphysik hat selbst wieder andere Gebiete, zum Beispiel die Mikrowellentechnik, zu immer kürzeren (Millimeter-) Wellen angespornt. Wir werden Gelegenheit haben, dies an einzelnen Beispielen zu illustrieren.

Einige Gegebenheiten

Die Plasmen, die uns interessieren, sind im allgemeinen an ein Magnetfeld gebunden, es kann ein fremderzeugtes oder ein selbsterzeugtes sein. Für Fusionsplasmen muss die Temperatur sehr hoch sein, ungefähr 10^8 ° Kelvin, weil der Reaktionsquerschnitt viel kleiner als der thermische Stossquerschnitt ist, das heisst es gibt nur Reaktionen über thermische Zusammenstösse. Weil das Plasma heiss ist, muss es von den materiellen Wänden isoliert sein; das wird mit der *magnetischen Flasche* erreicht. Die Plasmen sind im allgemeinen verhältnismässig dünn, die Dichte der ionisierten Teilchen ist nicht grösser als 10^{16} , also rund 1000mal weniger als bei Atmosphärendruck und Zimmertemperatur; der Hauptteil der zum Aufheizen hineingesteckten Energie würde sonst in Anregungsenergie und damit in Strahlung statt in kinetische Energie umgesetzt. Das heisse Plasma muss auch eine minimale Lebensdauer haben, damit die Energiebilanz positiv ist. Es gilt für das Produkt der Dichte n und der Lebensdauer τ die Forderung

$$n \tau \geq 10^{16} \text{ sec} \cdot \text{cm}^{-3}$$

bei einer Mindesttemperatur von 10^8 ° K.

Diese extremen Forderungen sind mit gewissen Eigenschaften des Plasmas verbunden. Die wichtigste ist wohl der sehr kleine elektrische Widerstand, er ist für ein vollionisiertes Plasma einigmal kleiner als für Kupfer; der spezifische Widerstand nimmt mit der Temperatur proportional zu $T^{-3/2}$ ab (für Metalle nimmt er bekanntlich proportional mit T zu),

während er für ein wenig ionisiertes Gas proportional $T^{-1/2}$ abnimmt. Bei einem schwach ionisierten Gas finden praktisch nur Zusammenstösse der Elektronen mit neutralen Atomen statt, die Reichweite der Kraftwirkung ist klein. Bei vollionisiertem Gas sind es die weitreichenden Coulombkräfte, welche die Ablenkung der stossenden Elektronen bewirken. Dieser Unterschied ist massgebend für die verschiedene Temperaturabhängigkeit. Infolge des kleinen Widerstandes fliessen die Ströme im Plasma bei raschen Stromänderungen wegen des Skineffektes zur Hauptsache an der Plasmaoberfläche. Das Magnetfeld kann wegen der grossen Leitfähigkeit das Plasma nicht durchdringen, es bleibt eingefroren oder ausgeschlossen. Es gibt aber auch dünne Plasmen mit einer Teilchendichte von $\sim 10^{12}$ und weniger. Bei diesen fliessen die Ströme nicht nur an der Oberfläche, das Magnetfeld kann das Plasma durchdringen; für positive Energiebilanz muss dann nach voranstehender Gleichung die Lebensdauer entsprechend grösser sein.

Weitere Eigenschaften sind: Infolge der grossen Geschwindigkeit der leichten Elektronen und ihrer Ablenkung aus der geradlinigen Bahn, das heisst Beschleunigung durch die elektrischen Kräfte der positiven Ionen oder durch Magnetfelder strahlt das Plasma wie ein System von kleinen Antennendipolen. Die Wellenlänge erstreckt sich vom cm-Gebiet der Mikrowellen bis zu den kurzwelligen Röntgenstrahlen; ferner erfahren die geladenen Teilchen durch elektromagnetische Felder Kräftewirkungen, die zum Beispiel die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle im Plasma beeinflussen. Auch die Kraftwirkungen der Druckdifferenzen (Druckgradienten) und bei kosmischen Plasmen die Gravitationskraft sind zu berücksichtigen. Wenn die Frequenz der Felder hoch ist, so werden nur die Elektronen wegen ihrer viel kleineren Trägheit mitmachen, bei langsamen Schwankungen der Kräfte in erster Linie die schweren Ionen, die Elektronen werden dann von diesen mitgezogen, sonst würde ja eine Ladungstrennung entstehen, welche zu grossen, nachziehenden Kräften führt. Die letzteren Bewegungen sind Bewegungen des Plasmas als Ganzes; in ihnen liegt eine wichtige Ursache der Instabilität, das heisst der Zerfall einer Plasmakonfiguration vor Erreichung der notwendigen Lebensdauer τ .

Nach dieser summarischen Aufzählung von Gegebenheiten, die in den nächsten Abschnitten noch näher betrachtet werden, soll wenigstens eine Art der Erzeugung eines Plasmas mit diesen Eigenschaften erläutert werden; das ist der lineare Pinch (Figur 1). Eine Kondensatorbatterie von etlichen Tausend Joule wird über zwei Elektroden entladen; diese bilden Teile einer unterbrochenen coaxialen Leitung; der Aussenleiter ist innen mit einer Isolationsschicht überzogen, damit die Entladung nicht dort ansetzen kann.

Der Entladestrom beträgt einige 100 kA und ist infolge des raschen zeitlichen Anwachsens wegen

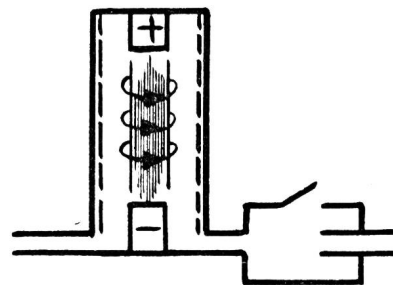


Fig. 1. Erzeugung des linearen Pinch durch eine Kondensator-entladung

Skineffekt auf die Oberfläche begrenzt. Das selbst-erzeugte Magnetfeld umgibt den Stromschlauch in geschlossenen Kreislinien. Die Aufheizung des Plasmas geschieht in diesem Fall zuerst ohmisch, und dann, weil mit zunehmender Temperatur der Widerstand sinkt, überwiegt die Aufheizung durch rasche Kompression infolge der radialen Druckwirkung (Pincheffekt) des Magnetfeldes; es gibt auch andere Aufheizmethoden, von einzelnen wird noch in anderem Zusammenhang gesprochen.

Theoretische Methoden zur Plasmaerforschung

Wenn aus experimentellen Beobachtungen oder Messungen Rückschlüsse auf gewisse Grössen gezogen werden, so geschieht dies meistens mit Hilfe einer Theorie, welche die verschiedenen Grössen verknüpft und im allgemeinen auch ein Verständnis der Zusammenhänge, zum Beispiel des zeitlichen Ablaufs, gibt. Wenn z. B. die Elektronendichte gemessen werden soll, so geschieht dies nicht durch Abzählen der Teilchen im Kubikzentimeter, sondern etwa durch Messen einer Grenzfrequenz, bei der eine elektromagnetische Welle das Plasma gerade noch durchdringt.

Für das Plasma gibt es zwei extreme Standpunkte, um zu einem Verständnis der Erscheinungen zu kommen: 1. das Teilchenbild, 2. das Kontinuumsbild. Wir wollen von beiden nur die allernötigsten Angaben machen, um die im vorigen Abschnitt besprochenen Eigenschaften etwas besser zu verstehen.

1. *Das Teilchenbild:* Einige Figuren (Figuren 2a bis 2f) geben eine anschauliche Wirkung der Kräfte auf die geladenen Teilchen und auf die daraus folgenden Konsequenzen:

In Figur 2a beschreibt ein geladenes Teilchen mit der thermischen Geschwindigkeit v in einem *homogenen* Magnetfeld der Stärke B ähnlich wie im Zyklotron eine Kreisbahn; seine Kreisfrequenz ist $\omega_e = \frac{e}{m} B$ ($\frac{e}{m}$ = spez. Ladung). In Figur 2b sind die Bahnen verschiedener Ladungen in einem *inhomogenen* Magnetfeld dargestellt; ein solches besteht zum Beispiel in einer kreisförmigen Röhre mit solenoidartiger Wicklung zur Erzeugung des axialen Magnetfeldes (Stellarator). Weil die Krümmung der Teilchenbahn in der Region stärkeren Magnetfeldes grösser ist als in schwächeren Gebieten, erfolgt eine Abweichung von

der Kreisbahn in dem Sinne, dass eine *Ladungstrennung* stattfindet. Bei gekreuztem elektrischem und homogenem magnetischem Feld, *Figur 2c*, findet dagegen eine Bewegung beider Ladungsträger in Zykloidenbahnen nach derselben Seite statt (darauf beruht ein möglicher Antrieb von Raketen mit einem elektrisch beschleunigten Plasmastrahl, der die thermischen Geschwindigkeiten, die bei der Verbrennung entstehen, um ein Vielfaches übersteigt); es gibt keine Ladungstrennung. Das in *Figur 2b* durch die Ladungstrennung entstehende elektrische Feld bewirkt also mit dem Magnetfeld eine Driftbewegung der Teilchen auf die Wand, das heisst erhöhter Teilchenverlust, Verringerung der Lebensdauer.

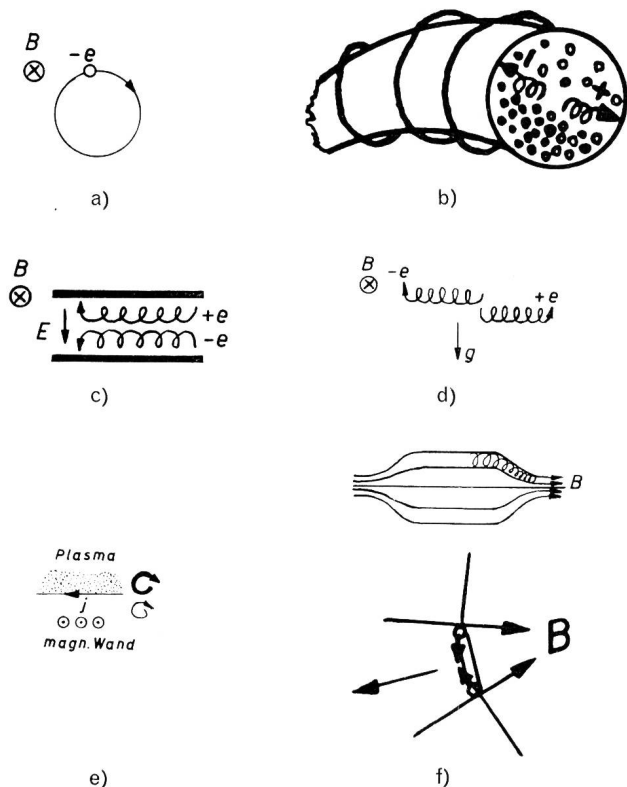


Fig. 2. Erläuterungen zum Teilchenbild. Bewegung der geladenen Teilchen unter dem Einfluss des elektrischen, magnetischen und Schwere-Feldes

Beim Stellarator begegnet man diesem Nachteil dadurch, dass dem Entladungsrohr beispielsweise die Form einer 8 gegeben wird. Die dadurch bewirkte Verdrillung der Magnetlinien verhindert eine Ladungstrennung. Die Schwere g wiederum erzeugt mit einem Magnetfeld B eine Ladungstrennung, *Figur 2d*. Man kann sich diese Wirkungen leicht vorstellen mit Hilfe der Dreifingerregel für die Wechselwirkung positiver und negativer Ströme bewegter Ladungen und dem Magnetfeld. Auch die magnetische Wand und die magnetische Flasche können mit dem Teilchenbild verstanden werden. Die erste so, dass man von einem Dichtesprung der Teilchen ausgeht und zeigt, dass dieser aufrechterhalten wird. In *Figur 2e* ist die Dichte gross oberhalb der horizontalen «Grenzlinie», klein unterhalb. Durch ein primäres, homogenes

Magnetfeld entstehen Kreisströme verschiedener Stärke, entsprechend den verschiedenen Teilchendichten. Deshalb resultiert an der «Plasmaoberfläche» ein Strom, der mit Magnetfeldlinien senkrecht zur Teilchenebene verknüpft ist. Die magnetische Flasche, *Figur 2f*, schliesst die Teilchen nach allen Seiten ein, in radialer Richtung durch die Krümmung der Teilchenbahnen, senkrecht zum Magnetfeld, ähnlich wie beim Magnetron. Teilchen mit einer axialen thermischen Geschwindigkeit können aber nicht wie bei diesem durch negative Endplatten zurückgestossen werden, denn die positiven Teilchen werden angezogen. Deshalb wird an den axialen Enden das Magnetfeld verstärkt, zum Beispiel durch mehr Amperewindungen. Die Teilchen erfahren auf ihrer kreisenden Bewegung infolge der Konvergenz der Magnetfeldlinien eine rücktreibende axiale Komponente der Lorentzkraft, welche senkrecht auf Geschwindigkeit und Magnetfeld steht. Es ist heute bekannt, dass der Van-Allen-Gürtel um die Erde eine solche kosmisch-magnetische Flasche mit den Flaschenhälsen in Erdpolnähe ist. Auch sei erwähnt, dass sie zuerst von *Fermi* erdacht wurde, um die Entstehung der hohen Geschwindigkeiten der kosmischen Teilchen zu erklären. Zwei magnetische Wolken (die Flaschenhälse) bewegen sich gegeneinander; die geladenen Teilchen werden dauernd zwischen ihnen hin- und herreflektiert; jedesmal nimmt der Teilchenimpuls wegen der bewegten Wand zu, wodurch die riesigen Geschwindigkeiten erreicht werden sollen.

2. *Das Kontinuumsbild*: Hier werden nicht die einzelnen Teilchen, sondern ihre Gesamtheit als Fluidum, als Flüssigkeit oder Gas betrachtet. Diese Betrachtung entspricht vielen Problemen besser als das Teilchenbild. In diesem allgemeinsten Kontinuum kommen Strömungen, elektrische Ströme, elektrische und magnetische Felder, Druckkräfte, Gravitationskräfte und Trägheitskräfte vor. Die Kräfte und Felder sind immer auf die Volumeneinheit bezogen. Die Verknüpfung der verschiedenen Grössen ist durch die magnetohydrodynamischen Gleichungen gegeben. Wir schreiben nicht das ganze Gleichungssystem auf, sondern nur die beiden Gleichungen, in welchen der wesentliche Unterschied zu anderen Kontinua, zum Beispiel den Metallen, hervortritt.

Entsprechend den beiden Komponenten Elektronen und Ionen, die als Fluiden nur durch die spezifische Reibung gekoppelt sind, folgen die beiden Grundgleichungen der Magnethydrodynamik.

$$\eta \mathbf{j} = \mathfrak{E} + [\mathbf{v} \mathfrak{B}] + \frac{c}{e n_e} [\mathbf{j} \mathfrak{B}] + \frac{c}{e n_e} \text{grad } p_e - \frac{m_e c^2}{e^2 n_e} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = [\mathbf{j} \mathfrak{B}] - \text{grad } p - \rho \text{grad } \Phi \quad (2)$$

Hierbei sind η spezifischer Widerstand, i Stromdichte, \mathfrak{E} elektr. Feldstärke, \mathfrak{B} magnetische Induktion, p_e Elektronendruck, ρ Massendichte, \mathbf{v} Geschwindigkeit des Volumenelementes, p Gesamtdruck im Plasma, Φ Gravitationspotential, c Licht-

geschwindigkeit, e Elementarladung, n_e Elektronendichte, m_e Elektronenmasse.

Die Gleichung 1 ist das verallgemeinerte Ohmsche Gesetz, die Gleichung 2 ist die Bewegungsgleichung.

Bevor wir eine Deutung der einzelnen Glieder geben, seien noch einige Erläuterungen bezüglich des vollständigen Gleichungssystems gemacht. Es kommen dazu (weil elektrische Ströme und elektromagnetische Felder vorhanden sind) die vier Maxwell'schen Gleichungen. Ferner, weil wir es mit Gasen zu tun haben, die thermische Zustandsgleichung und die kalorische Gleichung, schliesslich noch die Kontinuitätsgleichung und für alle Differentialgleichungen die Randbedingungen, also sicher keine einfache Angelegenheit.

Wir machen hier den Vergleich mit einem einfachen Beispiel, der Metalloptik: Wie verhält sich eine elektromagnetische Transversalwelle in einem Metall (kein statisches Magnetfeld, Leiter in Ruhe)? Aus den Maxwell-Gleichungen folgt durch Elimination von \mathfrak{B} die Wellengleichung für \mathfrak{E} .

$$\Delta \mathfrak{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} + 4\pi \frac{\partial \mathfrak{j}}{\partial t} \quad (3)$$

Dazu das Ohmsche Gesetz

$$\eta \mathfrak{j} = \mathfrak{E} \quad (4)$$

Die Elimination von \mathfrak{j} aus beiden Gleichungen liefert schon die Grundgleichung zur Beantwortung der oben gestellten Fragen. Man erkennt ohne weiteres, dass die Beantwortung der entsprechenden Probleme für ein Plasma wegen des komplizierten Baues des Ohmschen Gesetzes viel komplizierter ist, und im allgemeinen sucht man deshalb Lösungen gewisser Spezialfälle, die auf bestimmte Fragen zugeschnitten sind. Schon die Wellengleichung 3 ist eine Vereinfachung für elektromagnetische Transversalwellen. Longitudinal- oder Druckwellen erfordern ein Zusatzglied in der Wellengleichung.

Nun die Deutung der einzelnen Glieder in den beiden Plasmagleichungen 1 und 2: \mathfrak{E} und \mathfrak{B} sind die Felder, die ein Beobachter in einem Ruhesystem etwa zwischen zwei Kondensatorplatten und in einem Solenoid misst. Dann sind die beiden ersten Glieder in Gleichung 1 das elektrische Feld, das ein mit dem Plasma bewegter Beobachter (Geschwindigkeit \mathfrak{v}) misst; $\mathfrak{v}\mathfrak{B}$ wird auch als Generatorspannung bezeichnet. Das magnetische Feld \mathfrak{B} ist, solange $\mathfrak{v} \ll c$, praktisch gleich für beide Beobachter. Das dritte Glied in Gleichung 1 rührt vom Hall-Effekt, das heisst der Lorentzkraft auf den Strom, her; das vierte Glied von Unterschieden im Elektronendruck p_e , und das fünfte Glied von der Trägheitskraft der Elektronen. Wie schon bemerkt, kommen die drei letzten Glieder von mechanischen Kräften; um sie elektrischen Feldern äquivalent zu machen, wird durch die Ladung je Volumeneinheit ($e n_e$) dividiert (c ist durch das c.g.s.-System bedingt). Die Summe dieser Felder gibt das allgemeine Ohmsche Gesetz für einen im Plasma mitbewegten Beobachter; der spezifische Wi-

derstand η kann hierbei durch das Teilchenbild ausgedrückt werden.

$$\eta = \frac{c \cdot m_e}{n_e \cdot e^2} \cdot \nu \quad (5)$$

(c Lichtgeschwindigkeit, m_e Elektronenmasse, ν Stosszahl/Sekunde.) Die Plasmagleichung 2 bedeutet Summe aller mechanischen Kräfte (Lorentzkraft, Gesamtdruckdifferenz und Gravitationskraft, letztere aus einem Potential) gleich der Trägheitskraft

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t} + (\mathfrak{v}, \text{grad}) \mathfrak{v} \right) \approx \rho \frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t}$$

bei Vernachlässigung kleiner Grössen höherer Ordnung.

Die Lösung von einzelnen Problemen geschieht nun in vielen Fällen mit der bei solchen Gleichungssystemen üblichen Methode der Störungsrechnung. Man geht von statischen oder stationären Fällen aus, wo die einzelnen Grössen einen konstanten Wert haben oder auch 0 sind und überlagert kleine Wechselgrössen. Damit kann man die Gleichungen linearisieren und durch einfache Ansätze lösen; die Voraussetzung der Kleinheit der Wechselgrössen ist in den meisten Fällen erlaubt, wenigstens solange es sich um den Anfang des zeitlichen Verlaufs der Störung handelt. Diese Methode eignet sich, um einerseits erzwungene Schwingungen (zum Beispiel die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Plasma) oder selbsterzeugte Schwingungen (Instabilitäten des Plasmas) zu untersuchen.

Spezialfälle

Wir wollen jetzt zur Illustration der Methode, und um gleichzeitig näheren Einblick in die Plasmaphysik zu bekommen, einige Spezialfälle wenigstens andeutungsweise behandeln; dabei ist die Fragestellung, «worüber» man «was» erfahren will, das Wichtige.

a) Gleichgewicht zwischen Plasmadruck und Magnetfelddruck (magnetische Wand). Hierfür ist die Störungsrechnung noch nicht notwendig. Aus der Gleichung 2 folgt für den stationären Fall $\frac{\partial \mathfrak{v}}{\partial t} = 0$ und bei Vernachlässigung des Gravitationsfeldes

$$[\mathfrak{j} \mathfrak{B}] = \text{grad } p \quad (6)$$

Eliminiert man \mathfrak{j} mit der Maxwell'schen Gleichung $\text{rot } \mathfrak{B} = \mathfrak{j}$ (der Verschiebungsstrom $\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}$ wird vernachlässigt), so folgt für den Fall, dass die Magnetlinien gerade und parallel verlaufen, nach Integration die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{B^2}{8\pi} = p = n k T \quad (7)$$

wobei für den Plasmadruck p der gaskinetische Wert $n k T$ gesetzt ist.

b) Erzwungene Schwingungen (Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle). Das Gleichungssystem ist so beschaffen, dass es zum Beispiel für die kleine

Störung des elektrischen Feldes den Ansatz einer ebenen Welle mit Ausbreitung in der x-Richtung

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 e^{i\omega t} e^{i\frac{\omega}{c} nx} \quad (8)$$

erlaubt; die anderen kleinen Wechselgrößen sind mit dem elektrischen Wechselfeld durch das (gedachte) Gleichungssystem verknüpft. Für die Diskussion ist ganz allgemein die sogenannte *Dispersionsgleichung* massgebend. Sie stellt einen Zusammenhang zwischen Frequenz ω und Ausbreitungsgeschwindigkeit v im Medium oder, was dasselbe ist, zwischen Frequenz ω und Wellenzahl $\frac{2\pi}{\lambda}$ dar. Der Brechungsindex n in Gleichung 8 ist definitionsgemäss c/v , so dass gilt

$$\frac{\omega}{c} n = \frac{\omega}{c} \frac{c}{v} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (9)$$

Die Dispersionsgleichung wird mit dem Ansatz 8 aus dem Gleichungssystem gewonnen.

Für erzwungene Schwingungen ist die Frequenz ω vorgegeben, gesucht wird v beziehungsweise n . Bekannte Beispiele sind die Dämpfung einer elektromagnetischen Welle beim Eindringen in ein absorbierendes Medium oder die Verstärkung einer Welle in der Wanderfeldröhre der Mikrowellentechnik; in beiden Fällen ist der Brechungsindex komplex, das heisst, er bedingt eine Verzögerung der Ausbreitungsgeschwindigkeit und eine Schwächung beziehungsweise eine Verstärkung der Feldamplitude auf dem Ausbreitungsweg x , die *Figuren 3a* und *3b* veranschaulichen diese Verhältnisse schematisch.

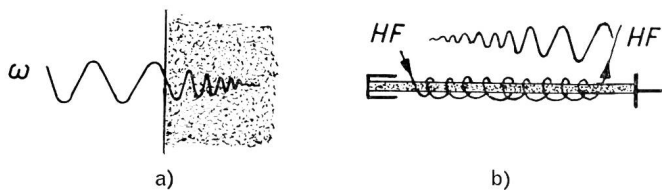


Fig. 3. a) Eindringen einer elektromagnetischen Welle in ein Plasma
b) Schema der Wanderfeldverstärkerröhre; in einer Wendel ein axialer Elektronenstrahl, das Hochfrequenzsignal auf der Wendel wird bis zum Ausgang verstärkt

Für das Plasma gibt es zwei besonders einfache illustrative Fälle:

1. Die erregende Frequenz ω ist sehr gross gegen die Zyklotronfrequenz der Ionen ω_i und der Elektronen ω_e und ausserdem auch gegen die Stossfrequenz ν . Dann lautet die Dispersionsgleichung

$$\frac{c}{v} = n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (10)$$

mit der Abkürzung

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e} \quad (11)$$

ω_p ist die schon von *Langmuir* entdeckte Plasmafrequenz; sie gehört zu den Raumladungsschwingungen

der Elektronen, welche durch die Trägheitskräfte und die Raumladungskräfte bestimmt sind. (Verrückung lokaler Elektronenwolken aus der neutralen Gleichgewichtslage und damit entstehende rücktreibende Raumladekraft zu den Ionen.) Die Gleichung 10 hat eine sehr wichtige Konsequenz: Wellen mit einer Grenzfrequenz $\omega \approx \omega_p$ können sich im Plasma nicht ausbreiten, weil dafür der Brechungsindex n rein imaginär wird und nach Gleichung 8 mit fortschreitendem x eine starke Dämpfung auftritt, und zwar findet diese Dämpfung auch ohne Stossverluste statt. Die Verhältnisse sind ähnlich dem Cut-off in der Mikrowellentechnik, bei der die Ausbreitung von Wellen in Hohlleitern nicht mehr möglich ist, sobald ihre Wellenlänge vergleichbar mit dem Rohrdurchmesser wird.

Auf Grund dieser Eigenschaft ist es möglich, aus der Messung der Cut-off-Frequenz die Elektronendichte (und damit, wegen der Neutralität des Plasmas, auch die Ionendichte) nach Gleichung 11 zu bestimmen, da die anderen Grössen, Elementarladung e und die Elektronenmasse m_e , bekannt sind. Auf diese Weise wurden zuerst die Trägerdichten in der Ionosphäre bestimmt. Man schickt ein Hochfrequenzsignal variabler Frequenz gegen den Himmel und stellt fest, bei welcher Frequenz ein Echo entsteht. Wenn das Hochfrequenzsignal getastet ist, kann aus der Laufzeit der Impulse die Höhe der Ionosphäre bestimmt werden (Ursprung des Radars). Für diese dünnen Plasmen liegt die Cut-off-Frequenz bei m-Wellen. Für die irdischen Plasmen sind es mm-Wellen (8 mm entsprechen etwa 10^{14} Teilchen/cm³). Es gibt noch eine interferometrische Methode, um die Teilchendichte zu bestimmen; sie ist unabhängig vom Cut-off, die Frequenz muss nur grösser als ω_p sein. Ein Wellenzug wird in zwei kohärente Wellenzüge aufgeteilt, wovon der eine das Plasma durchsetzt und verzögert wird; nachher werden die Wellen zur Interferenz gebracht. Aus den Minimumstellen kann auf die verzögernde Wirkung, das heisst auf den Brechungsindex n des Plasmas geschlossen und daraus die Teilchendichte n_e bestimmt werden. Die Amplitudendämpfung der Welle nach Durchgang durch das Plasma bestimmt zugleich den elektrischen Widerstand η , das heisst die Stossfrequenz ν . Für die bisher erreichten Plasmadichten sind heute Mikrowellen von der Grössenordnung eines Millimeters und weniger erforderlich. Dieser Teil der Plasmadiagnostik hat der Millimeter-Mikrowellentechnik kräftige Impulse erteilt.

2. Wir betrachten den anderen Grenzfall, bei dem die Frequenz der erzwungenen Schwingung viel kleiner als die Zyklotronfrequenzen ω_i , ω_e , aber grösser als die Stossfrequenz ν ist.

Im ersten Fall hatten wir nur Stromschwankungen, hervorgerufen durch die rasch bewegten Elektronen; die Ionen wurden infolge ihrer grösseren Masse durch die hochfrequenten Felder gar nicht beeinflusst. Jetzt ist ν in Gleichung 2 verschieden von null (die Massendichte ρ steckt zur Hauptsache in den schweren

Ionen). Die Ausrechnung der Dispersionsgleichung liefert nun für den Brechungsindex

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c \sqrt{4\pi\rho}}{B_0}$$

oder

$$v = \sqrt{\frac{B_0^2}{4\pi\rho}} \quad (12)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit v ist hier im Gegensatz zu vorher von der Frequenz unabhängig (keine Dispersion, Licht im Vakuum). Bestimmend für die Geschwindigkeit ist nur das konstante Magnetfeld B_0 und die Massendichte ρ . Wenn man Gleichung 12 mit der Ausbreitung einer Welle auf einem gespannten Drahtseil

$$v = \sqrt{\frac{P_{\text{Zug}}}{\rho}} \quad (13)$$

vergleicht, so lässt sich $\frac{B_0^2}{4\pi}$ als Zugspannung inter-

pretieren. Man kann also von einem Schwingen der magnetischen Kraftlinien sprechen, welche mit der Ionenmasse ρ belastet sind. Die Elektronen werden in erster Näherung von den Ionen wegen der elektrostatischen Kräfte mitgezogen. Das ist die berühmte hydromagnetische Transversalwelle, so genannt, weil sie in Gasen oder Flüssigkeiten nur unter der Wirkung eines Magnetfeldes entsteht, und die von *Alfvén* entdeckt wurde. *Alfvén* und *Langmuir* stand das allgemeine Gleichungssystem noch nicht zur Verfügung, sie mussten ihre Gleichungen (wie das oft der Fall ist) durch spezielle Betrachtungen gewinnen.

Wir sehen aber durch diese Behandlung aus den allgemeinen Gleichungen, dass die Plasmaphysik heute schon einen lehrbuchartigen Stand erreicht hat. Man hat sogar den berechneten zeitlichen Verlauf (wenigstens am Anfang) vieler Grössen experimentell verifiziert.

Weil die *Alfvén*-Welle so wichtig ist, besonders auch für die Entstehung von Instabilitäten, welche die Bewegung des Plasmas betreffen, sei noch eine anschauliche Deutung nach *Alfvén* selbst gegeben. In *Figur 4* werde ein rechteckiges Stück Plasma (schraffiert) senkrecht aus der Zeichenebene herausgezogen. Dadurch entstehen mit dem Magnetfeld B_0 in der Zeichenebene geschlossene Stromlinien (Generatorwirkung), welche ihrerseits durch die Lorentzkraft $[jB_0]$ die benachbarten Plasmavolumen nachziehen (Motorwirkung).

Ausser den beiden Grenzfällen gibt es natürlich Zwischenfälle, die ebenfalls durch das Gleichungssystem behandelt werden können. Von besonderem Interesse sind die Frequenzen, die in Resonanz mit einer Zyklotronfrequenz ω_e oder ω_i stehen. Die dabei auftretenden Erscheinungen können entweder zur Aufheizung des Plasmas dienen (Ionenzyklotronresonanz) oder aber zur Plasmadiagnostik. Messungen von Ausbreitungsgeschwindigkeiten von *longitudinalen* hydromagnetischen Wellen kleiner Frequenz

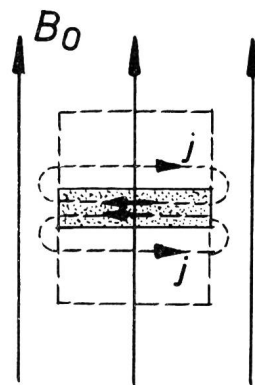


Fig. 4. Prinzipielle Erläuterung zur Entstehung der *Alfvén*-welle

(Druckwellen) werden im physikalischen Institut der Universität Freiburg zur Temperaturbestimmung des Plasmas benutzt. Die Wechselwirkung eines Elektronenstrahls, der ein Plasma parallel zum angelegten Magnetfeld durchdringt, wird in den USA und der Sowjetunion untersucht, teilweise zur Diagnostik, teilweise zum Aufheizen des Plasmas. Die Wirkung ist ähnlich wie bei der Wanderfeldröhre (Fig. 3b), aber statt der Wendel spielt das Plasma die Rolle der Verzögerungsleitung, in ihm breiten sich longitudinale elektrostatische Wellen (Raumladeschwingungen) aus, die dem Elektronenstrahl Energie entziehen und verstärkt werden.

c) Selbsterregte Schwingungen. Im Hinblick auf die Untersuchung von Instabilitäten interessieren vor allem Schwingungen relativ kleiner Frequenz, bei denen also das Plasma als Ganzes mitmacht. Auch ist dabei wieder die Dispersionsgleichung für die Vorgänge massgebend. Nur ist jetzt nicht die Frequenz der Schwingung gegeben, sondern die Wellenzahl $\frac{2\pi}{\lambda}$, und

die Frequenz ist gesucht. Wenn diese komplex ausfällt, mit einem negativ imaginären Teil, so bedeutet das zeitliches Anwachsen der Amplitude, also Instabilität, mit positiv imaginärem Teil dagegen Abklingen der Anfangsstörung, also Stabilität (vgl. Gleichung 8). Vorgegebene Wellenzahl heisst folgendes: Jede räumliche Störung, das heisst jede Abweichung von der Gleichgewichtslage des Plasmas kann durch eine Kombination von räumlichen Sinus- oder Zylinderwellen mit der Wellenlänge λ dargestellt werden. Für ein Elektronenplasma eines Magnetrons (*Figur 5a*), nimmt man zum Beispiel Sinuswellen; für ein zylind-

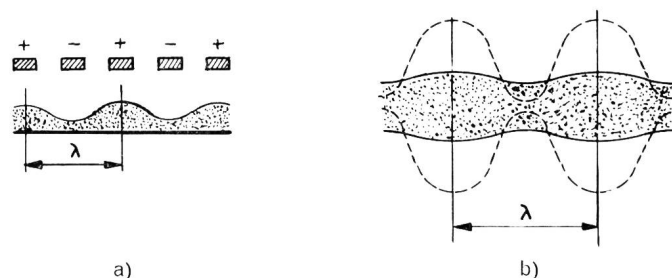


Fig. 5. Entstehung von Instabilitäten:
a) Anschwingung eines Magnetrons
b) Vergrößerung der Deformation eines Plasmazyinders

drisches Schlauchplasma sind dagegen Zylinderwellen angepasst. Alle vorkommenden Wechselgrößen werden durch Ansätze entsprechend Gleichung 8 dargestellt. Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Amplituden ist wieder durch das allgemein beschreibende Gleichungssystem gegeben. Wenn alle Größen bis auf eine eliminiert sind, so bekommt man die Dispersionsgleichung. Für das Magnetron hat der Verfasser diese Rechnung vor mehreren Jahren gemacht, da man wissen wollte, unter welchen Umständen es auf einer durch den Schwingkreis bestimmten Frequenz anschwingt. Für die Untersuchung der Stabilität eines Plasmas, bei dem man das Anschwingen einer Anfangsstörung nicht wünscht und nach geeigneten Mitteln zur Unterdrückung sucht, ist die Methode dieselbe. Sie ist aber nach subjektivem Empfinden so viel komplizierter, dass der Verfasser lange nicht gemerkt hat, dass es dieselbe Methode ist, die er früher selber benutzte. Es kommt vor allem auch darauf an, die auf das Problem zugeschnittenen richtigen Vereinfachungen der allgemeinen Gleichungen zu treffen. Wir bemerken hierzu, dass die Plasmainstabilitäten von den Forschern, zum Teil von Astrophysikern, durch Berechnung vorausgesagt wurden, bevor photographische Aufnahmen (streak camera) den Zerfall eines gepinchten Plasmas in Bruchteilen von ms erwiesen.

Wir wollen uns hier die Resultate der Rechnungen, das heisst das Auftreten von Instabilitäten und deren Verhütung oder doch Verminderung an einigen Figuren klarmachen; die wesentlichen Effekte sind auch ohne Rechnen erkenntlich. Es sei noch bemerkt, dass diese nicht die einzigen Gründe für den Zerfall eines Plasmas sind; wir lernten schon den Teilchenverlust durch Driftbewegung in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern kennen.

In Figur 6 betrachten wir zwei der wichtigsten Instabilitäten und ihre Behebung, die bei Plasmen auftreten, welche durch das selbsterzeugte Magnetfeld wie in Figur 1 zusammengehalten werden.

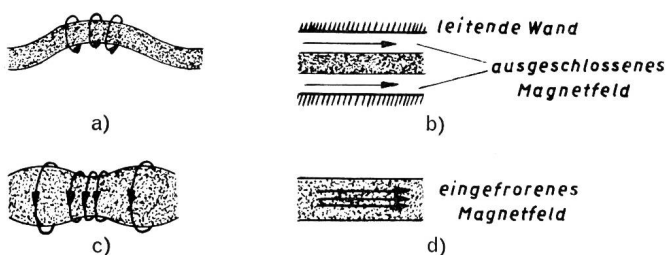


Fig. 6. a und c verschiedene Plasmainstabilitäten und deren Verhinderung b und d

Figur 6a zeigt ein anfängliches Ausbiegen des Plasmastranges. Dadurch werden die Magnetfeldlinien auf der Einbuchtungsseite stärker zusammengedrängt, der magnetische Druck wird nach Gleichung 7 grösser als auf der Ausbuchtungsseite, die Deformation vergrössert sich. Diese Kink-Instabilität kann behoben werden durch eine gut leitende Wand, die das Plasma umgibt (Figur 6b). Im ersten Abschnitt

wurde hervorgehoben, dass das Magnetfeld gute Leiter (Wand und Plasma) bei raschen Änderungen wegen Induktion eines Gegenfeldes nicht durchdringen kann. Auf der Ausbuchtungsseite wird also das Magnetfeld zwischen Wand und Plasma ebenfalls zusammengedrückt, womit der grössere magnetische Druck der Deformation entgegenwirkt. Figur 6c zeigt eine andere Instabilität, die Einschnürungs- oder Wurst-Instabilität. Eine kleine vorhandene Einschnürung vergrössert sich, weil dort das Magnetfeld grösser als in den benachbarten Gebieten ist (kleinerer Umlauf bei gleichem Strom). Auch diese Instabilität kann weitgehend durch ein axiales Magnetfeld behoben werden, welches zum Beispiel durch eine Solenoidwicklung auf dem Entladungsrohr erzeugt wird. Wenn sich das Plasma nach der Zündung ausbildet und durch das Eigenfeld zusammengedrückt wird, so bleibt das axiale Magnetfeld aus dem gleichen Grund wie vorhin «eingefroren»; der magnetische Druck wird an den Einschnürungsstellen grösser und wirkt der Deformation entgegen. Diese Massnahmen sind bei der «Zeta»-Maschine realisiert; die Lebensdauer des Plasmas wurde dadurch von Mikrosekunden auf Millisekunden erhöht.

In diesem Zusammenhang sei auf die eingefrorenen kosmischen Magnetfelder hingewiesen. Man hat ausgerechnet, dass in Sonnenflecken, bei einer Leitfähigkeit von etwa einem Zehntel derjenigen des Graphits, bei einem Durchmesser des Flecks von 10^9 cm, das darin entstandene Magnetfeld etwa $3 \cdot 10^{10}$ sec benötigt, um auf den e-ten Teil abzuklingen, das heisst herauszudiffundieren. Das Magnetfeld wird also mit der bewegten Materie mitgeführt. Neuerdings versteht man sogar die Entstehung der grossen Magnetfelder in den Sonnenflecken von einigen hundert und mehr Oersted aus dem kleinen mittleren Magnetfeld von 1 Oersted auf der Sonne. Man stellt sich vor, dass die Feldlinien unter der Sonnenoberfläche von Pol zu Pol laufen. Sie sind an das Plasma gebunden. Wird ein einzelner Plasmastrang ins Auge gefasst, so erfährt er infolge der rascheren Rotation am Äquator gegenüber den Polen eine Dehnung, die sich dauernd vergrössert. Und weil das Magnetfeld im Plasmastrang eingefroren ist, so steigt seine Intensität auf die angegebenen Werte. An einzelnen Stellen durchbricht der Strang die Sonnenoberfläche wulstartig, wodurch dann benachbarte Sonnenflecken entgegengesetzter Polarität entstehen.

Nach diesem kosmischen Exkurs besprechen wir noch eine andere Form der Instabilität, die sogenannte Flute-Instabilität. In einem Plasma, das durch ein fremdes Magnetfeld eingeschlossen ist (magnetische Flasche, Figur 2f), können Längsrillen, Gräben, an der Oberfläche entstehen, die sich vergrössern. In Figur 7 ist diese Instabilität am Beispiel einer schweren Flüssigkeit, die über eine leichte geschichtet ist, illustriert; die Rillen sind im Querschnitt gezeigt; dieses Problem ist schon von Taylor im letzten Jahrhundert behandelt worden; die Erklärung ist einfach: Wenn ein Volumen schwerer Flüs-

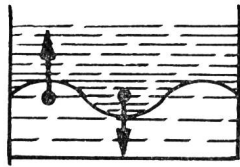


Fig. 7. Instabilität der Schichtung einer schweren über einer leichten Flüssigkeit

sigkeit nach unten bewegt wird und ein gleiches Volumen leichter Flüssigkeit um gleichviel nach oben (die beiden Volumen werden vertauscht), so ist insgesamt die potentielle Energie kleiner geworden, die Deformation aber vergrößert sich. Es ist dasselbe wie bei einer Kugel, die aus der Gleichgewichtslage auf einer Kuppe statt in einer Mulde etwas verschoben wird, sie kommt ins Rollen. Ersetzen wir die schwere Flüssigkeit durch das Plasma und die leichte durch das Vakuum mit Magnetfeld, so ist die Evidenz klar. Mit dieser Austauschinstabilität konnte man zeigen, dass auch die scheinbar stabilen Plasmen in den Spiegelmaschinen (magnetische Flaschen), wo die Teilchen sozusagen im wohldefinierten Magnetfeld aufgehängt sind, eben nicht stabil sind. Es hat den Anschein, als ob es heute noch kein stabiles irdisches Plasma genügend langer Lebensdauer gibt.

Die Bedingung der minimalen potentiellen Energie für Stabilität irgendeiner Plasmakonfiguration ist allgemeiner als die Methode der kleinen Schwingungen, die wir zuerst betrachteten; man könnte die dort besprochenen Probleme auch auf diese Weise behandeln. Im besonderen wurde mit dieser Methode gezeigt, dass Plasmagebilde mit konkaven Oberflächen stabil, solche mit konvexen Oberflächen (immer vom Plasma aus gesehen) dagegen instabil sind, dass sich also eine vorhandene Ausbuchtung vergrößert, wie die schwache Stelle eines Veloschlauches. Danach ist die magnetische Flasche (Figur 2f) im Mittelstück instabil, aber stabil in der Nähe der Flaschenhälse. Diese Erkenntnis hat zu Spiegelmaschinen geführt, bei denen das Magnetfeld durch Anordnung der Stromleiter so geformt ist, dass das Plasma nur in konkave Flächen eingeschlossen ist (Cusped Geometry, Figur 8). Man hätte diese Stabilitätsbetrachtungen auch mit dem Teilchenbild machen können.

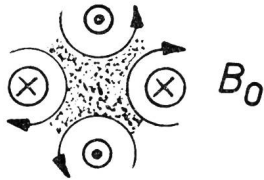


Fig. 8. Stabile Einschließung eines Plasmas durch konkaven Magnetfeldverlauf (Cusped Geometry)

Wesentlich ist bei einer sinusförmigen Anfangsstörung der Plasmaoberfläche die Ladungstrennung durch das Schwerfeld und das Magnetfeld (Figur. 2d). Dadurch entsteht ein elektrisches Feld abwechselnder Richtung längs der Oberfläche, womit nach Figur 2c eine

Bewegung beider Teilchensorten in derselben Richtung senkrecht zur Oberfläche bewirkt wird; die anfänglichen Rillen vergrößern sich also.

Strahlung

In der Einleitung wurde gesagt, dass das Plasma heiss sei und deshalb strahlt. Tatsächlich bildet die kurzwellige Bremsstrahlung den Hauptverlust der zur Aufheizung in das Plasma gesteckten Energie. Es ist deshalb wichtig, wenigstens die Haupteigenschaften kennenzulernen; sie bilden auch die wichtigste Grundlage zur Temperaturmessung des Plasmas. Diese ist ebenfalls ein Teilgebiet der Plasmadiagnostik.

Ein heisser, undurchsichtiger, nichtreflektierender Körper sendet schwarze Strahlung aus, deren Intensität, die Leistung je cm^2 Oberfläche als Funktion der Frequenz für eine bestimmte Temperatur, nach dem Planckschen Gesetz verläuft, Figur 9. Das Maximum verschiebt sich mit höheren Temperaturen nach höheren Frequenzen. Nun ist das Plasma bei

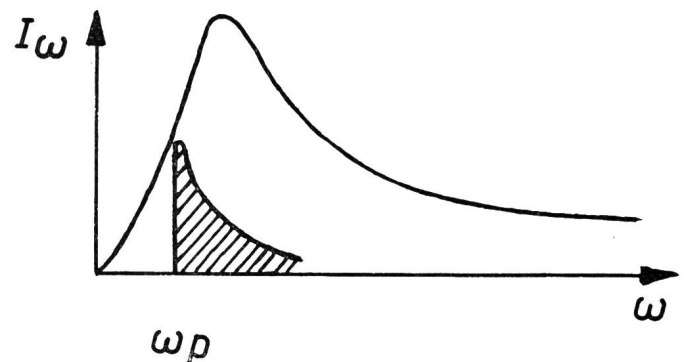


Fig. 9. Frequenzverlauf der Strahlungsintensität des schwarzen Körpers (Plancksches Gesetz). Schraffiert derjenige eines nicht schwarzen Plasmas

irdischen Ausdehnungen ebensowenig schwarz wie die farblose Bunsenflamme; denn es ist optisch dünn, das heisst durchsichtig, und bei den erreichten hohen Plasmatemperaturen bis einige 10^6 °K müssten bei schwarzer Strahlung alle Gegenstände ringsum schmelzen und verdampfen. Kosmische Plasmen wie die Sternatmosphäre sind jedoch nahezu schwarze Körper, weil trotz geringem Absorptionskoeffizient der Absorptionsweg sehr gross ist. Für Plasmen, die im Labor erzeugt werden, gibt es allerdings gewisse Bedingungen, unter denen das Plasma schwarz erscheint. Erstens zeigt die Theorie, dass das Plasma in einem engen Frequenzbereich ganz nahe der Plasmafrequenz ω_p dieselbe Strahlungsintensität wie der schwarze Körper ergibt (schraffierter Bereich in Figur 9); zweitens: wenn das Plasma in einem vollständig reflektierenden Metallgefäß eingeschlossen ist, so erscheint es auch schwarz oberhalb dieses Frequenzbereiches. Die Strahlung, welche die Öffnung in Figur 10 verlässt, hat das Plasma durch Reflexion an den spiegelnden Wänden so oft durchdrungen, dass der Absorptionsweg genügend lang ist, um es als optisch dick erscheinen zu lassen. Unter diesen

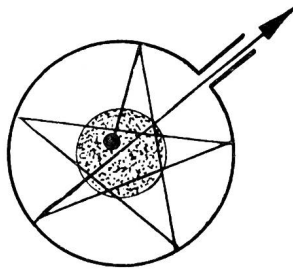


Fig. 10. Schwarzstrahlendes Plasma durch Vielfachabsorption infolge reflektierender Wände

Umständen kann die Temperatur des Plasmas durch Rauschmessungen bestimmt werden. Das Plasma verhält sich wie ein Widerstand auf der Temperatur T , der im Frequenzbereich $\Delta f = \frac{\Delta \omega}{2\pi}$ eine Rauschleistung

$$P = k T \Delta f \quad (14)$$

an einen gleichgrossen Nutzwiderstand abgibt. k ist die Boltzmannsche Konstante. Die Rauschleistung des Plasmas wird durch eine Antenne als Strahlungsleistung aufgenommen und an einem Hochfrequenzempfänger gemessen. Die Ableitung der Formel enthält die Voraussetzung, dass es sich um schwarze Strahlung im Gebiet kleiner Frequenzen (Radiowellen) handelt.

Hier ist nun die Stelle, bei der wir uns fragen müssen, welche Temperatur so gemessen wird. Im Temperaturgleichgewicht ist es gleichgültig, ob man von Strahlungstemperatur oder von der Teilchentemperatur (kinetische Energie, Anregungsenergie) spricht; sie ist für alle gleich. Wenn kein Temperaturgleichgewicht besteht, kann man meistens doch von einer Temperatur der Teilchen sprechen; sie kommt in der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung zum Ausdruck. Voraussetzung ist, dass letztere nicht durch zu grosse Abstrahlung wesentlich gestört wird. Sehr oft haben auch die verschiedenen Teilchensorten im gleichen Plasma verschiedene Temperaturen. Deshalb ist es zweckmässig, sowohl die Temperatur der leichten Elektronen als auch der schweren Ionen oder Atome getrennt zu bestimmen. Gleichung 14 ergibt nun in erster Linie die Elektronentemperatur.

Um die Temperatur der schweren Teilchen zu ermitteln, gibt es für dünne Gase und Temperaturen um 10^6 °K eine direkte Methode: die Verbreiterung der Spektrallinien durch Dopplereffekt. Infolge der thermischen Geschwindigkeit erscheint die Strahlungsfrequenz der auf den Beobachter zu bewegten Atome höher, der vom Beobachter weg bewegten tiefer. Die Form des Linienprofils ist sogar ein direkter Beweis für die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung. Bei so heissen Gasen stammen die Spektrallinien von Beimischungen schwerer Atome, die zum Unterschied von Wasserstoff nicht vollständig ionisiert sind. Man ermittelte auf diese Weise, dass im Plasma der Sonnenkorona die Elektronen und die Ionen (Atome) die gleiche Temperatur haben. Dagegen ist bei irdischen Plasmen im allgemeinen eine Verschiedenheit beider Temperaturen festzustellen.

Bei den heissen Plasmen, die zur Fusion dienen, sind die Ionen heisser als die Elektronen; bei den kalten Plasmen, wie in Leuchtstoffröhren, ist es umgekehrt. Der Unterschied kann einige Zehnerpotenzen betragen. Für die Sonnenkorona ist in *Figur 11* noch der prinzipielle Verlauf der gemessenen Rauschtemperatur für die Wellenlängen 3 cm ... 3 m aufgetragen. Die Deutung dieses Verlaufs geschieht auf Grund der Gleichung 10 und den entsprechenden Ausführungen. Die langwelligen Strahlen stammen nur von den äusseren, dünneren Schichten der Korona; die inneren, dichteren Schichten können sie wegen zu niedriger Frequenz nicht durchdringen (Cut-off). Dagegen ist dies für die kürzeren Wellen möglich. Die *Figur 11* besagt also, dass die Koronatemperatur von der Oberflächentemperatur der Sonne nach aussen bis zu einer Million Grad zunimmt.

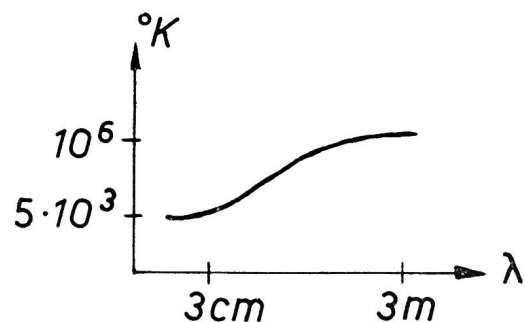


Fig. 11. Temperatur der Sonnenkorona, gemessen bei verschiedenen Wellenlängen

Wir betrachten nun noch einige Fälle, in denen die Strahlung nicht schwarz ist. Neben den niedrigen Frequenzen der Radiowellen strahlt ein heisses Plasma auch Röntgenstrahlen hoher Frequenz aus; für diese ist ein Plasma von Labordimensionen praktisch durchsichtig. Nur die dicke Schicht der Erdatmosphäre bewahrt uns vor der Verbrennung durch Röntgenstrahlen, welche die Sonnenkorona aussendet. Diese Strahlung rührt von den frei bewegten Elektronen her und hat ein kontinuierliches Spektrum, im Gegensatz zum Linienspektrum, das von den Elektronenübergängen im Atom herrührt. Wir fragen uns, welcher Mechanismus dieser Strahlung zugrunde liegt. Es ist derselbe wie in einer Antenne, bei der die Elektronen im Draht oszillieren, das heisst beschleunigte Bewegungen ausführen. Die Antennenformel für die Gesamtstrahlung P je Sekunde kann in die folgende, unserem Problem angepasste Form umgeschrieben werden, wobei e die Ladung, c die Lichtgeschwindigkeit, \dot{v} die Beschleunigung ist.

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2 (\dot{v})^2}{c^3} \quad (15)$$

Man sieht daraus sofort, dass die schweren Ionen, wegen der viel kleineren Beschleunigung, im Verhältnis zu den Elektronen, wenig zur Strahlung beitragen. Ferner versteht man nach Gleichung 15 auch, warum neuerdings für die grössten Teilchenbeschleuniger Linearbeschleuniger bevorzugt werden (100 Klystron

auf 3 km). Es fallen «nur» die Strahlungsverluste durch Beschleunigung in der Bewegungsrichtung ins Gewicht; diejenigen der Zentripetalbeschleunigung beim Zyklotron fallen weg. In einem Plasma wirken als beschleunigende Kräfte: 1. die elektrostatischen Felder; Ionen, die sich in Bahnnähe der Elektronen befinden und diese aus der geradlinigen Bahn ablenken; 2. die Magnetfelder, in denen die Elektronen Kreise beschreiben; die erste nennt man Bremsstrahlung, die zweite Zyklotronstrahlung. Manchmal gebraucht man auch für beide den Ausdruck Bremsstrahlung. Gleichung 15 ergibt die *Gesamtstrahlung*, also jene für den totalen Raumwinkel und für alle Frequenzen. In vielen Fällen interessiert man sich aber für die *differentielle Strahlung*, das heisst die Strahlung über den totalen Raumwinkel, aber in einem begrenzten Frequenzbereich; wenn beispielsweise die Feststellung der Strahlung nur in einem solchen messbar ist (Absorptionsmessung von Röntgenstrahlen) oder wenn das Absorptionsvermögen als Funktion der Frequenz berechnet werden soll (siehe nachfolgenden Text). Die Theorie ergibt so für die *Bremsstrahlung* die differentielle Strahlungsleistung im Frequenzbereich ω , $\omega + d\omega$

$$\varepsilon_{\omega} d\omega = C \cdot n_i n_e Z^2 T_e^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{h\omega}{kT_e}} d\omega \quad (16)$$

n_i , n_e sind die Ionen, beziehungsweise die Elektronenkonzentration, Z die Kernladungszahl für ein Mehrfach-Ion, T_e die Elektronentemperatur, welche die thermische Geschwindigkeit v bestimmt, h die Plancksche und k die Boltzmannsche Konstante. Eine Absolutmessung kann umgangen werden, da das Intensitätsverhältnis in zwei verschiedenen Spektralbereichen gemessen wird, woraus die Elektronentemperatur bestimmt werden kann. Weil nach Gleichung 16 die Strahlungsverluste mit Z^2 wachsen, werden durch möglichst gute Vakua, 10^{-10} mm, Verunreinigungen durch schwere Atome vermieden. Bei der *Zyklotronstrahlung* treten nun bei sehr hohen Temperaturen (~ 100 Millionen Grad Kelvin, das entspricht etwa 10^4 Elektronenvolt), einige ungewohnte Effekte auf, die wir kurz besprechen. Bei kleinen Elektronengeschwindigkeiten stellt man nur eine Strahlungsfrequenz fest, die gleich der Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{e}{m} B$ ist. Bei hohen Geschwindig-

keiten treten jedoch die harmonischen Oberwellen auf. Diese für eine rein periodische Bewegung nicht selbstverständliche Tatsache kann auf folgende Weise gedeutet werden: Bei grossen Elektronengeschwindigkeiten strahlt das beschleunigte Elektron (hier die Zentripetalbeschleunigung der Kreisbewegung) hauptsächlich in der Bewegungsrichtung in einem Winkel, der mit zunehmender Geschwindigkeit kleiner wird. Wir können also das kreisende Elektron modellmässig durch einen umlaufenden Scheinwerfer ersetzen (*Figur 12*). Ein Beobachter B stellt dann das sich in gleichmässigen Zeitabständen wiederholende Aufblitzen des Scheinwerfers fest. Diese Impulsfolge von

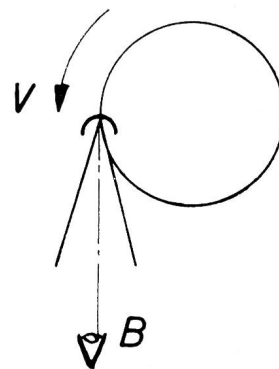


Fig. 12. Starke Vorwärtsbündelung der Strahlung eines mit grosser Geschwindigkeit im Magnetfeld kreisenden Elektrons (Scheinwerfereffekt)

Lichtblitzen kann nach einer Fourierreihe mit den harmonischen Kreisfrequenzen zerlegt werden. Das berechnete Emissionsspektrum hat etwa den Verlauf der *Figur 13*. E_{ω} ist der Emissionskoeffizient, das heisst die Strahlungsleistung je cm^3 . Die Verschmierung des scharfen Linienspektrums rührt von der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und der damit verbundenen Massenveränderlichkeit in der Gleichung für die Zyklotronfrequenz her.

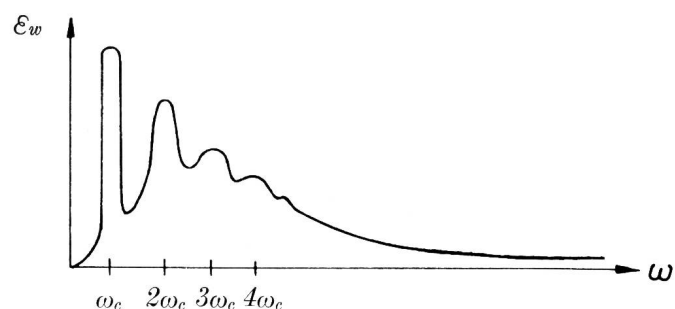


Fig. 13. Emissionsspektrum sehr schnell bewegter Elektronen in einem Magnetfeld

Diese Probleme traten zuerst beim 70-Mev-Synchrotron der *General Electric Company* auf. Sie wurden vollständig theoretisch berechnet und die Voraussage experimentell bestätigt. Es ist hier insofern ein Unterschied, als bei diesen hohen Geschwindigkeiten der Strahlungskegel nur etwa 1° Öffnung hat, so dass es «lange» bis zum nächsten Aufblitzen dauert. Man zerlegt deshalb den einzelnen Blitz nach einem Fourierintegral mit einem kontinuierlichen Frequenzspektrum. Die Grenzfrequenz ist in grober Abschätzung gleich dem reziproken Wert der Blitzdauer, und letzterer ist in einfacher Weise durch den Öffnungswinkel des Strahlungskegels, die Geschwindigkeit und den Radius der Kreisbahn bestimmt. Die Rechnung ergab, dass Frequenzen auftreten, die im optisch sichtbaren Gebiet liegen, trotzdem die Umlauffrequenz der Elektronen im Magnetfeld 10^7 mal kleiner ist. Diese Methode wurde dann auf die Untersuchung der Strahlung des Crabb-Nebels angewandt. Sie hat ein kontinuierliches Spektrum und ist ziem-

lich stark polarisiert. Ein kontinuierliches Spektrum wird nur von einer glühenden dichten Masse (Stern) emittiert und ein Linienspektrum von einem Gas. Weil der Crabb-Nebel ein diffuses Gebilde, also sicher kein glühender Stern ist, vermutet man, dass er wegen der eben erwähnten Eigenschaften seiner Strahlung eine kosmische Synchrotronmaschine darstellt. Man hat damit auch ein Modell für die Erzeugung der heute sehr aktuellen kosmischen Radiostrahlung. Die Polarisationssebene des linear polarisierten Lichtes ist identisch mit der Bahnebene der kreisenden Elektronen; das Magnetfeld müsste also senkrecht dazu stehen. Dafür hat man beim Crabb-Nebel Andeutungen in einer faserigen Struktur, die senkrecht

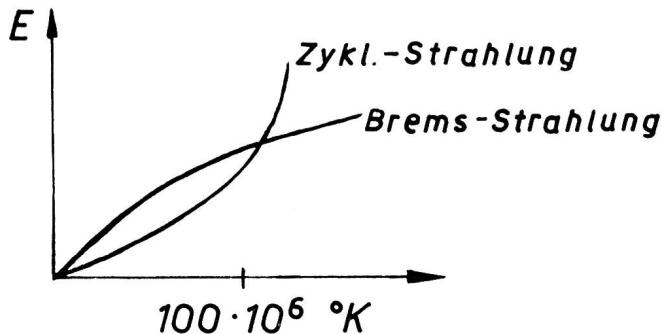


Fig. 14. Vergleich der Zyklotronstrahlungsverluste mit den Bremsstrahlungsverlusten; bei hohen Temperaturen $> 100 \cdot 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$ überwiegen erstere

zur Polarisationsrichtung orientiert ist und als eingefrorenes Magnetfeld in den hochionisierten Gasen interpretiert wird. Die Geschwindigkeiten der Elektronen sind sehr gross; jedes Elektron leuchtet nur in der kurzen Zeit seiner Bewegung in Beobachterrichtung. Man hat auf ein Magnetfeld von etwa 10^{-3} Gauss geschlossen.

Doch nun noch einmal zu den terrestrischen Plasmen. Wir betonten schon in der Einleitung, dass die kurzwellige Strahlung die Hauptverluste bei einer Fusionsmaschine bildet; weil die Absorption für diese im Plasma sehr klein ist. Eine Gegenüberstellung der Bremsstrahlung und der Zyklotronstrahlung zeigt etwa den schematischen Verlauf in *Figur 14* mit wachsender Temperatur (beide als Gesamtstrahlung über alle Frequenzen. Bei $100 \cdot 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$ übersteigen die Zyklotronstrahlungsverluste die Bremsstrahlungsverluste. Die Bremsstrahlung liegt im Gebiet der Röntgenstrahlung, die Zyklotronstrahlung bei den in Frage kommenden Magnetfeldern im mm-Wellenbereich. Der Verlust der letzten kann deshalb durch spiegelnde Flächen, wie in *Figur 10*, verhindert werden.

Wir betrachten nun noch die Berücksichtigung der Absorption. Die bisherigen Erläuterungen über die nichtschwarze Strahlung betrafen die Ausstrahlung der Elektronen, die sich nach den Gesetzen der Elektrodynamik berechnen lässt; die Absorption der Strahlung auf ihrem Weg durch das Plasma war dabei nicht berücksichtigt. Wenn man aber wirklich wissen will, wieviel Strahlungsenergie das Plasma

verlässt und in welcher Weise diese von der Ausdehnung des Plasmas abhängt, muss sie berücksichtigt werden.

Das geschieht unter Heranziehung des Kirchhoffschen Satzes aus der Thermodynamik, der hier zweimal angewendet wird, und zwar für die spektrale Energieverteilung, weil die Absorption sehr von der Frequenz abhängig ist. Erstens hängen der Emissionskoeffizient ϵ_ω (Strahlungsleistung je cm^3), der Absorptionskoeffizient α_ω (absorbierte Leistung je cm^3) und die schwarze Strahlungsleistung I_ω nach Kirchhoff folgendermassen zusammen:

$$\epsilon_\omega = \alpha_\omega I_\omega \quad (17)$$

ϵ_ω ist die vorhin erwähnte elektrodynamisch berechnete Strahlungsleistung, zum Beispiel nach *Figur 13* oder Gleichung 16. I_ω ist die Plancksche Strahlungsleistung des schwarzen Körpers (*Figur 9*). Aus diesen beiden als Funktion der Temperatur bekannten Grössen kann α_ω berechnet werden.

Aus dem so bestimmten Absorptionskoeffizienten α_ω kann das Absorptionsvermögen eines Plasmas mit der Ausdehnung a berechnet werden, dieses ist

$$A_\omega = (1 - e^{-a \alpha_\omega}) \quad (18)$$

Man denke an eine unendlich grosse Scheibe der Dicke a , welche von einer elektromagnetischen Welle durchsetzt wird, *Figur 15*. Man sieht aus Gleichung 18, dass es nur auf ein genügend grosses Produkt $a \alpha_\omega$ ankommt, um das Absorptionsvermögen nahezu 1, das heisst das Plasma schwarz zu machen. Natürlich ist im Fall des emittierenden Plasmas die Distanz jedes Kubikzentimeters von der Oberfläche zu berücksichtigen.

Die zweite Anwendung des Kirchhoffschen Satzes ergibt nun aus dem so bestimmten Absorptionsvermögen das frequenzabhängige Emissionsvermögen E_ω des ganzen Plasmas für eine vorgegebene Temperatur (welche in I_ω und E_ω beziehungsweise in α_ω vorkommt)

$$E_\omega = A_\omega I_\omega \quad (19)$$

wobei I_ω wieder die Strahlungsintensität des schwarzen Körpers ist.

Es sei hier bemerkt, dass es noch eine zweite Methode gibt, um zum gleichen Ziel zu gelangen, wobei der Kirchhoffsche Satz nur einmal verwendet wird. Man berechnet wie im Abschnitt 2b die frequenz-

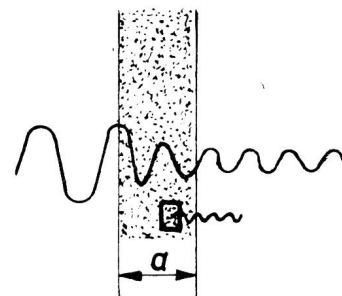


Fig. 15. Erläuterung zur Berechnung des Absorptionsvermögens eines Plasmas

abhängige Dämpfung (das heisst damit den Absorptionskoeffizienten α_ω) einer elektronenmagnetischen Welle mit dem Ansatz Gleichung 8. (Die Dämpfung ist durch den elektrischen Widerstand bzw. die Stosszahl ν je Sekunde Gleichung 5, bestimmt.) Daraus kann das Absorptionsvermögen A_ω für ein Plasma der Dicke a berechnet und schliesslich mit Kirchhoff, Gleichung 19, das Emissionsvermögen E_ω ermittelt werden.

Mit diesen Methoden (hauptsächlich der ersten) wurden zwei Untersuchungen betreffend die Emission der Zyklotronstrahlung von heissen Plasmen gemacht; erstens für die Radiostrahlung der kosmischen Punktquelle A-Cassiopeia und der Sonnenkorona, zweitens für ein irdisches Fusionsplasma. Voraussetzung ist die Kenntnis der Stärke des Magnetfeldes. Für die kosmische Strahlung wurde berechnet, dass das Absorptionsvermögen bis etwa zur vierten Harmonischen der Zyklotronfrequenz nahezu 1 ist, dass also diese Frequenzen, welche im Innern des Plasmas entstehen, eingeschlossen bleiben und das

Plasma aufheizen. Nur die Oberfläche strahlt diese Frequenzen als schwarze Strahlung der entsprechenden Temperatur ab. Für die höheren Frequenzen fällt das Absorptionsvermögen rasch ab, das heisst sie durchdringen und verlassen das Plasma ohne vorherige Aufheizung als sichtbare Strahlung. Für ein irdisches Fusionsplasma ($\sim 10^8^\circ\text{K}$) ergibt die entsprechende Berechnung, dass die Dimension weit über Laborgrösse hinausgehen müsste, um die Strahlungsverluste durch Selbstabsorption zu vermeiden; deshalb die spiegelnden Umhüllungsflächen, welche zum Glück bei diesen Wellenlängen wirksam sind.

Es war auch hier so, dass zuerst das astrophysikalische Problem behandelt wurde, und derselbe Forscher hat seine Methode später auf irdische Fragen im gleichen Zusammenhang angewandt. Wir wollen mit dieser Bemerkung schliessen, die noch einmal etwas von den faszinierenden Zusammenhängen äusserlich so weit entfernter Gebiete vermittelt.

Adresse des Autors: Dr. Fritz Lüdi, i. Fa. AG Brown, Boveri & Co., Baden/AG

B. Elschner, Genf

621.375.9.029.6
621.375.9.029.6:535-2

MASER und LASER, ihre physikalischen Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten

Wenn man an die mit Röhren ausgeführten Verstärker denkt, so wird die Verstärkung einer einlaufenden elektromagnetischen Welle dadurch erreicht, dass freie Elektronen in einem elektrischen Feld, etwa zwischen Kathode und Gitter, beschleunigt oder abgebremst werden. Der Verstärkung sehr schwacher Signale ist dabei durch das unvermeidliche Rauschen eine Grenze gesetzt. Dieses Rauschen kann verschiedene Ursachen haben; schliesslich sind diese aber immer darauf zurückzuführen, dass die elektrische Ladung eine «körnige Struktur» hat.

Man charakterisiert das Rauschen oft durch die mittlere Rauschleistung L_R und erhält dafür bei einem Widerstand $L_R = 4 kT \Delta f$. Bei einem Empfänger mit der Bandbreite Δf ist es nützlich, seine effektive Rauschtemperatur T^* einzuführen, die man wie folgt definiert: Man betrachtet die Rauschleistung L_R am Ausgang des Verstärkers bei zunächst kurzgeschlossenem Eingang. Darauf führt man dem Verstärker am Eingang eine Rauschleistung $kT^* \Delta f$ zu, die so gross ist, dass am Ausgang die Rauschleistung $2 L_R$ erscheint. T^* kann unter Umständen viel grösser als die Raumtemperatur sein. Für übliche Mikrowellenempfänger, die mit Kristalldioden ausgerüstet sind, erhält man experimentelle Werte für $T^* \approx 10^3 \dots 10^4^\circ\text{K}$.

Seit 1954 kennt man nun eine Möglichkeit, Mikrowellen zu verstärken [MASER = Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation.] [1],

[2]. Der wesentliche Unterschied zum alten Verstärkungsprinzip besteht darin, dass nicht mehr die Wechselwirkung zwischen freien Elektronen und elektromagnetischen Wellen, sondern dass jetzt die Wechselwirkung zwischen diesen Wellen und Atomen oder Molekülen ausgenutzt wird. Der Primärakt der Verstärkung wird hier ins Atom-(Molekül-)Innere verlegt.

Atome und Moleküle können durch ihre stationären Energie-Zustände $E_0; E_1; E_2$ usw. charakterisiert werden (Fig. 1). Dabei gilt für die Energieabstände der Elektronenterme im Atom oder Molekül im allgemeinen $\Delta E = (E_k - E_i) \gg kT_0$. Für die Energieabstände ΔE der Schwingungs- oder Rotations-

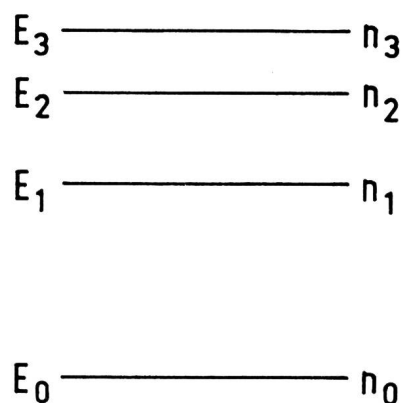


Fig. 1. Energie-Niveauschema eines Atomes (n_i = Besetzungszahl)