**Zeitschrift:** Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

**Herausgeber:** Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe

**Band:** 33 (1955)

**Heft:** 2

**Artikel:** Zur Darstellung physikalischer Grössen in Formeln, Tabellen und auf Koordinatenachsen

**Autor:** Glinz, C.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-874219

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 10.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

Nº 2 - BERN, 1. II. 1955 - JAHRGANG - ANNÉE - ANNO XXXIII

TECHNISCHE MITTEILUNGEN

BULLETIN TECHNIQUE

PTT

BOLLETTINO TECNICO

Herausgegeben von der Schweizerischen Post-, Telegraphen- und Telephonverwaltung. Publié par l'administration des postes, télégraphes et téléphones suisses. Pubblicato dall'amministrazione delle poste, dei telegrafi e dei telefoni svizzeri

# Zur Darstellung physikalischer Grössen in Formeln, Tabellen und auf Koordinatenachsen

Von *C. Glinz*, Genf

53.081

**Zusammenfassung.** *Diese Arbeit versucht, zur Darstellung physikalischer Grössen einige einfache Regeln und Grundsätze aufzustellen, welche, ganz auf den Boden der Praxis gestellt, mithelfen könnten, den gegenwärtigen Unsicherheitszustand zu beseitigen. Sie richtet sich in erster Linie an jene Verfasser von technischen Artikeln, welche die höhere Mathematik nicht als Hauptfach beherrschen.*

*Im ersten Hauptabschnitt, «Grundlagen», werden die Begriffe Grösse, Masszahl und Einheit und ihre gegenseitigen Beziehungen besprochen. Die beiden gegensätzlichen Parteien, wonach Symbole als Grössen oder nur als Masszahlen aufzufassen seien, werden nach Möglichkeit gleichberechtigt behandelt. Einige einfache Beispiele werden für den Begriff der Dimension erwähnt. Ein weiterer Abschnitt behandelt die Sondereinheiten, besonders Prozent, Dezibel und Neper.*

*Der zweite Hauptabschnitt, «Normen und Regeln», behandelt Einzelfragen der Schreibweise und des Druckes, wie kursive und senkrechte Typen, Klammern verschiedener Formen und Bedeutungen, das Zeichen ≙ (entspricht), einige orthographische Regeln für die Einheiten und die Potenzvorsilben.*

*Im dritten Hauptabschnitt, «Anwendungen», erfolgt die Zusammensetzung aller Einzelteile zu den eigentlichen physikalischen Gleichungen für Einheiten, Grössen und Masszahlen. Die bis heute nicht sehr verbreiteten zugeschnittenen Grössengleichungen werden ausführlich erklärt. Scharf verworfen werden die sogenannten Mischgleichungen, und zwar mit Einwänden sowohl von seiten der Grössenauffassung als auch von seiten der Masszahlenauffassung der Symbole. Zahlreiche Originalbeispiele aus der Literatur sind mit Abänderungsvorschlägen versehen worden. Die Besonderheiten zur Darstellung in Tabellen und auf Koordinatenachsen kommen ebenfalls zur Sprache.*

*Die drei wichtigsten Darstellungsarten werden zum Schluss nochmals mit ihren Vor- und Nachteilen zusammengestellt. Es wird betont, dass alle drei Arten ihre Berechtigung haben. Die Wahl ist freigestellt, jedoch ist es unerlässlich, einen einmal bezogenen Standpunkt nicht mehr zu verlassen und die drei Schreibweisen sauber und konsequent auseinanderzuhalten.*

**Résumé.** *Dans ce travail, l'auteur tente d'établir quelques règles et principes simples, fondés sur la pratique, et qui pourraient aider à supprimer l'insécurité régnant actuellement dans la représentation des grandeurs physiques. Il s'adresse en premier lieu aux rédacteurs d'articles techniques qui ne se sont pas particulièrement spécialisés dans les hautes mathématiques.*

*Le premier chapitre «Principes» traite des notions de grandeur, mesure et unité et de leurs relations. Deux opinions contraires y sont exposées avec le maximum d'objectivité, à savoir: les symboles doivent-ils être considérés comme grandeurs ou seulement comme mesures? Quelques exemples simples rappellent la notion de dimension. Un autre paragraphe mentionne les unités spéciales, en particulier le pour-cent, le décibel et le néper.*

*Le deuxième chapitre «Normes et Règles» fait état des questions d'écriture et d'impression, des caractères italiques et droits, des différentes formes de parenthèses et de leurs significations, du signe ≙ (correspond à), de quelques règles d'orthographe pour les unités et les préfixes des multiples et sous-multiples d'unités.*

*Le troisième chapitre «Applications» montre la façon de réunir ces différents éléments pour composer les équations physiques elles-mêmes, c'est-à-dire celles aux grandeurs, aux unités et aux mesures. Les équations aux grandeurs adaptées, assez peu répandues jusqu'ici, sont expliquées en détail. Les équations mixtes sont énergiquement critiquées, car on peut faire valoir des objections aussi bien dans le cas des symboles considérés comme grandeurs que dans le cas des symboles considérés comme mesures. De nombreux exemples véridiques, extraits de publications, sont accompagnés de propositions de modifications. Les particularités des représentations sous forme de tableaux et de graphiques sont également discutées.*

*Les trois principaux modes de représentation: équations de grandeurs, de grandeurs adaptées, de mesures, sont exposés encore une fois à la fin de l'article, avec leurs avantages et leurs inconvénients. L'auteur insiste sur le fait que tous trois ont leur raison d'être. Le choix est libre, mais une fois fait, il est indispensable de s'y tenir et de ne pas mélanger les trois modes de notation.*

## 1. Vorwort

Über die Darstellung physikalischer Grössen und Einheiten in Formeln und Figuren wurde, von sehr gegensätzlichen Standpunkten aus, bis heute bereits so vieles geschrieben und gesprochen, dass es im ersten Moment müssig erscheinen mag, darüber einen weiteren Beitrag zu veröffentlichen.

Die Erfahrung lehrt, dass sehr viele Leute sich schon vom Titel einer solchen Publikation abschrecken lassen und sie meistens ungelesen beiseite legen, besonders in jenen Fällen, wenn die Arbeiten sehr abstrakt

und «von hoher Warte aus» geschrieben worden sind, um auch gegen grundsätzliche, theoretische Angriffe hieb- und stichfest zu sein. Deshalb wird im folgenden versucht, *vom Standpunkt der Praxis aus* einige einfache Hauptsätze und Regeln zu besprechen und an Hand von vielen Beispielen aufzuzeigen, welche Darstellungsarten empfehlenswert und welche abzulehnen sind. Dieser Aufsatz verlangt keine besonderen mathematischen Vorkenntnisse, sondern möchte *im Sinne eines Ratgebers* jenen Verfassern technischer Arbeiten helfen, die bei der Schreibweise physikalischer Gleichungen ein leises, vielleicht auch nur unbewusstes Unbehagen empfinden.

Bereits an dieser Stelle soll auf die ausgezeichnete Publikation Nr. 192, «*Regeln und Leitsätze für Buchstabensymbole und Zeichen*» [4] des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV) hingewiesen werden. Darin werden die Ingenieure und Physiker aufgerufen, für die gleiche Grösse und die gleiche Einheit immer und überall die selben Buchstabensymbole zu verwenden, die in den anschliessenden Listen zusammengestellt und kommentiert sind. Auswahl und Erklärung dieser Symbole bilden also das Schwergewicht der Veröffentlichung [4]. Gewissermassen als Ergänzung dazu versucht die vorliegende Arbeit als Hauptthema die Zusammensetzung dieser Symbole zu ganzen Gleichungen und die Darstellung in Formeln, Tabellen und auf Koordinatenachsen zu behandeln. Diese Regeln und Hauptsätze gelten anderseits ganz unabhängig vom gewählten Maßsystem. Aus diesem Grunde wird hier weder auf die Rationalisierung noch auf die Einführung des Giorgi-Systems eingegangen.

Da die Auswahl und die Darstellung von Symbolen und Zeichen eng miteinander verknüpft sind, sei es uns gestattet, einige Gedanken aus dem Vorwort der Publikation [4] zu wiederholen.

Die Forderung nach genormten Symbolen und Zeichen ist in allen Ländern unbestritten. Leider existiert dazu der Widerspruch, dass alle Anstrengungen, beschlossene Normen auch wirklich überall anzuwenden, allzuoft von den Fachleuten nicht ernst genommen werden, ja dass alle, die sich damit befassen, für Leute gehalten werden, die nichts Besseres zu tun haben.

Wer aber am Versuch mithilft, etwas Ordnung in ein Chaos zu bringen, tut dies bestimmt nicht aus einem schulmeisterlichen Dünkel heraus in der Meinung, er sei klüger als die andern. Er steht vielmehr vor der schmerzlichen Feststellung, wieder einmal stundenlang Zeit verschwendet zu haben, um irgendeine Formel eines beliebigen Maßsystems in einer ausgefallenen Schreibweise nachzurechnen, zu verstehen oder sogar anwenden zu wollen. Der eigentliche Sinn einer «Veröffentlichung» liegt doch wohl im Wunsche des Verfassers, einer andern Person etwas Wesentliches mitzuteilen. Geschieht dies aber in einer gemeinhin unverständlichen Form und Ausdrucksweise, so ist es sicher schade um die beiderseits aufgewendete Mühe.

Gewiss, wer zeitlebens nur ein einziges Lehrbuch konsultiert, kennt diese Sorgen nicht, denn er hat sich schon längst an die Eigenheiten seines Lieblingsschriftstellers gewöhnt. Alle andern aber, welche aus mehr als einer Quelle schöpfen möchten, sind sich, bei ehrlicher Stellungnahme, darin einig, dass durch klare Sprache, Formeln und Abbildungen das Verständnis des Textes gefördert wird, dass mehr Zeit und Energie für wichtigere Unternehmen übrigbleibt, als wenn in langwierigen Diskussionen läppische Missverständnisse zu beheben sind.

Heute beschäftigen sich verhältnismässig mehr Menschen mit den exakten Naturwissenschaften als in früheren Jahrhunderten. Damals galten diese Kenntnisse als Geheimwissenschaften; die Ausdrucksweise war denn auch nur Eingeweihten verständlich, die anderseits über unbeschränkte Zeit zum Studium verfügten. Die heute bereits vorhandene Literatur ist nun aber so umfangreich, der Überblick über ein einzelnes Wissensgebiet bereits so schwer, dass man keine Zeit zur Entzifferung skurriler Texte ver-(sch)wenden sollte. Heute geht es nämlich nicht mehr darum, ägyptische Traumbücher in einer Geheimsprache für einen kleinen Kreis zu publizieren!

Es ist unbestritten, dass jeder wissenschaftliche Autor das Recht hat, seine eigene Schreibweise anzuwenden und zu rechtfertigen. Niemand könnte ihm dies verbieten, und niemand wollte deshalb über ihn oder sein Werk ein Urteil fällen.

Die im folgenden ausgewählten Beispiele aus Texten und Gleichungen deuten aber unmissverständlich darauf hin, dass die Palette reichlich bunt ist. Da keinesfalls die Absicht besteht, jemanden blosszustellen oder gar zu beleidigen, sind die Beispiele ohne Quellenangabe angeführt. Zudem fehlt uns jede Kompetenz, in juristischer Schärfe eine bestimmte Darstellung als «richtig» oder «falsch» zu beurteilen. So will auch nicht behauptet werden, die zugefügten Abänderungsvorschläge seien die einzig richtigen.

Dass es aber in der heutigen Praxis so viele Darstellungsarten gibt, lässt den Schluss zu, einige einfache Regeln und Normen würden für manche Autoren eine willkommene Hilfe sein. Jenen andern aber, den Sattelfesten, bietet dieser Aufsatz nichts Neues.

## 2. Grundlagen

### *2.1 Mathematische Grössen*

Die Bausteine, mit welchen die Mathematik arbeitet, sind entweder genau bestimmte Werte aus der Zahlenreihe:

$$1,\ 2,\ 100,\ -27,\ \tfrac{3}{4},\ 0{,}278,\ \mathrm{i},\ \pi,\ \mathrm{e}$$

oder unbestimmte, allgemeine Buchstabensymbole, die einen konstanten oder variablen Wert darstellen können:

$$a,\ b,\ C,\ D,\ F,\ Q,\ x,\ y,\ z.$$

Die Verknüpfung aller dieser Werte in den mathe-

matischen Gesetzen wird selten in ganzen Worten und Sätzen, sondern meistens in *Stenogrammform durch Formeln* ausgedrückt, und zwar mit Hilfe einer weiteren Gruppe von Symbolen:

$$= \quad + \quad - \quad \cdot \quad : \quad /$$

$$\sqrt{\phantom{x}}, \ \sin, \ \log, \ \frac{d}{dx}, \ \text{usw.}$$

Es ist selbstverständlich, dass zum voraus abgemacht werden muss, welche Bedeutung alle diese Buchstabensymbole und Zeichen haben sollen. Ist diese Bedingung erfüllt, so lassen sich mit diesen Bausteinen unzählige Kombinationen herstellen. Einfache mathematische Ausdrücke sind:

*Beispiel 1:*

$$\begin{aligned} 2+2 &= 4 \\ 100-27 &= 73 \\ a \cdot b &= c \\ F/Q &= \sigma \\ x^3 &= 27 \\ y &= \sqrt{z} \end{aligned} \tag{1}$$

Als höhere Operationen gelten:

$$\log 24$$
$$\sin 40^0$$
$$y' = \frac{dy}{dx}$$

In den meisten Fällen bedeuten alle diese *mathematischen Grössen abstrakte, reine Zahlen.* Sie besitzen, im Gegensatz zu den physikalischen Grössen (vgl. Abschnitt 2.2), *keine Dimension* und *keine Einheit.*

Ausnahmen kommen in der Geometrie vor, wo das Symbol $a^2$ eine Fläche, das Symbol $a^3$ ein Volumen darstellen kann, oder in der Vektoranalysis, wo die mathematischen Grössen neben ihrem absoluten Betrag noch zusätzliche Eigenschaften, wie Richtung, Drehsinn usw., besitzen. Aber auch hier stösst man nur selten auf andere Dimensionen als auf räumliche.

### *2.2 Physikalische Grössen*

Auch die physikalischen Gesetze werden meistens stenographisch durch Buchstabensymbole und Zeichen ausgedrückt. Im Unterschied zur abstrakten Arithmetik und Algebra sind aber die physikalischen Grössen in den allermeisten Fällen *keine reinen Zahlen*, sondern *sie führen noch eine ganz bestimmte Einheit mit sich.* Physikalische Grössen sind *benannte* oder *dimensionsbehaftete Zahlen*, schreibt *Landolt* [1]. Einfache physikalische Ausdrücke sind:

*Beispiel 2:*

$$\begin{aligned} s &= 100 \text{ m} \\ v &= 80 \text{ km/h} \\ U &= 220 \text{ V} \\ I &= 2 \text{ A} \end{aligned} \tag{2}$$

Die genauen theoretischen Grundlagen für das Rechnen mit dimensionsbehafteten physikalischen Grössen stammen aus der Gruppentheorie. Zum praktischen Arbeiten mit den Symbolen braucht man jedoch, ganz im Gegensatz zur landläufigen Auffassung, *keine Kenntnis* der höheren Mathematik. Es genügt, wenn man sich an einige elementare Regeln hält, die im folgenden ausführlich besprochen werden sollen.

### *2.3 Physikalische Messungen*

Bei physikalischen Messungen lassen sich zwei grosse Hauptarten unterscheiden, nämlich:

— die *Abzählung einer Menge* von Gegenständen oder Ereignissen,

— der *Vergleich einer Grösse* mit einer normierten Grösse derselben Gattung, einer sogenannten *Masseinheit.*

Die Abzählung einer Menge, sei es in der Statistik, der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Radioaktivität usw., liefert als eindeutiges Ergebnis eine reine, dimensionslose Zahl.

*Beispiel 3:* Beim Kern des Heliumatoms beträgt die Zahl der Protonen $n_P = 2$, die Zahl der Neutronen $n_N = 2$. (3)

Auf der andern Seite hängt das Ergebnis des Vergleichs notwendigerweise von der getroffenen Wahl für die Norm, die Masseinheit, ab. Messen mehrere Personen die Spannweite einer Brücke mit verschiedenen Maßstäben, so ist das Ergebnis jeder einzelnen Messung an und für sich erst richtig, wenn die verwendete Norm, das heisst die zugehörige Einheit, deutlich beigefügt wird.

*Beispiel 4:*

$$\begin{aligned} \text{Spannweite } s &= 100 \text{ m} \\ &= 10\,000 \text{ cm} \\ &= 0{,}1 \text{ km} \\ &= 328{,}1 \text{ Fuss} \\ &= 0{,}054 \text{ Meilen} \\ &= 167 \text{ Ellen} \end{aligned} \tag{4}$$

Jedermann ist überzeugt, sein Resultat sei richtig, er habe sicherlich ganz genau gemessen. Wir erkennen beim Betrachten der verschiedenen Messergebnisse für die gleiche Brückenspannweite, dass eine physikalische Grösse ohne die Angabe ihrer bestimmten zugehörigen Einheit gar nicht «fertig» und eindeutig definiert ist, sondern etwas recht Halbbatziges und Unvollständiges darstellt. Die Angabe der *Einheit* ist genau so wichtig wie die Angabe der *Zahl*, des *Betrages.* Schreibt man die Messergebnisse wie folgt:

*Beispiel 4 (falsch):*

$$\begin{aligned} s &= 100 \\ &= 10\,000 \\ &= 0{,}1 \\ &= 328{,}1 \\ &= 0{,}054 \\ &= 167 \end{aligned} \tag{4f}$$

so lässt sich mit einem solchen Resultat recht wenig anfangen – mit der Ausnahme, man habe zum voraus, im eingeweihten kleinen Kreis, die verwendete Masseinheit abgemacht. Beim Betrachten der Formeln (4f) lässt sich, ohne Kenntnis einer solchen Abmachung, die fehlende Einheit nicht erraten.

Der Grundsatz, die Einheit deutlich anzugeben, wird auf andern Gebieten, etwa bei Geld, spielend leicht befolgt. Offeriert nämlich ein Arbeitgeber eine Stelle mit einem Gehalt («kaufmännische Grösse») von 200, so erkundigt sich jeder Interessent sofort danach, ob es sich um Dollars oder Schweizer Fran-

ken, für die Arbeit einer Woche oder eines Monats handle.

### *2.4 Die Verbindung von Masszahl und Einheit*

Die vollständige Schreibweise mit der zugehörigen Einheit, gemäss Beispiel 4, ist auf dem guten Weg zur allgemeinen Anerkennung. Dagegen bestehen in der *Auffassung* der Symbole zwei entgegengesetzte Parteien. *Landolt* [1] schreibt darüber:

«Nach der *einen* Auffassung stellt der *ganze* Ausdruck

$$s = 100\ \mathrm{m} \tag{4}$$

eine Gleichung dar. Was auf der linken Seite des Gleichheitszeichens steht, ist der rechten Seite gleich. Diese enthält die *Masszahl* oder den *Zahlenwert* 100 und die *Einheit* m (Meter). Das aus diesen beiden Teilen zusammengesetzte Ganze nennt man *physikalische Grösse* oder *benannte Zahl.*

Nach der *andern* Auffassung stellt im Ausdruck (4) lediglich der Teil

$$s = 100$$

die Gleichung dar; der restliche Teil «m» ist nur eine neben die Gleichung geschriebene Bemerkung.....

Beide Parteien sind sich aber darin einig, dass man so rechnen kann, *als ob* eine Grösse das Produkt aus ihrer Masszahl und ihrer Einheit wäre.»

Vom Standpunkt der *zweiten* Auffassung aus ist folgende Schreibweise als richtig anzusehen:

*Beispiel 5:* Es fliesst eine Stromstärke $I$ A, es herrscht eine Temperatur $T$ °C (5 M)

Denn diese Partei betrachtet die Einheiten «A» und «°C» nur als beigefügte Bemerkungen. Da in dieser Gleichung die kursiv geschriebenen Symbole $I$ und $T$ als Masszahlen anzusehen sind, enthält die Gleichungsnummer den Zusatz «M» (vgl. auch Abschnitt 4.4).

Die von beiden Parteien anerkannte Hauptsache besteht darin, dass man Grössen- und Einheitensymbole wie die allgemeinen Zeichen der Algebra behandeln darf. Man darf sie beliebig miteinander multiplizieren und durcheinander dividieren. Selbstverständlich darf man nur Grössen addieren und subtrahieren, deren Einheiten übereinstimmen. Anderseits sind als Exponenten nur reine Zahlen zugelassen:

$$s^2,\quad \sqrt{v},\ I^2,\ \sqrt{P}$$

Ausdrücke wie

$$s^v,\ N^I,\ \log s,\ \sin v$$

sind sinnlos, sofern diese Buchstaben dimensionsbehaftete Grössen darstellen.

Als Grundlage und wichtigstes Gesetz für die folgenden Ausführungen gilt für uns

**Hauptsatz 1:**
**Physikalische Grösse = Masszahl mal Einheit.**

In deutschen Quellen, z. B. [2], wird an Stelle des Ausdruckes *Masszahl* der Begriff *Zahlenwert* benützt; an andern Orten nennt man die Verbindung von Masszahl und Einheit auch ein *symbolisches Produkt.*

### *2.5 Die Rangfolge der beiden Partner*

Es ist müssig, zu diskutieren, ob die Masszahl oder die Einheit an und für sich das wichtigere Element sei. Ein Beispiel aus einem ganz anderen Lebensgebiet passt überraschend gut zur Beschreibung der Rangfolge: In einer rechten Ehe ist die Diskussion sinnlos, ob Mann *oder* Frau die wichtigere Person sei. Der Sinn der Ehe ergibt sich erst *durch die Verbindung zweier verschiedener Wesen gleichen Ranges, aber mit verschiedenen Aufgaben.* In gleicher Weise haben Masszahl und Einheit verschiedene Aufgaben zur vollständigen Beschreibung einer physikalischen Grösse. Gleichung (4) gibt den Tatbestand nicht vollständig wieder, wenn man setzt:

$$s = 100$$

selbst dann nicht, wenn man weiss, dass der kursive Buchstabe $s$ das Symbol der Brückenspannweite (Weglänge) ist. Die Einheit lässt sich nicht erraten. Erst das beigefügte Symbol «m» verhilft der Aussage (4) zu ihrer vollen Geltung. Die beiden Elemente sind so stark miteinander verkoppelt, dass zur eindeutigen Bestimmung einer physikalischen Grösse unbedingt und ausnahmslos beide Partner anwesend sein müssen.

**Hauptsatz 2: Beide Faktoren des Produkts «Masszahl mal Einheit» sind gleichwertig, gleichrangig und von gleichem Gewicht.**

Über die Schreibweise des Partners «Masszahl» braucht man kaum lange zu sprechen. Anders steht es mit der Darstellung des Partners «Einheit», dem so oft nicht eine Partnerrolle, sondern nur eine Stiefkindrolle zukommt. Da die Einheit im gleichen Rang steht wie die Masszahl, setze man sie *auf gleiche Höhe daneben.* Man soll sie weder tiefer stellen, erniedrigen (wie etwa einen unbedeutenden Index, einen Zusatz, eine Bemerkung), noch soll man sie höher stellen, überbetonen (im Sinne einer Potenz).

*Beispiel 6:* $f = 764$ kHz, $P = 150$ kW (6)

*Beispiel 6 (falsch):* $f = 764^{\mathrm{kc./s}}$, $P = 150_{\mathrm{kW}}$ (6f)

Eine allseits anerkannte Ausnahme, aber nicht im Sinne einer Potenz, bildet das Symbol der Einheit «Grad» als Bogen- oder Temperaturmass in Form eines hochgesetzten °:

$$\alpha = 30^{\circ},\quad T = 273\ {}^{\circ}\mathrm{K}$$

Ebenfalls nicht unter diese Regel fallen Symbole der Differentialrechnung (y''), der Tensorrechnung, der Atomphysik ($Na^{23}_{11}$) usw.

### *2.6 Zum Begriff der Dimension*

Es ist wohl nur mit Hilfe der höheren Mathematik möglich, den Begriff der Dimension erschöpfend zu deuten, so dass die meisten Publikationen darüber für Aussenstehende sehr schwer «verdaulich» sind. Aber auch hier genügt in den meisten praktischen Fällen die Kenntnis einiger einfacher Regeln und Ausdrucksweisen.

Man sagt, im Zusammenhang mit Beispiel (4), die Spannweite $s$ habe die *Dimension einer Länge*. Dafür wird folgende symbolische Schreibweise empfohlen:

*Beispiel 7:* $\dim s = L$ (7)

In Worten: Die Dimension der Spannweite $s$ ist eine Länge.

Es bestehen keine Normen, ob für das Symbol $L$ eine grosse oder kleine Type, in senkrechter oder schräger Schrift, vorzuziehen sei.

Wie wir an Beispiel (4) sehen, existieren für die Messung einer Länge eine *ganze Anzahl Längeneinheiten*, nämlich Meter, Zentimeter, Kilometer, Fuss, Meilen, Ellen usw. Im allgemeinen Fall *kann* man frei unter diesen Einheiten wählen. Im Einzelfall *muss* man eine bestimmte Einheit wählen, um die zugehörige Masszahl eindeutig angeben zu können. Zur symbolischen Darstellung dieser Auswahl von Einheiten, welche alle zur gleichen Dimension «Länge» gehören, wird die Schreibweise empfohlen (vgl. Abschnitt 3.2):

*Beispiel 8:* (8)

| im allgemeinen Fall | im Einzelfall |
|---|---|
| $[s] = \mathrm{m}$ | $[s] = 1\ \mathrm{m}$ |
| oder $[s] = \mathrm{cm}$ | oder $[s] = 1\ \mathrm{cm}$ |
| oder $[s] = \mathrm{Meile}$ | oder $[s] = 1\ \mathrm{Meile}$ |
| usw. | usw. |
| *In Worten:* **Eine Einheit der Spannweite ist der Meter, eine andere der Zentimeter, eine dritte die Meile.** | **Die (ausgewählte) Einheit der Spannweite ist ein Meter, oder: Die Einheit der Spannweite ist 1 Zentimeter.** |

Aus diesen Betrachtungen geht hervor, dass der Begriff der Dimension, als Sammelbegriff einer Mehrzahl von Einheiten, auf höherer und allgemeinerer Ebene liegt als der Einheitenbegriff. Die meisten physikalischen Grössen besitzen eine Dimension, die oft auch aus einfacheren Dimensionen zusammengesetzt sein kann. Innerhalb *einer bestimmten Dimension* bestehen aber *viele* Möglichkeiten für Einheiten und Einheitenkombinationen.

Anderseits ist eine physikalische Grösse *nur* durch ihre Dimensionsangabe noch nicht eindeutig definiert. Man kann aus den Dimensionen der Grössen nicht immer genau auf ihr Wesen schliessen. So besitzen die beiden ganz verschiedenartigen Grössen «Arbeit $A$» (in der Elementarphysik als Produkt aus «Kraft mal Weg» bekannt) und «Drehmoment $D$» (als «Hebelarm mal Kraft») im technisch-mechanischen Masssystem gleichlautende Dimensionen und Einheiten:

*Beispiel 9:*

$$\dim A = K \cdot L \quad (K = \text{Grunddimension «Kraft»}) \quad (9)$$
$$\dim D = L \cdot K \quad (L = \text{Grunddimension «Länge»})$$

und
$$[A] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{kg}^*$$
$$[D] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{kg}^*$$

Es würde auch nicht viel nützen, die beiden gleich aussehenden Einheiten durch die Umstellung mkg* und kg*m unterscheiden zu wollen. Die oft recht nützliche Dimensionsbetrachtung liefert zeitweise nur eine beschränkte Auskunft. Wir lernen ebenfalls daraus, dass der Begriff der Grösse offenbar *noch allgemeiner* ist als der Dimensionsbegriff.

Die verschiedenen in der Physik gebräuchlichen Maßsysteme sind auf einer kleinen Zahl von *Grunddimensionen* aufgebaut. Wie wir oben gesehen haben, können wir aber *innerhalb derselben Grunddimension verschiedene Grundeinheiten* festsetzen.

Die Mechanik lässt sich beispielsweise durch die drei Grunddimensionen

Länge $L$, Masse $M$, Zeit $T$

beschreiben. (Diese drei Symbole sind gleichzeitig Grössen und Dimensionen.) Das CGS-System hat innerhalb dieser drei Grunddimensionen folgende Grundeinheiten ausgewählt:

$$[L] = 1\ \mathrm{cm} \qquad [M] = 1\ \mathrm{g} \qquad [T] = 1\ \mathrm{s}$$

Das Giorgi-System besitzt *dieselben* Grunddimensionen, wählt aber die drei Grundeinheiten:

$$[L] = 1\ \mathrm{m} \qquad [M] = 1\ \mathrm{kg} \qquad [T] = 1\ \mathrm{s}$$

Demgegenüber besitzt das technische Maßsystem *andere* Grunddimensionen, nämlich

Länge $L$, Kraft $K$, Zeit $T$.

Aus den Grunddimensionen lassen sich andere Dimensionen zusammensetzen. So besitzt die physikalische Grösse «Geschwindigkeit» (Symbol $v$) als Dimension den Quotienten von Länge zu Zeit:

*Beispiel 10:* $$\dim v = \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}} = \frac{L}{T} = L^1 \cdot T^{-1} \quad (10)$$

Als Einheiten für die Geschwindigkeit sind unter anderen die folgenden frei wählbar:

$$[v] = 1\ \mathrm{cm/s}$$
$$[v] = 1\ \mathrm{km/h}$$
$$[v] = 1\ \text{mile per hour} = 1\ \text{m.p.h.}$$

*Beispiel 11:* Die physikalische Grösse «Frequenz» (Symbol $f$) hat die Dimension einer reziproken Zeit:

$$\dim f = \frac{1}{\text{Zeit}} = T^{-1} \quad (11)$$

Einheiten der Frequenz $f$ sind:

$$[f] = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s}^{-1}$$

oder mit Hilfe einer neuen Bezeichnung, einer sogenannten *Sondereinheit* (vgl. Abschnitt 2.7):

$$[f] = 1\ \mathrm{s}^{-1} = 1\ \mathrm{Hz}\ \text{(Hertz)}$$
$$\text{oder } [f] = 10^3\ \mathrm{s}^{-1} = 10^3\ \mathrm{Hz} = 1\ \mathrm{kHz}$$
$$\text{oder } [f] = 10^6\ \mathrm{s}^{-1} = 10^6\ \mathrm{Hz} = 1\ \mathrm{MHz}$$

Da die Begriffe Dimension und Einheit zwar verwandt, aber keineswegs identisch sind, wird empfohlen, diese Erkenntnis auch in der Schreibweise hervorzuheben (vgl. auch Abschnitt 3.2):

**Hauptsatz 3: Zur Beschreibung der Dimension einer Grösse verwende man das Symbol «dim». Zur Beschreibung von Einheiten einer Grösse setze man diese Grösse in eckige Klammern.**

*Beispiel 12:* Zur Beschreibung der elektrischen Ladung $Q$ im elektrostatischen CGS-System setze man

für die Dimension:

$$\dim Q = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \tag{12}$$

für die Einheit:

$$[Q]_{\substack{\text{CGS}\\ \text{stat}}} = 1\ \text{cm}^{3/2}\ \text{g}^{1/2}\text{s}^{-1}$$

Man vermeide Darstellungen wie:

$$\dim [Q] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \tag{12f}$$

oder $\dim Q = [L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]$

oder $Q = [\text{cm}^{3/2}\ \text{g}^{1/2}\ \text{s}^{-1}]$

*Beispiel 13:* Man vermeide Wendungen wie: (13 f)

... dass die Dimension der elektr. Feldstärke $\frac{\text{Volt}}{\text{m}}$ ist .....

und ersetze sie durch folgende Fassung:

... dass die elektrische Feldstärke die Dimension $\frac{\text{Spannung}}{\text{Länge}}$ besitzt... (13)

oder: ... dass die elektrische Feldstärke die Dimension einer Spannung pro Längeneinheit hat...

Da aber vermutlich die Absicht besteht, die *Einheit* von $E$ anzugeben, wird ebenfalls empfohlen:

... dass die Einheit der elektr. Feldstärke $\frac{\text{Volt}}{\text{m}}$ ist .....

*Beispiel 14:* Man vermeide Wendungen wie:

... Selbstinduktivität und Kapazität beziehen wir auf die Längeneinheit, so dass $L$ und $C$ die Dimensionen $\left[\frac{\text{H}}{\text{m}}\right]$ und $\left[\frac{\text{F}}{\text{m}}\right]$ erhalten... (14 f)

und ersetze sie, da auch dieser Verfasser eigentlich die Einheiten meint, durch:

... so dass $L$ und $C$ die Einheiten $\frac{\text{H}}{\text{m}}$ und $\frac{\text{F}}{\text{m}}$ erhalten... (14)

Dass die eckigen Klammern hier nicht richtig verwendet wurden, wird im Abschnitt 3.2 begründet.

### *2.7 Sondereinheiten*

Um Grössen verschiedener Art, aber gleicher Dimension besser unterscheiden zu können, führt man oft neue Einheitenbezeichnungen ein. *Landolt* [1] nennt sie *Sondereinheiten* und behandelt das Beispiel einer Walze mit einer Drehzahl $n = 300$ U/min. Die Einheit U bedeutet *eine* Umdrehung. Es gilt:

$$\text{U} = 1$$

U ist lediglich eine Umschreibung für 1.

Ein anderes geläufiges Beispiel ist die Sondereinheit Hertz (Beispiel 11):

$$1\ \text{s}^{-1} = 1\ \text{Hz}$$

Es ist üblich, bei Frequenzen $f$ die Einheit Hz und ihre Vielfachen zu verwenden, während für die Kreisfrequenzen $\omega = 2\ \pi\ f$ die ursprüngliche Einheit $\text{s}^{-1}$ beibehalten wird.

Oft wünscht man einen oder mehrere Werte in Beziehung zu einem Normalwert derselben Grösse zu setzen, das heisst, man bildet das *Verhältnis* der beiden Werte und ist imstande, die *relative Abweichung* vom Normalwert anzugeben.

*Beispiel 15:* Man vergleiche die Stromstärke $I_2 = 0{,}6$ mA mit einer Normalstromstärke $I_1 = 4$ mA. Man findet das *lineare Verhältnis* $R$ in Form eines gewöhnlichen oder eines Dezimalbruches:

$$R = \frac{I_2}{I_1} = \frac{0{,}6\ \text{mA}}{4\ \text{mA}} = 0{,}15 = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} \tag{15.1}$$

Mit Hilfe der Sondereinheiten *Prozent* und *Promille* lässt sich eine dritte Aussageart bilden:

$$\begin{aligned} R = 0{,}15 &= \frac{15}{100} = 15\% \quad \text{(in Worten: 15 Prozent)} \\ R = 0{,}15 &= \frac{150}{1000} = 150‰ \quad \text{(in Worten: 150 Promille)} \end{aligned} \tag{15.2}$$

Aus den beiden Gleichungen (15.2) sehen wir deutlich, dass die beiden Sondereinheiten nichts anderes als Umschreibungen von 0,01 und 0,001 sind:

$$\% = 0{,}01 = \frac{1}{100} \quad \text{und } ‰ = 0{,}001 = \frac{1}{1000} \tag{15.3}$$

Beim Berechnen des Verhältnisses ist es selbstverständlich, dass beide Grössen in derselben Einheit eingesetzt werden müssen, da $R$ eine reine, dimensionslose Zahl ist, auch nach der Beifügung der Sondereinheiten % oder ‰.

Nehmen wir umgekehrt an, die Stromstärke $I_2$ sei zu berechnen, während das Verhältnis $R$ der beiden Ströme bekannt sei und 15 % betrage. Solange aber der Normalwert der Stromstärke $I_1$ nicht ebenfalls bekannt ist oder nicht schon früher mitgeteilt wurde, lässt sich mit der Angabe der Prozentzahl allein:

«die gesuchte Stromstärke beträgt 15 %»

nichts anfangen. Erst mit der vollständigen Angabe:

«die gesuchte Stromstärke beträgt 15 % von 4 mA»

lässt sich die gesuchte Grösse $I_2$ berechnen:

$$I_2 = 15\% \text{ von } 4\ \text{mA} = 15 \cdot 0{,}01 \cdot 4\ \text{mA} = 15 \cdot \frac{1}{100} \cdot 4\ \text{mA} = 0{,}6\ \text{mA} \tag{15.4}$$

Etwas grössere Vorsicht ist bei den logarithmischen Verhältnissen und den zugehörigen Sondereinheiten Dezibel (dB) und Neper (N) geboten.

*Beispiel 16:* Bildet man das logarithmische Verhältnis zweier Leistungen $P_2$ und $P_1$ auf der Basis des Zehnerlogarithmus, so will man durch die Hinzufügung der Sondereinheit dB darauf hinweisen, dass man die Formel

$$R = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \tag{16.1}$$

verwendet hat. Benützt man anderseits die Basis des natürlichen Logarithmus, so stützt man sich auf die Formel:

$$R = \frac{1}{2} \ln \frac{P_2}{P_1} \tag{16.2}$$

und das Ergebnis wird durch die Sondereinheit N ergänzt. Vergleicht man $P_2 = 2$ kW mit der Normalleistung $P_1 = 1$ kW, so findet man:

$$R = 10 \log 2 = 10 \cdot 0{,}3 = 3\ \text{dB} \tag{16.3}$$

und $$R = \frac{1}{2} \ln 2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}691 = 0{,}345\ \text{N} \tag{16.4}$$

Die beiden Sondereinheiten sind durch die Umrechnungsformeln verknüpft:

$$1\ \text{dB} = 0{,}1151\ \text{N} \qquad 1\ \text{N} = 8{,}686\ \text{dB} \tag{16.5}$$

Selbstverständlich müssen auch hier die beiden Leistungen in denselben Einheiten eingesetzt werden, da $R$ eine reine dimensionslose Zahl ist, auch nach der Beifügung von dB oder N. Die Symbole dB und N sind also nur Umschreibungen von 1, *mit dem impliziten Zusatz*, dass die Masszahlen 3 bzw. 0,345 von (16.3) und (16.4) zwei nach bestimmten Gesetzen berechnete logarithmische Verhältnisse bedeuten.

Nehmen wir umgekehrt wieder an, die Leistung $P_2$ sei zu berechnen. Solange man nichts über den Normalwert der Leistung $P_1$ mitteilt, sondern nur sagt:

«die gesuchte Leistung beträgt 3 dB»
oder besser «die gesuchte Leistung ist um 3 dB höher»,

lässt sich $P_2$ zahlenmässig nicht ausrechnen. Die vollständige Aussage muss daher lauten:

«die gesuchte Leistung ist 3 dB höher als der Bezugswert $P_1 = 1$ kW».

Damit findet man:

$$P_2 = 10^{R/10} \cdot P_1 = 10^{3\ \text{dB}/10} \cdot P_1 = 10^{3/10} \cdot P_1 = 10^{0,3} \cdot 1\text{kW} = 2\ \text{kW} \tag{16.6}$$

Für den natürlichen Logarithmus lauten die Formeln:

«die gesuchte Leistung ist 0,345 N höher als der Normalpegel $P_1 = 1$ kW».

$$P_2 = e^{2R} \cdot P_1 = e^{2 \cdot 0,345\ \text{N}} \cdot P_1 = e^{0,69} \cdot P_1 = e^{0,69} \cdot 1\ \text{kW} = 2\ \text{kW} \tag{16.7}$$

Die *Normalleistung* oder der *Bezugspegel* (in Beispiel 16: 1 kW) legt den Nullpunkt der Dezibel- oder Neperskala fest. Wie in einem Dokument [3] der Commission Electrotechnique Internationale (CEI) vorgeschlagen wird, kann man diesen Bezugspegel durch einen Zusatz zur Sondereinheit dB wie folgt angeben:

$$R = 3\ \text{dB (kW)} \tag{16.8}$$

Der Vollständigkeit halber seien die Formeln zum Vergleich zweier Stromstärken, Spannungen oder Feldstärken auch angeführt:

$$R = 20 \log \frac{U_2}{U_1} \quad \text{(Sondereinheit dB)} \tag{16.9}$$

$$R = \ln \frac{I_2}{I_1} \quad \text{(Sondereinheit N)} \tag{16.10}$$

Oft findet man in der Praxis folgende anfechtbare Darstellung des linearen Verhältnisses:

*Beispiel 17:*

$$R = \frac{I_2}{I_1}\ \% \tag{17f}$$

Setzen wir zur Probe dieser Schreibweise die Zahlen von Beispiel 15 und die Identität (15.3) korrekt ein, so ergibt sich:

$$R = \frac{0{,}6\ \text{mA}}{4\ \text{mA}} \cdot 0{,}01 = 0{,}15 \cdot 0{,}01 = 0{,}0015$$

Wie der Vergleich mit (15.1) zeigt, ist dieses Ergebnis für $R$ aber eindeutig *falsch*, da es hundertmal zu klein ist. Das Argument, die Einheit % sei nur eine Bemerkung, im Sinne der zweiten Partei, steht hier auf schwachen Füssen. Hier liegt zweifellos eine Fehlerquelle vor. Hält man an der Beifügung der (Sonder-) Einheit % fest, so lautet die richtige Formel:

$$R = 100 \cdot \frac{I_2}{I_1}\ \%,$$

denn $100 \cdot 0{,}01 = 1$

Die allgemeine Darstellung lautet jedoch:

$$R = \frac{I_2}{I_1}$$

Für das logarithmische Verhältnis findet man in der Praxis oft:

*Beispiel 18:*

$$R = 10 \log \frac{P_2}{P_1}\ \text{dB} \tag{18}$$

Im Gegensatz zum vorhergehenden Beispiel der Prozentberechnung bedeuten die Sondereinheiten dB und N Umschreibungen von Eins, allerdings mit impliziten Zusätzen. Aus diesem Grunde ist diese Darstellung nicht ausgesprochen als falsch zu beurteilen. Dass die Einheit dB keinen weiteren Einfluss auf den Rechengang hat, zeigt Formel (16.6), wo sich im Exponent nichts ändert, ob man dB mitführt oder streicht.

Dagegen sind folgende Schreibweisen *nicht* empfehlenswert (siehe Hauptsatz 7):

$$R = 10 \log \frac{P_2}{P_1}\ \text{(dB)} \qquad R_{\text{dB}} = 20 \log \frac{U_2}{U_1}$$

$$R = 10 \log \frac{P_2}{P_1}\ \text{[dB]} \qquad R_{(\text{dB})} = 20 \log \frac{U_2}{U_1} \tag{18f}$$

$$R_{[\text{dB}]} = 20 \log \frac{U_2}{U_1}$$

oder an Stelle von Formel (16.7):

$P_2 = 1 \cdot e^{2R}$ (kW) — Runde Klammer weglassen, da $e^{2R}$ dimensionslos ist!

oder

$P_2 = 1\ \text{kW} \cdot e^{2R}$ (kW) — Die rund eingeklammerte Einheit ist überzählig!

## 3. Normen und Regeln

### *3.1 Schräge und senkrechte Schrift*

Die folgenden Ausführungen halten sich im allgemeinen an die Richtlinien der Publikation Nr. 192 des SEV [4].

Eine Hauptschwierigkeit bei der Auswahl der Buchstabensymbole, also bei der Abkürzung ganzer Worte durch Zeichen, ist die beschränkte Zahl der Lettern in den beiden gebräuchlichen Alphabeten, dem lateinischen und dem griechischen, die man möglichst eindeutig auf eine riesige Menge von Grössen und Einheiten verteilen sollte. Eine erste grosse Unterscheidung wird glücklicherweise *fast überall* durchgeführt, nämlich

**Hauptsatz 4: Symbole für physikalische Grössen in schräger (kursiver) Schrift, Symbole für Ziffern und Einheiten in senkrechter (romanischer) Schrift zu setzen.**

*Beispiel 19:*

| | | (19) |
|---|---|---|
| $s$ = Weg | s = Sekunde | |
| $m$ = Masse | m = Meter | |
| $F$ = Kraft | F = Farad | |

Damit können alle Buchstabensymbole zweimal, das heisst sowohl als Grössensymbole als auch als Einheitensymbole, gebraucht werden. Man sieht es dem Druck an, ob es sich um eine Grösse oder um eine Einheit handelt. Die Frage, wie Buchstabenindizes und Buchstabenexponenten zu setzen seien, scheint uns eher nebensächlich.

Während sich die Trennung nach Typenarten (Hauptsatz 4) in jedem gedruckten Text leicht durchführen lässt, sind in dieser Beziehung Handschrift und Schreibmaschinentext erheblich benachteiligt. Nur in selteneren Fällen, zum Beispiel in einem Manuskript zu einem Drucktext, kann man die Regel befolgen, wonach kursiv zu druckende Symbole zu unterstreichen sind. Es wäre sehr wertvoll, wenn auch für die Handschrift, beispielsweise an der Wandtafel, und für die Schreibmaschine eines Tages eine einfache Lösung gefunden werden könnte.

Es berührt seltsam, dass in gewissen Kreisen die Unterscheidung von kursiven und senkrechten Symbolen mit der Einrede abgelehnt wird, die verwendeten Buchstaben würden sich im Text nicht wiederholen und es bestehe deshalb keine Verwechslungsgefahr – oder man spreche die Buchstaben ihren Lauten nach aus, ob so oder so geschrieben. Demgegenüber muss festgehalten werden, dass wir hier nicht die Aussprache, sondern die Schreibweise von Gleichungen behandeln und dass wir es als sehr wertvoll beurteilen, dem Lernenden *von allem Anfang an, vielleicht auch zuerst unbewusst*, durch die Hervorhebung in kursiver Schrift den grundsätzlichen Unterschied zwischen einer Grösse und einer Einheit aufzuzeigen. Er wird es bestimmt später, beim genauen Studium dieses Fragenkreises, einmal leichter haben! Überdies standen die Schweizer Druckereien mit ihren wohlausgerüsteten Setzkästen wohl in den wenigsten Fällen vor den gleichen prekären Sorgen wie etwa die Druckereien im Ausland der unmittelbaren Nachkriegszeit.

Wollen wir das Ohmsche Gesetz prüfen, so können wir beispielsweise folgende Grössen mit Hilfe einer Versuchsanordnung messen.

*Beispiel 20:*

| | | |
|---|---|---|
| in voll ausgeschriebenen Worten: | Spannung | = 220 Volt |
| | Widerstand | = 110 Ohm |
| | Stromstärke | = 2 Ampère |

Diese drei Aussagen lassen sich formelmässig kürzer darstellen, indem wir die Symbole des SEV [4] verwenden:

$$U = 220\ \mathrm{V} \qquad (20)$$
$$R = 110\ \Omega$$
$$I = 2\ \mathrm{A}$$

Im Sinne unseres Hauptsatzes 4 setzen wir die Grössensymbole kursiv, die Einheitensymbole senkrecht. Während sich die Symbole des Widerstandes und der Stromstärke auf lateinische Wurzeln oder auf die Ausdrücke «Résistance» und «Intensité» zurückführen lassen und fast ohne Ausnahme und Schwierigkeiten gebraucht werden, bildet die Frage nach dem «besten» Symbol für die elektrische Spannung ein Streitobjekt ersten Ranges. Die am häufigsten anzutreffenden Symbole sind

$$U,\ E,\ V.$$

Das Symbolverzeichnis [4] des SEV enthält für viele Grössen zwei Empfehlungen, nämlich das in erster Linie zu verwendende *Hauptsymbol* und das bei Verwechslungsgefahr mit einer anderen wichtigen Grösse zu benützende *Nebensymbol*. In der ersten Auflage (1950) der Publikation Nr. 192 figuriert dementsprechend das Symbol $U$ als Hauptsymbol, der Buchstabe $E$ als Nebensymbol der Spannung. In der Zwischenzeit erschienen aber neue Empfehlungen der Commission Electrotechnique Internationale (CEI), welche als Dachorganisation gleichlaufende Bestrebungen aller Länder zu koordinieren versucht. In der CEI scheint die Wahl zugunsten des Nebensymbols anders ausgegangen zu sein, denn die zweite Auflage (1953) der Publikation Nr. 192 des SEV nennt den Buchstaben $V$ an Stelle von $E$ als Nebensymbol der Spannung.

So sehr im allgemeinen die Bestrebungen der CEI die volle Unterstützung verdienen, so bedauerlich scheint uns in diesem besonderen Falle die Bevorzugung des Buchstabens $V$. Die folgenden Gleichungen (20.1) bis (20.7) erläutern unseren ablehnenden Standpunkt. Da nun, ausser in der Thermodynamik, das Energiesymbol $W$ dem bisherigen Buchstaben $U$ vorgezogen wird, ist die Verwechslung zwischen $U$ = Energie und $U$ = Spannung dahingefallen. *Es würde folglich auch genügen, den Buchstaben U als einziges Symbol der Spannung zu wählen und das Nebensymbol V oder E ganz zu streichen.*

Entsprechend den Empfehlungen der CEI ist es also auch erlaubt, zu schreiben:

$$V = 220\ \mathrm{V} \qquad (20.1\ \mathrm{f})$$

Wir fürchten, dass diese Schreibweise zu Verwirrungen führen kann. Diese Gleichung würde noch problematischer für den Fall, dass man sich nicht des kursiven Grössensymbols bedienen will oder bedienen kann (Hand- und Maschinenschrift!):

$$\mathrm{V} = 220\ \mathrm{V} \qquad (20.2\ \mathrm{f})$$

Bis jetzt sind wir stillschweigend davon ausgegangen, dass lediglich Grössen und Einheiten durch Buchstabensymbole darzustellen sind, während die Masszahlen stets als «richtige arithmetische» Zahlen auftreten. Wenn man sich streng an den Hauptsatz 4 hält, lassen sich für diese normalen Fälle bereits viele Missverständnisse und Gefahrenquellen vermeiden. Wünscht man aber auch noch die Masszahlen durch Buchstabensymbole auszudrücken, so verwandelt sich die soeben glücklich hergestellte Ordnung schlagartig in ein ziemliches Chaos. Soll man für Masszahlen kursive oder senkrechte Symbole benützen, oder gibt es einen andern Ausweg?

Da für die drei verschiedenartigen Dinge (Grössen, Einheiten, Masszahlen) nur zwei Schreibmöglichkeiten, kursiv und senkrecht, bestehen, sind wir wohl oder übel zu Kompromissen gezwungen. Eine dritte,

auch nicht ideale Lösung wird am Schlusse von Abschnitt 4.4 besprochen.

Die Tendenz geht im allgemeinen dahin, jene Buchstaben, welche Masszahlen bedeuten sollen, auch *kursiv* zu setzen. Man muss dann aus dem Zusammenhang schliessen, ob das Symbol als Masszahl oder als Grösse aufzufassen ist. Der Gegenvorschlag, allgemeine Buchstabensymbole für Masszahlen *senkrecht* zu setzen, führt uns höchstens vom Regen in die Traufe: an Stelle des nur durch nähere Prüfung trennbaren Gemisches von Symbolen mit Grössen- und Masszahlenbedeutung in kursiver Schrift hätte man dann die ebenso unzweckmässige Vermengung von Symbolen mit Einheiten- und Masszahlenbedeutung in senkrechter Schrift.

Wie unbefriedigend und wie gefährlich *beide* Kompromisslösungen werden können, zeigt unser ins Extreme getriebene Beispiel 20. Man kann in der Literatur etwa auf folgende Formulierung stossen:

«Bei einer Spannung von $V$ Volt und einem Widerstand von $R$ Ohm fliesst ein Strom von $I$ Ampère», (20.3 M)

oder formelmässig: $$I = \frac{V}{R} \qquad (20.4\ \mathrm{M})$$

Wenn wir in diesem Satz nur schon die abkürzenden Einheitensymbole V, Ω, A einführen, erhält er bereits ein etwas fragwürdiges Aussehen:

Bei einer Spannung von $V$ V und einem Widerstand von $R\,\Omega$ fliesst ein Strom von $I$ A.» (20.5 M)

Versuchen wir, den Satz teilweise in die Formelsprache zu übertragen, so würden folgende absurde Gebilde entstehen:

mit kursiven Masszahlensymbolen

$$U = V\,\mathrm{V} \text{ oder } E = V\,\mathrm{V}$$

mit senkrechten Masszahlensymbolen (20.6 M)

$$U = \mathrm{V}\,\mathrm{V} \text{ oder } E = \mathrm{V}\,\mathrm{V}$$

Ganz unglücklich scheint uns hier das Nebensymbol $V$ für die Grösse «Spannung»:

$$V = V\,\mathrm{V} \quad \text{oder} \quad V = \mathrm{V}\,\mathrm{V} \qquad (20.7\ \mathrm{M})$$

Auch die Wahl eines ganz fremden Buchstabens für die unbestimmte Masszahl bildet keinen rechten Ausweg:

$$U = \mathrm{a}\,\mathrm{V} \qquad (20.8\ \mathrm{M})$$

(in Worten: bei einer Spannung von a Volt...)

Wir stossen auch hier wieder auf den Gegensatz der beiden Parteien, ob die in den Formeln auftretenden Buchstabensymbole als Grössen oder als Masszahlen aufzufassen seien. Die Auffassung «M» betrachtet die Einheiten im Satz (20.3 M) nur als beigefügte Bemerkung. Da wir aber die extremen Formeln (20.5 M), (20.6 M) und (20.7 M) als Gefahren im Auge behalten müssen, erachten wir die Grössenauffassung zum Satzbeispiel 20 als vorteilhafter. Zudem ist diese Fassung knapper:

«Bei einer Spannung $U$ und einem Widerstand $R$ fliesst ein Strom $I$, nach der Formel

$$I = \frac{U}{R} \qquad (20.9)$$

Da das Ohmsche Gesetz nämlich auch für andere Einheiten als gerade V, Ω, A gültig ist, ist die Einschränkung von (20.3 M) auf diese drei Einheiten gar nicht nötig.

Durch den Zusatz des Wörtchens «in» lassen sich auch folgende korrekte Aussagen bilden:

«Misst man die Spannung $U$ in V, den Widerstand $R$ in Ω...»
«Man findet die Leistung $N$ in PS, wenn man das Drehmoment $M$ in cmkg* einsetzt»...
«$B$ soll in Wb/m² ausgedrückt werden...» (20.10)

Wir müssen uns also (vorläufig) damit abfinden, dass kursive Symbole sowohl Grössen als auch Masszahlen bedeuten können. Im gleichen Sinne enthält die Publikation Nr. 192 des SEV [4] den Hinweis:

«*Symbole für physikalische Grössen*, **auch wenn sie als Masszahlen verwendet werden,** *setze man in gedruckten Texten in schräger (kursiver) Schrift.*

Diese Regel ist wohl als Kompromiss zwischen den beiden Parteien, vor allem im Hinblick auf die Masszahlengleichungen (Abschnitt 4.4), aufgestellt worden. Aber gerade diese Doppelverwendung der kursiven Symbole bringt so viele Verwechslungen, Fehler und Missverständnisse mit sich, wie es nicht nur unser extremes Beispiel 20, sondern auch die gegenwärtige Praxis beweisen kann. Vielleicht kommt man doch eines Tages zu einer neuen Regelung oder zu einem neuen Masszahlensymbol, so dass man den fett gedruckten Nebensatz «auch wenn sie als Masszahlen verwendet werden» streichen darf.

Aber schon heute sollten wir alles daransetzen, *durch zusätzliche Angaben* die Bedeutung der Symbole, ob sie als Grösse oder als Masszahl aufzufassen sind, klar und eindeutig festzuhalten. Für uns gilt

**Hauptsatz 5: Man hüte sich davor, in derselben Formelzeile Symbole zu verwenden, die einerseits Grössen, anderseits — auf der andern Seite des Gleichheitszeichens — Masszahlen bedeuten sollen (sogenannte Mischgleichungen).**

### *3.2 Die Klammern*

Um mehrgliedrige mathematische Ausdrücke klarer darzustellen, verwendet man oft mit Vorteil Klammern. In der reinen Mathematik ist die Form dieser Klammern ziemlich gleichgültig:

| | |
|---|---|
| runde | ( ) |
| eckige | [ ] |
| geschweifte | { } |

Bei physikalischen Gleichungen bestehen im Gegensatz dazu gewisse Einschränkungen, indem man ebenfalls auf die Form der Klammern zu achten hat. Mit Hilfe der Klammern lässt sich nämlich der Bereich der Symbole ausdehnen. *Indem wir ein und dasselbe Buchstabensymbol zwischen Klammern verschiedener Formen setzen*, können wir neue Symbole *mit neuen Bedeutungen* definieren. Sei $G$ eine beliebige (stets kursiv zu setzende) physikalische Grösse. Dann gilt für uns

**Hauptsatz 6:**
**Runde Klammern dienen für beliebige Zwecke.**
**Der Buchstabe *G* zwischen eckigen Klammern bedeutet eine beliebige, nicht näher beschriebene Einheit von *G*.**
**Der Buchstabe *G* zwischen geschweiften Klammern bedeutet eine beliebige, nicht näher beschriebene Masszahl von *G*.**

Mit Hilfe der soeben definierten Klammersymbole lässt sich die Aussage von Hauptsatz 1, wonach eine physikalische Grösse das Produkt aus einer Masszahl und einer Einheit ist, in allgemeinster Form wie folgt darstellen:

*Beispiel 21:*
$$\underset{\text{phys. Grösse}}{G} = \underset{\text{Masszahl}}{\{G\}} \cdot \underset{\text{Einheit}}{[G]} \qquad (21)$$

Wie die Erfahrung lehrt, kann nicht ausdrücklich genug auf den *Charakter des eingeklammerten Symbols* hingewiesen werden. Gerade in diesem Punkte herrscht heutzutage leider die grösste Verwirrung. Um auf ganz einfache Weise einen grossen Teil der Fehler auszuschalten, gilt für uns

**Hauptsatz 7: Es wird dringend empfohlen, in die Klammern, seien sie eckig oder geschweift, immer nur Symbole von physikalischen Grössen, in kursiven Lettern, zu setzen, niemals aber Symbole von Masszahlen oder Einheiten.**

Dieser Gedanke ist keineswegs neu, sondern bereits in der Publikation Nr. 192 des SEV [4] enthalten, jedoch anscheinend recht oft falsch verstanden worden: «Wünscht man die Einheit einer Grösse mit Hilfe eines Symbols der Grösse auszudrücken, so setze man diese (d. h. die Grösse und nicht die Einheit!) in eckige Klammer.»

In ähnlichem Sinn äussert sich der Aufruf «Zur Einführung des Giorgi-Systems» [5]: «Für die Einheiten... verwenden wir das in eckige Klammern gesetzte Symbol der betreffenden Grösse. So schreiben wir $[m]$ und $[l]$ für die gesuchte Einheit der Masse $m$ und der Länge $l$...
Es gilt die Einheitengleichung

$$1\ \mathrm{J} = 1\,\frac{[m]\cdot[l]^2}{\mathrm{s}^2}$$

... Für die Krafteinheit $[F]$ wurden der Name Newton und das Symbol N eingeführt:

$$[F] = 1\ \mathrm{N}$$

Zur Umrechnung dient die Einheitengleichung:

$$1\ \mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 10^{-2}\ \frac{\mathrm{Joule}}{\mathrm{m}} = 10^5\ \mathrm{dyn} = 0{,}102\ \mathrm{kg}^*\text{»}$$

### *3.3 Richtige und falsche Verwendung der Klammern*

*Beispiel 22:* Wünscht man die Einheit der Spannung auf ganz allgemeine, nicht näher umschriebene Art darzustellen, so schreibe man:

$$[U] = \text{Spannungseinheit} \qquad (22)$$

Wählt man anderseits ein bestimmtes Maßsystem aus, so kann ein Index zur näheren Bezeichnung dienen. Für das Giorgi-System gilt beispielsweise:

$$[U]_{\mathrm{G}} = 1\ \mathrm{V} = \text{Giorgi-Einheit der Spannung.}$$

Für das elektromagnetische CGS-System gilt:

$$[U]_{\mathrm{cgsm}} = 1\ \mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-2} = \text{el.-mag. CGS-Einheit der Spannung.}$$

Folgende Einheitendarstellungen sind zu vermeiden:

$$U_{\mathrm{G}} = 1\ [\mathrm{V}]$$
$$U_{\mathrm{cgsm}} = 1\ \left[\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{s}^{-2}\right] \qquad (22\,\mathrm{f})$$

*Beispiel 23:* Wünscht man die Einheit der Frequenz darzustellen, so schreibe man:

$$[f] = 1\ \mathrm{Hz} \quad \text{oder auch } [f] = \mathrm{Hz} \qquad (23)$$

Man vermeide Darstellungen wie

$$f = 1\ [\mathrm{Hz}]$$
$$f = 1\ \{\mathrm{Hz}\} \qquad (23\,\mathrm{f})$$
$$f = 1\ (\mathrm{Hz})$$

Die folgenden Beispiele sind wortgetreue Ausschnitte aus Originalarbeiten. Wie bereits im Vorwort gesagt wurde, besteht keineswegs die Absicht, etwa als Richter die Darstellungsart anderer Autoren beurteilen zu wollen. Es sei lediglich gestattet, im Sinne unserer Hauptsätze einige *Verbesserungsvorschläge* zu nennen, welche mithelfen sollen, die Texte verständlicher zu machen.

*Beispiel 24:* Ausschnitt aus einer Tabelle: (24)

| | | |
|---|---|---|
| $r$ | $= 6{,}367\,623 \cdot 10^8$ (cm) | = Erdradius |
| $g_0$ | $= 980{,}665$ cm/s² | = Erdbeschleunigung |
| $T_0$ | $= 288$ °K | = mittlere Temperatur auf Meereshöhe |
| $U$ | $= 1{,}6600 \cdot 10^{-24}$ (g) | = Atommasseneinheit |

Da nicht recht einleuchtet, was der Verfasser mit dieser «gemischten» Anwendung der runden Klammer ausdrücken will, lautet unser Verbesserungsvorschlag: Die runden Klammern überall weglassen!

*Beispiel 25* (Zusammenstellung einiger Originale): (25)

Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] = 3 \cdot 10^{10}\,[\mathrm{cm/s}]$

Elektronenladung $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,[\mathrm{A\cdot s}]$

Leitfähigkeit $\sigma = 30\,[\mathrm{A/Vm}]$

Die Nachbarsender haben die Trägerfrequenzen $f_{\mathrm{h}} \pm 9\,[\mathrm{kHz}]$ und $f_{\mathrm{h}} \pm 18\,[\mathrm{kHz}]$.

Kinetische Energie $A$ einer Lokomotive:

$$A = \frac{m\cdot v^2}{2} = 10800 \cdot \frac{23{,}5^2}{2} = 298\,000\,[\mathrm{kg}^*\cdot\mathrm{m}]$$

*Vorschlag:* Die eckigen Klammern überall weglassen!

*Beispiel 26:*

Der Wellenwiderstand für den Mast beträgt $Z_{\mathrm{a}} = 310\ \Omega$. (26)
Der Strahlungskopplungswiderstand wird $R_{2\mathrm{F}} = 38 + \mathrm{j}\cdot 8\,[\Omega]$.

*Vorschlag:* Da sich auch komplexe Widerstände durch Masszahl und Einheit ausdrücken lassen, ist die folgende Darstellung der zweiten Zeile vorzuziehen:

$$R_{2\mathrm{F}} = (38 + \mathrm{j}\cdot 8)\ \Omega$$

*Beispiel 27:* Die Grösse $Z$ ist der Wellenwiderstand und hat die Dimension eines Widerstandes:

$$[Z] = \left[\sqrt{\frac{L}{C}}\right] = \left[\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\cdot\frac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{As}}\right]^{1/2} = \left[\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{A}^2}\right]^{1/2} = \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}\right] = [\Omega] \qquad (27)$$

Es ist durchaus richtig, dass $Z$ die Dimension eines Widerstandes

hat, und zwar gilt dies in sämtlichen Maßsystemen! Da die Gleichung aber eine *Einheitengleichung* eines bestimmten Maßsystems ist, wäre es besser, die eckigen Klammern nur an der ersten und zweiten Stelle beizubehalten, wo sie zu Recht hingehören.

*Vorschlag:*

$$[Z] = \left[\sqrt{\frac{L}{C}}\right] = \left(\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot \frac{\mathrm{Vm}}{\mathrm{As}}\right)^{1/2} = \left(\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{A}^2}\right)^{1/2} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = \Omega$$

*Beispiel 28:* Die Entfernungen messen wir grundsätzlich in [m].
*Vorschlag:* a) Die Entfernungen messen wir grundsätzlich in m.
b) Die Entfernungen messen wir grundsätzlich in Metern.

*Beispiel 29:* Setzt man $U_0$ und $U_{v0}$ in [kV], $R$ in [Ω] ein, so .....

*Vorschlag:* Setzt man $U_0$ und $U_{v0}$ in kV, $R$ in Ω ein, so .....

*Beispiel 30:* In der Thomsonschen Gleichung sind $L$ und $C$ in den Masseinheiten des praktischen-elektrotechnischen Maßsystems einzusetzen, also $L$ in Henry [H] und $C$ in Farad [F]; $\omega_r$ ergibt sich dann in $\left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]$ und $f_r$ in $\left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]$ bzw. in Hertz [Hz]:

mit Zahlen: $\omega_r = 5 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{\mathrm{s}}\right]$ und $f_r = 796$ kHz.

Es ist möglich, dass dieser Verfasser bei den eingeklammerten Abkürzungen für die ganz ausgeschriebenen Begriffe Henry, Farad und Hertz gar nicht die Absicht hatte, die allgemeinen Einheitensymbole [$L$], [$C$], [$\omega_r$] und [$f_r$] zu verwenden. Er liess sich aber in seinem Zahlenbeispiel zur Inkonsequenz verleiten, die Einheit 1/s in eckige Klammern zu setzen, während daneben die Einheit kHz klammerfrei steht.

*Vorschlag:* ... es sind einzusetzen: $L$ in Henry (abgekürzt H), $C$ in Farad (abgekürzt F);

$\omega_r$ ergibt sich dann in $\frac{1}{\mathrm{s}}$ und $f_r$ in $\frac{1}{\mathrm{s}}$ bzw. in Hertz (Hz):

$$\omega_r = 5 \cdot 10^6 \frac{1}{\mathrm{s}} = 5 \cdot 10^6\ \mathrm{s}^{-1} \text{ und } f_r = 796 \text{ kHz}.$$

*Schlussbemerkung:* In Abschnitt 3.1 wurde der Nachteil der Hand- und Schreibmaschinenschrift aufgezeigt, wo es sehr schwierig ist, physikalische Grössen und Einheiten, durch dasselbe Symbol ausgedrückt, zu unterscheiden. Aus diesem Grunde setzen manche Autoren *in ihren Manuskripten* die Einheiten in eckige Klammern. Leider bleiben diese eckigen Klammern dann oft *auch im gedruckten Text* stehen, was *durch Verwendung senkrechter und kursiver Symbole* ja gar nicht nötig wäre. Abgesehen davon, dass nur bei wenigen Schreibmaschinen diese eckigen Klammern vorhanden sind, scheint uns dieses Vorgehen *nicht der Nachahmung wert.*

Im übrigen haben die hier besprochenen Klammern mit den Symbolen der Vektoranalysis nichts gemeinsam.

### *3.4 Das Zeichen ≙.*

Das relativ noch wenig bekannte Zeichen ≙ (in Worten: «entspricht») bildet für den Praktiker einen willkommenen Ausweg, wenn er zwei Ergebnisse zu verknüpfen hat, die miteinander «verwandt» sind, aber nicht dieselbe Dimension haben.

*Beispiel 31:* Die Kapazitätseinheit im (dreidimensionalen) elektrostatischen CGS-System ist bekanntlich der Zentimeter:

$$[C]_{\mathrm{cgss}} = 1 \text{ cm} \qquad (31.1)$$

Die Kapazitätseinheit im (vierdimensionalen) Giorgi-System heisst:

$$[C]_{\mathrm{G}} = 1 \text{ F} \qquad (31.2)$$

Durch Messungen an ein und demselben Kondensator hat man zwischen den beiden Einheiten folgende Beziehung festgestellt:

1 F entspricht $9 \cdot 10^{11}$ cm
1 cm entspricht 1,113 pF = $1{,}113 \cdot 10^{-12}$ F

*Streng genommen ist es nicht erlaubt,* diese Beziehung durch das Gleichheitszeichen auszudrücken:

$$1 \text{ F} = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm}, \quad 1 \text{ cm} = 1{,}113 \text{ pF}, \qquad (31.3\text{ f})$$

da es sich links und rechts um Grössen verschiedener Dimension handelt. Diese Schwierigkeit wird durch das neue Zeichen ≙, mindestens für den Praktiker, umgangen. Man darf setzen:

$$1 \text{ F} \mathrel{\widehat{=}} 9 \cdot 10^{11} \text{ cm}, \quad 1 \text{ cm} \mathrel{\widehat{=}} 1{,}113 \text{ pF} \qquad (31.3)$$

oder mit Hilfe der allgemeinen Symbole:

$$[C]_{\mathrm{s}} \mathrel{\widehat{=}} 1{,}113 \cdot 10^{-12} [C]_{\mathrm{G}}$$

In Worten: Ein Zentimeter (als Kapazitätseinheit) entspricht 1,113 Picofarad.

Diese Schreibweise mit dem Zeichen ≙ bewahrt die *lineare* Verknüpfung der beiden Grössen, so dass man gefahrlos diese Gleichung erweitern oder kürzen darf. Ob es praktisch sei, das Zeichen ≙ auch für nichtlineare Beziehungen einzuführen (z. B. 1000 W ≙ 222 mV/m, oder $E$ = 300 mV/m ≙ 109,5 dB über 1 μV/m), bleibt noch näher zu prüfen.

Zur Angabe des Maßstabes auf Karten und Plänen ist das Zeichen ≙ ebenfalls vorteilhaft, z. B.: 1 cm ≙ 2 km.

### *3.5 Einige Schreibregeln für Einheiten*

Entsprechend der Publikation Nr. 192 des SEV [4] und anderen, ausländischen Normen sind die Einheitensymbole als *unveränderlich und nicht als Abkürzungen* aufzufassen. Man versehe sie deshalb nicht mit einem Punkt. Ebensowenig setze man sie in die Mehrzahl. Diese Regel gilt dann nicht, wenn die Einheiten als volle Worte im laufenden Text ausgeschrieben werden.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Beispiel 32:* | 40 g | 25 m | (32) |
| Man vermeide: | 40 g. | 25 m. | (32 f) |
| | 40 gr | 25 ms | |
| | 40 gr. | 25 ms. | |
| | 40 gs | | |

25 ms bedeutet streng genommen nicht die französische Form für «25 mètres», sondern 25 Millisekunden!

Bei Dezimalbrüchen werden die Einheiten ganz rechts hinter die letzte Ziffer gesetzt und nicht irgendwo zwischenhinein:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Beispiel 33:* | 10,8 m | 5,2 dB | (33) |
| | 1,4 kW | 9,64 Mc./s | |
| Man vermeide: | 10 m 8 | 5 dB, 2 | (33 f) |
| | 1 kW 4 | 9 Mc./s, 64 | |

Man vermeide Umformungen von Einheiten, wie man sie etwa in Zeitungen zu lesen bekommt, wo an Stelle des richtigen «Kilometer pro Stunde» (abgekürzt km/h) von Stundenkilometern (abgekürzt etwa

kmh.) geschrieben wird oder wo bei Brieftaubenwettflügen die Ergebnisse in Minutenmetern verkündet werden.

Die Einheit «Stundenkilometer» (abgekürzt km.h oder h.km) ist an und für sich nicht falsch; sie hat jedoch mit der physikalischen Grösse «Geschwindigkeit» nichts zu tun.

### *3.6 Die Potenzpräfixe*

Um die Schreibweise sehr grosser und sehr kleiner Masszahlen zu vereinfachen, wurde eine Reihe von Präfixen oder Vorsilben für die Einheiten geschaffen.

*Beispiel 34:* $s = 0{,}001\ \text{m} = 10^{-3}\ \text{m} = 1\ \text{mm}$ (Millimeter) (34)
$R = 1000\ \Omega = 10^{3}\ \Omega = 1\ \text{k}\Omega$ (Kiloohm)
$f = 1\,000\,000\ \text{Hz} = 10^{6}\ \text{Hz} = 1\ \text{MHz}$ (Megahertz)

Es ist in den meisten Fällen überflüssig, für jede Zehnerpotenz eine neue Vorsilbe zu verwenden. Zwar war es während einiger Jahre möglich, als «letzte Neuheit» Glühlampen mit dem Stempel «75 Dekalumen» zu kaufen. Glücklicherweise wurde der für viele Leute unverständliche Präfix Deka $= 10^{1}$ wieder aufgegeben, so dass man heute dieselbe Glühlampe mit der Aufschrift 750 Lumen erhält.

Es wird empfohlen, grosse Masszahlen so auszudrücken, dass Dreiergruppen von Zehnerpotenzen als Vorsilben zu den Einheiten gezogen werden.

| *Vielfache:* | | *Bruchteile:* | |
|---|---|---|---|
| Tera | $= 10^{12} =$ T | Pico | $= 10^{-12} =$ p |
| Giga | $= 10^{9} =$ G | Nano | $= 10^{-9} =$ n |
| Mega | $= 10^{6} =$ M | Mikro | $= 10^{-6} = \mu$ |
| Kilo | $= 10^{3} =$ k | Milli | $= 10^{-3} =$ m |

Leider wurde durch internationale Abmachung die Tradition bestätigt, dass das kleingeschriebene Symbol «k» für Kilo stehen soll. Mit einem grossen K hätte man folgende Merkregel aufstellen können, dass grossgeschriebene Symbole ausschliesslich auf Vielfache von Eins hinweisen, kleingeschriebene Symbole ausschliesslich auf Bruchteile von Eins.

Wegen der Verwechslungsgefahr ist der Gebrauch folgender Ausdrücke nicht angezeigt:

Deka $= 10^{1} =$ D oder da (kein einheitliches Symbol)
Hekto $= 10^{2} =$ h (im Weinhandel gebräuchlich)
Myria $= 10^{4} =$ ma
Dezimilli $= 10^{-4} =$ dm (das Zeichen dm bedeutet ebenfalls Dezimeter $= 10^{-1}$ m)
Centimilli $= 10^{-5} =$ cm (das Zeichen cm bedeutet ebenfalls Zentimeter $= 10^{-2}$ m)

Ferner soll darauf hingewiesen werden, dass der Begriff «Billion» in kontinentaleuropäischen und angelsächsischen Texten nicht dasselbe bedeutet. Ebenso kann unter «Mill.» sowohl «Million» als auch «Milliarde» verstanden werden. Die Vorsilben Mega und Giga sind vorzuziehen, oder in Texten mehr kaufmännischer Richtung die Abkürzungen «Mio.» und «Mrd.».

*Beispiel 35:* $1\,000\,000\ \text{Wh} = 10^{6}\ \text{Wh} = 1\ \text{MWh}$ (35)
$1\,000\,000$ Fr. $= 1$ Mio. Fr.

$1\,000\,000\,000\ \text{Wh} = 10^{9}\ \text{Wh} = 1\ \text{GWh}$
$1\,000\,000\,000$ Fr. $= 1$ Mrd. Fr.

## 4. Anwendungen

### *4.1 Physikalische Gleichungen*

Bereits in den Abschnitten 2.1 und 2.2 wurde gesagt, dass die Gleichungen kurze Stenogramme von mathematischen und physikalischen Gesetzen sind. Es versteht sich von selbst, dass diese Stenogramme nur dann verständlich sein können, wenn irgendwo ein «Schlüssel» zur Entzifferung der Symbole vorhanden ist. Aus diesem Grunde sind alle Einigungsbestrebungen zu unterstützen, dass die Symbole international anerkannte Bedeutungen haben sollen, und zwar nicht nur für die Einheiten, wo dies glücklicherweise schon weitgehend der Fall ist (m für Meter, kg für Kilogramm, V für Volt usw.), sondern auch für die physikalischen Grössen. Natürlich lassen sich auch mit ausführlichen Buchstabenverzeichnissen immer noch nicht alle Fälle festhalten, so dass besonders die Autoren in Spezialgebieten dem Verständnis ihrer Leser nachhelfen können, wenn sie die Entzifferung ihrer Symbole deutlich angeben.

An einem einfachen Beispiel seien einige Formen dieses Schlüssels zitiert.

*Beispiel 36:* $P = U \cdot I$ (36.1)
*Schlüssel:* $P$ = Leistung
$U$ = Spannung
$I$ = Stromstärke

Dieser Schlüssel entspricht der reinen Grössenauffassung, da er keine Angaben über die zu verwendenden Einheiten enthält.
Eine noch kürzer gefasste Form ist:

$$P = U \cdot I \tag{36.2}$$

($P$ Leistung, $U$ Spannung, $I$ Stromstärke)

Nach der reinen Masszahlenauffassung kann man setzen:

$$P = U \cdot I \tag{36.3 M}$$

| | | |
|---|---|---|
| $P$ = Leistung in Watt | oder | Leistung in W |
| $U$ = Spannung in Volt | | Spannung in V |
| $I$ = Stromstärke in Ampère | | Stromstärke in A |

Folgende Verwendung der Klammern ist nach Hauptsatz 7 nicht empfehlenswert:

$$P = U \cdot I \tag{36.4f}$$

| | | |
|---|---|---|
| $P$ = Leistung (W) | oder | Leistung [W] |
| $U$ = Spannung (V) | | Spannung [V] |
| $I$ = Stromstärke (A) | | Stromstärke [A] |

Nachdem wir sämtliche Einzelteile und ihre Darstellungsarten besprochen haben, gehen wir über zum Hauptthema, zur Zusammensetzung der Symbole zu physikalischen Gleichungen. In Übereinstimmung mit den in Hauptsatz 1 genannten drei Begriffen Grösse, Masszahl und Einheit lassen sich die Gleichungen in folgende drei Klassen einteilen:

— *Grössengleichungen*, worin die Symbole *Grössen* bedeuten,
— *Masszahlengleichungen*, worin die Symbole *reine Zahlen* bedeuten und wo beim Einsetzen keine Einheiten auftreten,
— *Einheitengleichungen*.

Die Klasse mit den geringsten Schwierigkeiten ist ohne Zweifel jene der Einheitengleichungen, so dass deren Behandlung vorausgehen soll.

### *4.2 Einheitengleichungen*

Unser Hauptsatz 1 lässt sich selbstverständlich auch so schreiben:

$$\textbf{Einheit} = \frac{\textbf{Grösse}}{\textbf{Masszahl}}$$

Da Masszahlen reine, dimensionslose Zahlen sind, erkennen wir aufs neue, dass Einheiten *besonders ausgewählte oder normierte Grössen sind*. Demnach sind Einheitengleichungen nur Spezialfälle von Grössengleichungen.

Eine erste Gruppe dieser Klasse besteht aus den reinen *Potenzgleichungen oder Maßstabänderungen*.

*Beispiel 37:*

$$1\ \text{m} = 100\ \text{cm} \qquad 1\ \text{cm} = 10^{-2}\ \text{m} \tag{37}$$
$$1\ \text{Zoll} = 2{,}54\ \text{cm} \qquad 1\ \text{cm} = \frac{1}{2{,}54}\ \text{Zoll} = 0{,}394\ \text{Zoll}$$

Eine weitere Gruppe bilden die *Namensänderungen*. Besonders in der klassischen Elektrizitätslehre hatte man sehr unhandliche Einheiten mit gebrochenen Exponenten eingeführt, so dass man als Ersatz für diese langen Ausdrücke kürzere Namen suchte.

*Beispiel 38:*

$$1\ \text{cm}^{-1/2}\ \text{g}^{1/2}\ \text{s}^{-1} = 1\ \text{Gauss} \tag{38}$$
$$1\ \text{cm}^{1/2}\ \text{g}^{1/2}\ \text{s}^{-1} = 1\ \text{Gilbert}$$

Daneben gibt es aber auch geläufigere Namensänderungen.

*Beispiel 39:*

$$\begin{aligned} 1\ \text{cmg s}^{-2} &= 1\ \text{dyn} \\ 10^5\ \text{dyn} &= 1\ \text{N (Newton)} \\ 0{,}102\ \text{kg}^* &= 1\ \text{N} \\ 1\ \text{s}^{-1} &= 1\ \text{Hz (Hertz)} \\ 1\ \text{V/A} &= 1\ \Omega\ \text{(Ohm)} \\ 1\ \text{As/V} &= 1\ \text{F (Farad)} \\ 1\ \text{Vs/A} &= 1\ \text{H (Henry)} \end{aligned} \tag{39}$$

Diese Namensänderungen oder Übersetzungen leisten in manchen Fällen gute Dienste, wie etwa bei den Formeln der Kondensatorentladung, wo ein Produkt

$$\tau = R\,C \tag{39.1}$$

auftritt. Die Einheit dieser Grösse $\tau$ sieht im ersten Augenblick etwas geheimnisvoll aus:

$$[\tau] = \text{Ohm} \cdot \text{Farad} \tag{39.2}$$

Setzen wir jedoch dafür die Grundeinheiten nach (39) ein, so lautet das Ergebnis ganz einfach:

$$[\tau] = \Omega \cdot \text{F} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{A s}}{\text{V}} = \text{s} \tag{39.3}$$

Die Grösse $RC$ stellt eine Zeit, die sogenannte Eigenzeit der Kondensatorentladung, dar und besitzt die Einheit Sekunde.

Eine besondere Gruppe bilden die *Einheitenbeziehungen* oder *Einheitenverknüpfungen*, die aus streng genommenen Dimensionsgründen das Zeichen = nicht enthalten dürfen, sondern nur das Zeichen $\widehat{=}$. Man sollte sie deshalb *nicht als Einheitengleichungen* ansprechen.

*Beispiel 40:*

$$\begin{aligned} 1\ \text{el.-stat. Potentialeinheit} &= 1\ \text{cm}^{1/2}\,\text{g}^{1/2}\,\text{s}^{-1} \mathrel{\widehat{=}} 300\ \text{V} \\ 1\ \text{Farad} &= 1\ \text{As/V} \mathrel{\widehat{=}} 9 \cdot 10^{11}\ \text{cm} \end{aligned} \tag{40}$$

### *4.3 Grössengleichungen*

Ein eifriger Vorkämpfer für die konsequente Anwendung von Grössengleichungen ist *J. Wallot*, aus dessen zahlreichen Arbeiten wir ein ganz einfaches Beispiel zitieren [6]:

*Beispiel 41:* Das Ergebnis einer Messung, als Grössengleichung formuliert, lautet:

$$I = 3\ \text{A} \tag{41}$$

*Wallot* sagt dazu: Das Symbol «*I*» bedeutet die Grösse «elektrische Stromstärke». «3» bedeutet ihre Masszahl (ihren Zahlenwert), bezogen auf die Einheit «*Ampère*». Der Ausdruck «3 A» ist ein symbolisches Produkt, das heisst, die gemessene Stromstärke beträgt das Dreifache einer Bezugsstromstärke (Einheit), die man mit dem Namen «Ampère» versehen hat.

Ein weiteres einfaches Beispiel aus der Mechanik ist die durchschnittliche Geschwindigkeit eines Eisenbahnzuges.

*Beispiel 42:* Zug 5 der Schweizerischen Bundesbahnen verlässt Bern um 0824 und erreicht ohne Zwischenhalt Zürich um 1004. Der Einfachheit halber messen wir die zurückgelegte Strecke in Tarifkilometern. Die gegebenen Grössen sind:

$$\begin{aligned} \text{Weg } s &= 130\ \text{km} \\ \text{Zeit } t &= 1\ \text{h}\ 40\ \text{min} = 1{,}67\ \text{h} \end{aligned} \tag{42.1}$$

Suchen wir die durchschnittliche Geschwindigkeit $v$ des Zuges, so lautet die Formel

$$v = \frac{s}{t} \tag{42.2}$$

Wir setzen ohne weiteres die gegebenen Grössen ein und finden mit Rechenschiebergenauigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{130\ \text{km}}{1{,}67\ \text{h}} = 77{,}8\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \tag{42.3}$$

Aus irgendeinem Grunde kann der Wunsch bestehen, die Geschwindigkeit nicht in der Einheit km/h, sondern in m/s auszudrücken. Dieses Ziel lässt sich auf zwei Wegen leicht erreichen.

*Weg A:* Man rechnet zuerst die gegebenen Grössen $s$ und $t$ mit Hilfe zweier Einheitengleichungen

$$\begin{aligned} 1\ \text{km} &= 1000\ \text{m} \\ 1\ \text{h} &= 60\ \text{min} = 3600\ \text{s} \end{aligned} \tag{42.4}$$

auf die neuen Einheiten um:

$$\begin{aligned} s &= 130\ \text{km} = 130 \cdot 1000\ \text{m} = 130\,000\ \text{m} = 1{,}3 \cdot 10^5\ \text{m} \\ t &= 1{,}67\ \text{h} = 1{,}67 \cdot 3600\ \text{s} = 6000\ \text{s} \end{aligned} \tag{42.5}$$

Diese gegebenen, umgerechneten Grössen werden in (42.2) eingesetzt:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{130\,000\ \text{m}}{6\,000\ \text{s}} = 21{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{42.6}$$

*Weg B:* Man rechnet direkt das Schlussergebnis von (42.3) mit Hilfe der gleichen Einheitenformeln (42.4) auf die neuen, gewünschten Einheiten um:

$$v = 77{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 77{,}8 \cdot \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = \frac{77\,800\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 21{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad (42.7)$$

Selbstverständlich führen beide Wege zum selben Resultat.

Vergleichen wir die beiden Formeln (42.3) und (42.6), so entdecken wir, dass wir in beiden Fällen, ohne eine Änderung, von der *allgemeinen Grössengleichung* $v = s/t$ ausgehen konnten, *ganz unabhängig von der Wahl der Einheiten. Wallot* [6] formuliert das so:

**Hauptsatz 8: Beziehungen zwischen Grössen, in Form von Gleichungen dargestellt, haben definitionsgemäss nichts mit der Festsetzung bestimmter Einheiten zu tun. Sie haben diese Festsetzung weder zur Voraussetzung noch zur Folge.**

Aus diesem Grunde scheinen uns die beiden folgenden Ausschnitte aus Originalarbeiten *nicht nachahmenswert.*

*Beispiel 43:*

Bezeichnet $\lambda$ in [m] die Wellenlänge, $f$ die Frequenz in $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$ bzw. [Hz], $T$ die Periodendauer in [s] und $v$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit in $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, so gelten die Formeln:

$$T = \frac{1}{f} \qquad \lambda = \frac{v}{f} \qquad v = \lambda \cdot f \qquad (43)$$

*Vorschlag:*

Die drei Gleichungen (43) gelten allgemein, auch wenn man andere Einheiten als die angeführten wählt. Die Einschränkungen auf diese bestimmten Einheiten sind also gar nicht nötig! Wenn sie der Verfasser dennoch stehen lassen will, so wäre es gemäss Hauptsatz 7 ratsam, die eckigen Klammern wegzulassen:

Bezeichnet $\lambda$ die Wellenlänge in m, $f$ die Frequenz in $\frac{1}{\text{s}}$ bzw. Hz, ...

*Beispiel 44:*

Jeder Strom erzeugt ein magnetisches Feld, dessen Stärke $H\left[\frac{\text{A}}{\text{cm}}\right]$ proportional $I$ ist.

*Vorschlag:*

Dieser Satz bespricht ein Naturgesetz, das für alle erdenklichen Einheiten der magnetischen Feldstärke gilt. Es wird deshalb empfohlen, die besonders erwähnte Einheit A/cm mitsamt ihrer eckigen Klammer wegzulassen, da auf der andern Seite die Einheit der Stromstärke auch nicht zitiert wird, und zu schreiben:
Jeder Strom erregt ein magnetisches Feld, dessen Stärke $H$ proportional zu $I$ ist.

Entsprechend Hauptsatz 8 lassen sich in der Formel (42.2) für die Zugsgeschwindigkeit beliebige Phantasieeinheiten einführen, wie etwa

$$v = 63\,800 \text{ Fuss pro Viertelstunde.}$$

Die Einheiten brauchen *nicht* aufeinander abgestimmt (nicht kohärent) zu sein. Die einzige Vorschrift, welche beachtet werden muss, ist

**Hauptsatz 9: Beim Einsetzen gegebener Werte in allgemeine Grössengleichungen sollen niemals nur die Masszahlen, sondern stets auch die zugehörigen Einheiten mitgeschrieben werden. Dadurch lassen sich auch allfällige Umrechnungen auf beliebige andere Einheiten sehr erleichtern.**

### *4.4 Masszahlengleichungen*

Wie wir im Abschnitt 2.4 bemerkt haben, existieren zwei verschiedene Auffassungen, eine physikalische Gleichung zu deuten. Die eine Partei anerkennt die Schreibweise

$$I = 3\ \text{A} \qquad (41)$$

nicht als Grössengleichung oder (symbolisches) Produkt, sondern vertritt den Standpunkt, nur der Teil

$$I = 3 \qquad (41\ \text{M})$$

stelle die Gleichung dar, und das Einheitensymbol A sei nur eine beigefügte Bemerkung.

**Daraus folgt aber zwangsläufig, dass diese Partei das kursiv gesetzte Symbol *I* nicht als Grösse, sondern als Masszahl auffasst.**

Für diese Partei gilt unser Hauptsatz 1 nicht, und ebensowenig seine Umformung:

$$\text{Masszahl} = \frac{\text{Grösse}}{\text{Einheit}}$$

Diese Quotientenbildung ist nicht möglich, da die Einheit und ihr Symbol nur als «Bemerkung» und nicht als richtiger, voll gültiger Divisor anerkannt wird. Um die beiden Auffassungen unterscheiden zu können, gilt für uns die *vorläufige Regel:*

**Werden in den Gleichungen die Buchstabensymbole als Masszahlen verwendet, so enthält die rechts stehende Gleichungsnummer den Zusatz «M» (Masszahlengleichung).**

Die Formel (42.2) für die durchschnittliche Zugsgeschwindigkeit verwandelt sich, *ohne äusserliche Änderung*, in eine Masszahlengleichung, wenn man die drei Symbole $v$, $s$, $t$ als Masszahlen auffasst:

$$v = \frac{s}{t} \qquad (42.2\ \text{M})$$

Setzt man die in (42.1) gegebenen Masszahlen 130 und 1,67 in die Gleichung (42.2 M) ein, so findet man:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{130}{1{,}67} = 77{,}8 \qquad (42.3\ \text{M})$$

Wenn es beliebt, kann man aber auch die in (42.5) gegebenen Masszahlen 130 000 und 6000 in die Formel (42.2 M) einsetzen und zum Ergebnis kommen:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{130\,000}{6000} = 21{,}7 \qquad (42.6\ \text{M})$$

Die Gleichung (42.2 M) ist aber nicht die einzig mögliche Gleichung für die Masszahl der Zugsgeschwindigkeit. Setzt man nämlich die beiden Masszahlen 130 und 1,67 von (42.1) in folgende Masszahlengleichung ein:

$$v = 0{,}278\,\frac{s}{t}, \qquad (42.8\ \text{M})$$

so findet man im Ergebnis dieselbe Masszahl 21,7 wie bei Formel (42.6 M):

$$v = 0{,}278 \frac{130}{1{,}67} = 0{,}278 \cdot 77{,}8 = 21{,}7$$

Eine dritte Rechenmöglichkeit besteht darin, die beiden Masszahlen 130 000 und 6000 von (42.5) in folgende Masszahlengleichung einzusetzen:

$$v = 3{,}600 \frac{s}{t}, \qquad (42.9\ \mathrm{M})$$

wobei im Ergebnis dieselbe Masszahl 77,8 erscheint wie bei Formel (42.3 M):

$$v = 3{,}600 \frac{130\,000}{6000} = 3{,}600 \cdot 21{,}7 = 77{,}8$$

Das Nebeneinander dreier ähnlicher Masszahlengleichungen

$$v = s/t \qquad (42.2\ \mathrm{M})$$

$$v = 0{,}278 \cdot s/t \qquad (42.8\ \mathrm{M})$$

$$v = 3{,}600 \cdot s/t \qquad (42.9\ \mathrm{M})$$

mit den Zahlfaktoren 1,000, 0,278 und 3,600 führt, bescheiden gesagt, nicht dazu, Übersicht und Ordnung zu erleichtern. Diese einheitenfreien Rechenrezepte sehen wohl sehr einfach aus, sie sind aber eben doch *unvollständig*, da man aus anderer Quelle erfahren muss, dass mit der Masszahl 77,8 die in km/h gemessene, mit 21,7 jedoch die in m/s ausgedrückte Geschwindigkeit gemeint ist. Der wichtigste Nachteil der Masszahlengleichungen besteht gerade darin, dass die verwendeten oder zu verwendenden Einheiten nicht auf den ersten Blick erkennbar sind. Um mit solchen Formeln überhaupt rechnen zu können, *muss* man die gewählten Einheiten entweder in einem ganzen Begleitsatz oder in einer Stenogrammform (in Klammern) beifügen, ausser man habe schon zum voraus, etwa zu Beginn eines Kapitels oder des ganzen Buches, eindeutig und klar abgemacht, welche Einheiten man zu verwenden gedenke.

Dagegen sind die allgemeinen Grössengleichungen dieser Zusatzbedingung nicht unterworfen. Gemäss Hauptsatz 9 werden hier beim richtigen Einsetzen die Einheiten «mitgeliefert». Eine allfällige Umrechnung des Ergebnisses auf andere Einheiten erfolgt in einem zweiten Schritt oder nach der im Abschnitt 4.5 behandelten Methode der zugeschnittenen Grössengleichungen.

**Hauptsatz 10: Bei Masszahlengleichungen ist es obligatorisch, irgendwo im Text oder neben den Formeln die gewählten oder zu wählenden Einheiten durch einen Zusatz anzugeben.**

Die *vollständigen* Masszahlengleichungen für die Zugsgeschwindigkeit lauten:

(42.2 M): $v = \frac{s}{t}$ — *Zusatz im Text:*
- Man erhält die Masszahl der Geschwindigkeit $v$ in km/h, indem man die Masszahl der Entfernung $s$ in km durch die Masszahl der Fahrzeit $t$ in h teilt;

oder
- Die Entfernung $s$ ist in Kilometern einzusetzen, die Fahrzeit $t$ in Stunden. Dann ergibt die Gleichung die Geschwindigkeit $v$ in Kilometern pro Stunde.

oder

(42.6 M): $v = \frac{s}{t}$ — *Zusatz:* ($s$ in m, $t$ in s, $v$ in m/s)

oder

(42.8 M): $v = 0{,}278 \frac{s}{t}$ — *Zusatz:* $s$ = Entfernung in km, $t$ = Fahrzeit in h, $v$ = Geschwindigkeit in m/s

oder

(42.9 M): $v = 3{,}600 \frac{s}{t}$ — *Zusatz:* $[s] = 1$ km, $[t] = 1$ h, $[v] = 1$ km/h

Die Verwendung dieser eckigen Klammern ist weniger gebräuchlich, aber im Sinne der Abschnitte 2.6 und 3.2 absolut korrekt.

Die äussere Form der Masszahlengleichung (42.2 M) ist genau dieselbe wie die der allgemeinen Grössengleichung (42.2). Das ist deshalb so, weil (42.2 M) auf *abgestimmte Einheiten* bezogen ist. Darunter versteht man Einheiten, in deren Beziehungen keine von Eins verschiedenen Zahlfaktoren vorkommen. Tatsächlich bilden die Einheiten für (42.2 M) die zahlfaktorlose Identität:

$$1\ \mathrm{km/h} = \frac{1\ \mathrm{km}}{1\ \mathrm{h}} \qquad (42.10)$$

Für die Formel (42.6 M) gilt eine ähnliche zahlfaktorlose Identität:

$$1\ \mathrm{m/s} = \frac{1\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{s}} \qquad (42.11)$$

Für die beiden andern Formeln ist das nicht mehr der Fall. So gehört zur Masszahlengleichung

$$v = 0{,}278 \frac{s}{t} \qquad (42.8\ \mathrm{M})$$

die Einheitengleichung

$$1\ \mathrm{m/s} = 3{,}600 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \quad \left(= \frac{3600\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}\right) \qquad (42.12)$$

Die Masszahlengleichung (42.8 M) enthält also den *reziproken Wert* des Zahlfaktors, der in der Einheitengleichung (42.12) auftritt:

$$0{,}278 = \frac{1}{3{,}600} \qquad (42.13)$$

Für (42.9 M) gilt dasselbe mit vertauschten Rollen, indem die Masszahlengleichung den Zahlfaktor 3,600 enthält, während der dazu reziproke Wert $^1/_{3{,}600}$ = 0,278 in der Einheitengleichung (42.14) steht:

$$1\ \mathrm{km/h} = 0{,}278 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(= \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}}\right) \qquad (42.14)$$

Noch einmal sei darauf hingewiesen, dass in den Gleichungen mit dem Zusatz «M» die kursiv gesetzten Symbole *Masszahlen* bedeuten sollen. *J. Wallot* bemerkt dazu (im Zusammenhang mit Beispiel 41): «Leider bezeichnet man die Masszahl der Stromstärke häufig mit demselben Symbol wie die Grösse ‚Stromstärke' (also mit einem kursiv gesetzten *I*).»

Doch ist es gar nicht leicht, einen vernünftigen Ausweg zu finden. Schon im Abschnitt 3.1 wurden die Nachteile besprochen, die bei senkrecht gedruck-

ten Masszahlensymbolen auftreten würden. Ein weiterer Lösungsversuch liesse sich mit geschweiften Klammern ausführen:

$$\{I\} = 3 \qquad \text{Zusatz: } \{I\} = \text{Stromstärke in A} \qquad (41\ \text{M})$$

$$\text{oder } \{v\} = 0{,}278 \frac{\{s\}}{\{t\}} \qquad (42.8\ \text{M})$$

Zusatz: $\{v\}$ = Geschwindigkeit in m/s
$\{s\}$ = Entfernung in km
$\{t\}$ = Fahrzeit in h

Denn nach Hauptsatz 6 stellen Grössensymbole in geschweiften Klammern Masszahlen dar. Der erklärende Zusatz für die verwendeten Einheiten ist aber nach wie vor *obligatorisch*, und so würde man mit Hilfe dieser geschweiften Klammern nicht viel gewinnen, anderseits durch ihre wiederholte Verwendung ein etwas unruhiges Schriftbild schaffen.

### *4.5 Zugeschnittene Grössengleichungen*

Beim Arbeiten mit allgemeinen Grössengleichungen besteht oft der Wunsch, das Ergebnis auf andere als die vorhandenen Einheiten umzurechnen oder umgekehrt einzelne Grössen, die in unpassenden Einheiten angegeben sind, in den Rechengang aufzunehmen. Handelt es sich um einzelne Umrechnungsfälle, so genügen die Methoden der beiden Wege A und B von Abschnitt 4.3 vollauf. Hat man jedoch eine ganze Reihe ähnlicher Rechnungen zu lösen, so ist das Verfahren auf beide Arten umständlich. Rascher zum Ziel führt uns der

*Weg C: Wir formen unser Werkzeug, die allgemeine Grössengleichung, zur praktischen Anwendung um, anders gesagt, wir «schneiden sie auf die vorgeschriebenen oder gewünschten Einheiten zu».*

*Beispiel 42:* Für die durchschnittliche Zugsgeschwindigkeit sei die Entfernung $s$ in km, die Fahrzeit $t$ in h gemessen worden, während die Geschwindigkeit $v$ in m/s gesucht sei. (Hier sollen kursiv gesetzte Symbole wieder *Grössen* bedeuten!)

Wir erweitern die allgemeine Grössengleichung (42.2):

$$v = \frac{s}{t}$$

mit folgenden aus den Einheitengleichungen (42.4) gewonnenen Identitäten:

$$1 = \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \qquad \text{und} \qquad 1 = \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}$$

und finden das Zwischenergebnis:

$$v = \frac{s}{t} \cdot \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} \cdot \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}$$

Wir stellen die einzelnen Faktoren dieser Formel etwas anders zusammen, so dass die verlangte Einheit der Unbekannten $v$ den Schluss bildet:

$$v = \frac{1000}{3600} \cdot \frac{\frac{s}{\text{km}}}{\frac{t}{\text{h}}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}278 \frac{s/\text{km}}{t/\text{h}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad (42.8\ \text{Z})$$

Bei dieser Operation sind die beiden recht seltsamen Gebilde $s/\text{km}$ und $t/\text{h}$ entstanden. Es sind Quotienten, deren Zähler eine physikalische Grösse, deren Nenner eine Einheit darstellt. Unser Hauptsatz 1 lässt sich aber ebenfalls in Quotientenform schreiben:

$$\frac{\text{Grösse}}{\text{Einheit}} = \text{Masszahl.}$$

So erkennen wir, dass diese seltsamen Gebilde nichts anderes als (unbestimmte) Masszahlen sind! Formel (42.8 Z) ist eine richtige Grössengleichung, denn links vom Gleichheitszeichen steht die physikalische Grösse $v$; rechts davon stellt der über der waagrechten Wellenlinie stehende Ausdruck eine reine Zahl dar, als Zusammensetzung der Masszahlen 0,278, $s/\text{km}$ und $t/\text{h}$, und bildet mit dem Einheitssymbol m/s ebenfalls eine physikalische Grösse. Im Gegensatz zur *allgemeinen* Grössengleichung (42.2) enthält die Formel (42.8 Z) genaue Vorschriften darüber, welche drei Einheiten verwendet werden müssen. Da sie auf die drei in der Gleichung genannten Einheiten *zugeschnitten* worden ist, gilt sie *nicht mehr allgemein, sondern in dieser Form nur für diese drei Einheiten!* Die Gleichungsnummer enthält deshalb als Kennzeichen den Zusatz «Z» (zugeschnittene Grössengleichung).

Die Umformung von Gleichung (42.2) zu Gleichung (42.8 Z) bedeutet, dass die Einheitengleichungen (42.4) ein für allemal *fest eingebaut* werden, um das Ergebnis *in einem Rechengang* in der gewünschten Einheit liefern zu können. Die zugeschnittenen Grössengleichungen sind also nichts anderes als identische Erweiterungen der ursprünglichen allgemeinen Grössengleichungen.

Wir können die ungewohnten Gebilde $s/\text{km}$ und $t/\text{h}$ prüfen, indem wir im Zähler die Werte von (42.1) einsetzen:

$$s/\text{km} = \frac{130\ \text{km}}{\text{km}} = 130 \qquad t/\text{h} = \frac{1{,}67\ \text{h}}{\text{h}} = 1{,}67 \qquad (42.15)$$

Die Symbole $s$ und $t$ gelten dabei selbstverständlich als Grössen, so dass, gemäss Hauptsatz 9, im Zähler auch die Einheit anzuschreiben ist, die sich anschliessend mit dem Nenner weghebt. Hat man $s$ oder $t$ nicht in den vorgeschriebenen Einheiten gemessen, so muss man entweder das Messergebnis dahin abändern, bevor man es einsetzt, oder aber man schneidet die Gleichung auf andere Einheiten zu. Setzt man die soeben errechneten Masszahlen (42.15) in (42.8 Z) ein, so findet man selbstverständlich dasselbe Resultat wie in (42.6) und (42.7):

$$v = 0{,}278 \frac{s/\text{km}}{t/\text{h}} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}278 \frac{130}{1{,}67} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 21{,}7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Beim Betrachten der Gleichungen (42.8 Z) und (42.15) erinnern wir uns vielleicht an eine Rechenstunde der Primarschule, wo es einem nicht einleuchten wollte, warum der Lehrer auf dem Unterschied zwischen «Teilen» und «Messen» beharrte:

*Beispiel 43:* 35 geteilt durch 7 gibt 5, (43.1)
35 gemessen mit 7 geht 5mal.

Benützt man statt reiner Zahlen eine physikalische

Grösse, so wird der Unterschied der beiden Begriffe mit einem Schlag viel deutlicher:

$$\text{Teilen: } \frac{35\ \text{m}}{7} = 5\ \text{m} \qquad (43.2)$$

in Worten: 35 m geteilt in 7 Stücke ergibt Einzelstücke von 5 m Länge.

$$\text{Messen: } \frac{35\ \text{m}}{7\ \text{m}} = 5$$

in Worten: 35 m, gemessen (verglichen) mit einer Norm von 7 m, ist das Fünffache, «geht 5 mal»; d. h. die gesuchte Maßzahl ist 5.

Unsere Gebilde $s/\text{km}$ und $t/\text{h}$ sind demnach typische Beispiele für die Operation «Messen», da beim Einsetzen von Werten als Ergebnis eine Masszahl stehenbleibt.

Als zweites Beispiel einer zugeschnittenen Grössengleichung behandeln wir die Thomsonsche Formel, indem wir sie auf die in der Radiotechnik gebräuchlichen Einheiten umformen.

*Beispiel 44:* Die allgemeine Grössengleichung für einen Schwingungskreis lautet

$$\omega = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi c}{\lambda} \qquad (44.1)$$

Wir lösen diese Gleichung nach $L$ auf:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} \qquad (44.2)$$

Der Übergang von den ursprünglichen Einheiten Henry, Farad und Hertz zu µH, pF und kHz geschieht wie folgt:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \frac{f^2}{\text{Hz}^2} \cdot \frac{C}{\text{F}}}\text{H} = \frac{1}{4\pi^2 \frac{f^2}{(10^{-3}\text{kHz})^2} \cdot \frac{C}{10^{12}\text{pF}}} \cdot 10^6\ \mu\text{H}$$

$$= \frac{10^6 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{12}}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{\frac{f^2}{\text{kHz}^2} \cdot \frac{C}{\text{pF}}} = \frac{25{,}3 \cdot 10^9}{\frac{f^2}{\text{kHz}^2} \cdot \frac{C}{\text{pF}}}\ \mu\text{H} \qquad (44.3\,\text{Z})$$

Aufgelöst nach $C$:

$$C = \frac{2{,}53 \cdot 10^{10}}{\frac{f^2}{\text{kHz}^2} \cdot \frac{L}{\mu\text{H}}}\ \text{pF} \qquad (44.4\ \text{Z})$$

Aufgelöst nach $f$:

$$f = \sqrt{\frac{2{,}53 \cdot 10^{10}}{\frac{L}{\mu\text{H}} \cdot \frac{C}{\text{pF}}}}\ \text{kHz} = \frac{1{,}59 \cdot 10^5}{\sqrt{\frac{L}{\mu\text{H}} \cdot \frac{C}{\text{pF}}}}\ \text{kHz} \qquad (44.5\ \text{Z})$$

Aufgelöst nach $\lambda$:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{1{,}59 \cdot 10^5 \cdot 10^3\ \text{Hz}} \cdot \sqrt{\frac{L}{\mu\text{H}} \cdot \frac{C}{\text{pF}}} \qquad (44.6\ \text{Z})$$

$$= 1{,}885\sqrt{\frac{L}{\mu\text{H}} \cdot \frac{C}{\text{pF}}}\ \text{m}$$

Es sei zugegeben, dass die Ausdrücke $s/\text{km}$, $t/\text{h}$, $L/\mu\text{H}$, $C/\text{pF}$ usw. wegen ihrer eigenartigen Gestalt noch recht ungebräuchlich und wenig verbreitet sind. Dazu kommt die Unsicherheit, wie diese Ausdrücke zu lesen und auszusprechen seien. Da dafür noch keine Normen bestehen, seien einige Vorschläge verschiedener Herkunft zitiert:

- der Ausdruck Grösse/Einheit sei gelesen als «Grösse gemessen in der und der Einheit», also $I/\text{A}$ = Stromstärke gemessen in Ampère; $s/\text{km}$ = Weg gemessen in km;
- der Ausdruck ist *nicht* als Bruch, sondern als Masszahl zu sehen: $s/\text{km}$ = Masszahl von $s$ in km = 130.
- man lese $\frac{L}{\mu\text{H}}$ als «$L$ in µH» oder «Selbstinduktivität in Mikrohenry» und beispielsweise die ganze Formel (44.5 Z): Man findet die Frequenz $f$ in kHz, indem man die Zahl $1{,}59.10^5$ durch die Wurzel des Produktes aus $L$ in µH und $C$ in pF dividiert.

Obschon aus theoretischen Gründen die Quotientenform allein korrekt ist, liesse sich allenfalls prüfen, ob man ein neues, mit dem Bruchstrich eng verwandtes Zeichen entwickeln könne, beispielsweise eine punktierte Linie:

$$\frac{s}{\text{km}} \text{ oder } s/\text{km}$$

Die ganze Gleichung hätte dann folgende Form:

*Beispiel 45:*

$$U = 0{,}127\sqrt{\frac{R}{\text{k}\Omega}\ \frac{B}{\text{kHz}}}\ \mu\text{V} \qquad (45\ \text{Z})$$

Wenn man es wünscht, kann man auch in Gleichung (42.8 Z) die Einheit m/s auf die linke Seite bringen:

$$\frac{v}{\text{m/s}} = 0{,}278 \cdot \frac{s/\text{km}}{t/\text{h}} \qquad (42.16\ \text{Z})$$

Diese Formel enthält auf beiden Seiten nur noch Masszahlen, so dass man sie eigentlich als Masszahlengleichung ansprechen sollte. Sie ist lediglich eine andere Darstellung von (42.8 M), indem dort die Symbole $v$, $s$, $t$ Masszahlen bedeuten, hier jedoch Grössen. Diese Grössen werden durch die im Nenner stehenden Einheiten wieder in Masszahlen umgewandelt.

Beide Gleichungsarten «M» und «Z» haben ein gemeinsames Obligatorium, nämlich die Angabe der drei Einheiten, mit welchen gerechnet werden muss. Da für Masszahlengleichungen der Zusatz neben der Formel oder ein entsprechender Textsatz nicht zu umgehen ist, bringt die zugeschnittene Grössengleichung *vom Standpunkt des Buchdruckers bzw. Setzers aus den Vorteil mit sich, weniger Platz zu beanspruchen.* Die Darstellung «Z» ist konzentrierter und enthält doch alles Nötige zum Arbeiten. Auf der andern Seite wird, nicht zuletzt wegen der engen Darstellung im Schriftsatz, der wesentliche Unterschied zwischen kursiven und senkrechten Symbolen gerne übersehen; er ist nicht augenfällig. Die Doppelbruchdarstellung ist schwerfällig. Obschon im Nenner der Teilbrüche grundsätzlich die Einheiten stehen müssen, können durch Unaufmerksamkeit leicht Verwirrungen entstehen. Besonders schwierig ist es, auf der Schreibmaschine oder von Hand den Quotienten Grösse/Einheit sauber darzustellen.

Gegenüber der Masszahlengleichung mit dem Einheitenzusatz neben der Formel hat die saubere Quotientenschreibweise «Z» den handwerklichen Vorteil, dass man beim Übergang auf andere, bisher nicht vorkommende Einheiten weniger lange zu überlegen braucht, ob der entsprechende Zahlfaktor in den Zäh-

ler oder in den Nenner einzusetzen ist. Hat man für die Formel (42.8 M):

$$v = 0{,}278\,\frac{s}{t} \qquad (s \text{ in km}, t \text{ in h}, v \text{ in m/s})$$

die Zeit nicht in Stunden, sondern in Minuten gemessen, so wünscht man eine Masszahlengleichung für diese neue Einheit. Die Umformung führt bekanntlich zu vielen Fehlern. Man weiss, dass 1 h = 60 min gilt und dass ein Faktor 60 in die Formel eingebaut werden muss. Man findet die Lösung aber erst auf dem kleinen Überlegungsumweg, dass das ursprüngliche Ergebnis für $v$ unverändert bleiben muss. Folglich gehört der Faktor 60 in den Zähler zum Faktor 0,278, da die Masszahl der in Minuten ausgedrückten Zeit im Nenner sechzigmal grösser geworden ist als vorher.

Für die zugeschnittene Grössengleichung (42.8 Z) geht dieser Einheitenwechsel reibungsloser:

1 h = 60 min

$$v = 0{,}278\,\frac{s/\text{km}}{t/\text{h}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}278\,\frac{s/\text{km}}{t/60\,\text{min}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 0{,}278\,\frac{s/\text{km}}{\frac{t}{\text{min}}\cdot\frac{1}{60}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 60\cdot 0{,}278\,\frac{s/\text{km}}{t/\text{min}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 16{,}7\,\frac{s/\text{km}}{t/\text{min}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad (42.17\ \text{Z})$$

Die Quotientenschreibweise erleichtert ferner auch die Bestimmung ungeläufiger Einheiten, wie etwa jene der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma$ im elektromagnetischen CGS-System.

### *4.6 Mischgleichungen*

Manche Autoren möchten dem Verständnis ihrer Leser nachhelfen, indem sie bei ihren Gleichungen jene Einheit am Schlusse hinzusetzen, welche für die gerade auszurechnende Grösse gültig ist, zum Beispiel:

$$v = 0{,}278\,\frac{s}{t}\ \text{m/s} \qquad (42.18\,\text{f})$$

**Solche Gleichungsformen sind leider weit verbreitet, sie sind aber unbedingt abzulehnen, da sie einer ernsten Prüfung nicht standhalten und weder die Bedingungen der einen Auffassung noch jene der andern ganz erfüllen.**

*Einwände vom Standpunkt der Grössengleichungen aus:*

- Gleichung (42.18 f) ist keine allgemeine Grössengleichung, denn eine solche enthält niemals Einheiten (Hauptsatz 8).
- Gleichung (42.18 f) ist auch keine richtige zugeschnittene Grössengleichung, denn bei einer solchen treten auf der rechten Seite die Symbole $s$ und $t$ nur in Verbindung mit ihren Einheiten auf: $s$/km und $t$/h.
- Soll der Einheitenzusatz m/s in (42.18 f) als Faktor aufgefasst werden, so können $s$ und $t$ keine Grössen sein, da man dann beim korrekten Einsetzen nach Hauptsatz 9 überzählige Einheiten erhält ($s$ und $t$ bringen ihre Einheiten bereits mit!). Bedeuten $s$ und $t$ aber Masszahlen, dann stellen beide Seiten der Gleichung Grössen dar, nämlich links das Symbol $v$ der Geschwindigkeit, rechts das Produkt aus Masszahl und Einheit. Diese «gemischte» Schreibweise ist nach Hauptsatz 5 zu vermeiden.

*Einwände vom Standpunkt der Masszahlengleichungen aus:*

- Auch wenn der Zusatz m/s als Bemerkung aufgefasst wird, in welcher Einheit die Geschwindigkeit $v$ ausgedrückt wird, weiss man immer noch gar nichts über die Einheiten für $s$ und $t$. Diese beiden Angaben *müssen* also in einer zusätzlichen Klammer erscheinen:

  ($s$ in km, $t$ in h).

  Dann ist es aber auch ästhetisch einwandfreier, gerade alle drei Einheiten in sauberer Masszahlendarstellung im Klammerzusatz anzugeben.

Andere Autoren scheinen mit ihren Mischgleichungen doch ein leises Unbehagen zu spüren und versuchen sich mit folgenden abgeschwächten Formulierungen aus der Affäre zu ziehen:

$$v = 0{,}278\,\frac{s}{t}\ \text{in}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad (42.19\,\text{f})$$

oder $$v = 0{,}278\,\frac{s}{t}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \qquad (42.20\,\text{f})$$

oder $$v = 0{,}278\,\frac{s}{t}\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \qquad (42.21\,\text{f})$$

Während diese Darstellungsarten kaum mehr als vermeintliche Grössengleichungen angesprochen werden können, so dass die erste Gruppe Einwände nicht am Platze ist, bleiben die Mängel vom Masszahlenstandpunkt aus in voller Strenge bestehen: Man erhält keine Auskunft über die Einheiten für $s$ und $t$.

Es berührt einigermassen seltsam, dass sich die saubere Quotientendarstellung «Z» nur mit Mühe verbreiten kann, während anderseits das Nebeneinander von kursiven und senkrechten Symbolen in den Mischgleichungen von den zahlreichen Anhängern nicht als störend empfunden wird. Es ist bedauerlich, dass diese Gleichungssorte ein so zähes Leben hat, nachdem sie bereits 1931 durch die Publikation DIN 1313 [2] eindeutig verworfen wurde.

In einer Besprechung eines vor einigen Jahren erschienenen Buches über Maßsysteme wird gesagt: «Mit der Sprache verglichen, stellt eine Mischgleichung ein Satzgefüge dar, bei dem jedes Wort in einer andern Sprache und jedes Zeitwort in einer andern Zeit geschrieben ist. Zu jedem derartigen Satz wäre eine eigene Legende nötig, um ihn zu verstehen. So ist es auch bei den Mischgleichungen. Ohne *zusätzliche* Angabe der Einheiten, in denen die einzelnen Grössen gemessen werden, ist eine Mischgleichung schlechthin unbrauchbar, und darum muss sie vermieden werden.»

### *4.7 Proportionalitätsfaktoren*

In vielen physikalischen Gleichungen treten konstante Faktoren auf, die oft reine Zahlen, oft aber auch Grössen mit zugehörigen Einheiten sein können.

Wir wollen, ohne näher auf ihre Herkunft einzugehen, als Beispiel das Gesetz von *Coulomb* betrachten:

*Beispiel 46:*

$$P = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon_0 \, 4\pi \, r^2} \qquad (46)$$

Seinerzeit wurde im elektrostatischen CGS-System die hier vorkommende *Dielektrizitätskonstante (DK) des Vakuums* $\varepsilon_0$ gleich Eins gesetzt, wodurch sich gezwungenerweise die gebrochenen Exponenten der Einheiten für elektrische Grössen ergaben. Diese Methode hat bekanntlich nicht dazu beigetragen, die herrschende Verwirrung der verschiedenen Maßsysteme zu vermindern. In vierdimensionalen Maßsystemen hat $\varepsilon_0$ nicht mehr den Wert der dimensionslosen Zahl Eins, sondern beträgt

$$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} = 8{,}86 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$$

Diese Grösse ist eine Naturkonstante; ihr Betrag kann nur im Experiment gefunden werden. Führt man jedoch das Experiment nicht in isolierender Luft, sondern in einem andern Medium aus, so ändert sich der Betrag der Kraft $P$. Man drückt das formelmässig so aus, indem man zum Faktor $\varepsilon_0$ noch einen neuen Faktor $\varepsilon$ setzt:

$$P' = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon \, \varepsilon_0 \, 4\pi \, r^2} \qquad (46.1)$$

Dieser neue Faktor $\varepsilon$, mit der Bezeichnung *relative DK* oder *Dielektrizitätszahl*, ist in jedem Falle dimensionslos. Er gibt an, wie stark die DK des Mediums von der DK $\varepsilon_0$ des leeren Raumes abweicht, also etwa für Wasser:

$$\varepsilon = 81 \qquad (46.2)$$

Wie auch DIN 1313 [2] hervorhebt, soll man im allgemeinen diese empirischen Proportionalitätsfaktoren als dimensionsbehaftet behandeln. *Erst nach eingehender Begründung* und zur Vereinfachung besonderer Fälle setze man sie allenfalls gleich Eins und betrachte sie als dimensionslos.

Eine besondere Rolle kommt den Faktoren

$4\pi$, $10^7$, $c$ (= Lichtgeschwindigkeit)

in den Grundgleichungen der Elektrizitätslehre zu. Hier bestehen Ausnahmen zu unserem Hauptsatz 8, indem für bestimmte Grössengleichungen nicht ohne weiteres jede beliebige Einheit eingesetzt werden darf. Bereits die Grössengleichungen sind davon abhängig, welches Maßsystem verwendet werden soll, und enthalten deshalb unterschiedliche Kombinationen der drei zitierten Faktoren.

Die Frage, an welchem Platz der Faktor $4\pi$ in den Grundgleichungen der Elektrizitätslehre stehen soll, ist unter dem Namen *Rationalisierung* bekannt und in der Literatur bereits sehr ausgiebig diskutiert worden. Wir treten an dieser Stelle nicht näher darauf ein. Die Rationalisierung hat an und für sich *nichts* mit der Wahl eines bevorzugten Maßsystems zu tun, da jedes System «rationalisiert» werden kann. **Von den Befürwortern des Giorgi-Systems wird aber empfohlen, gleichzeitig mit der Einführung dieses neuen Systems auch in anderer Richtung einen mutigen Schritt zu tun und die Rationalisierung der Grundgleichungen ebenfalls zu übernehmen.**

### *4.8 Weitere Beispiele aus der Literatur und Abänderungsvorschläge*

Wie bereits im Vorwort und im Abschnitt 3.3 betont wurde, besteht keineswegs die Absicht, durch die Auswahl der folgenden Beispiele über ihre Autoren ein Werturteil fällen zu wollen. Mit Hilfe dieser Auszüge soll lediglich die verwirrende unsichere Vielfalt des heutigen Zustandes aufgezeigt werden. Die Vorschläge wollen nicht als endgültig und «allein echt» verstanden werden, sondern nur als Hinweise, in welcher Richtung eine glücklichere Lösung zu suchen wäre.

### *Gruppe A: Gleichungen, die zu wenige oder zu viele Angaben enthalten*

*Beispiel 47:*

Formel für das Strahlungsgesetz $E_s = \sigma T^4$ kcal/m² h

Vorschlag: Durch das Weglassen der Einheiten kcal/m²h kann diese typische Mischgleichung in eine allgemeine Grössengleichung verwandelt werden.

*Beispiel 48:*

Gesetz von *WIEN*

$$\lambda_{\max} = \frac{2880}{T} \text{ in } \mu$$

Umformung in eine richtige Masszahlengleichung:

$$\lambda_{\max} = \frac{2880}{T} \qquad (\lambda \text{ in } \mu,\ T \text{ in } {}^\circ\text{K})$$

*Beispiel 49:*

Gesetz von *COULOMB*

$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \frac{\text{Wattsec}}{\text{m}}$$

Diese typische Mischgleichung enthält nur die Krafteinheit, schweigt sich aber völlig aus über die zu verwendenden Einheiten für $Q$ und $r$. Man schreibe dafür eine richtige Masszahlengleichung:

$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{Q \cdot Q'}{r^2} \qquad (K \text{ in Ws/m},\ Q \text{ in As},\ r \text{ in m})$$

Bemerkung: Da für diese Grundgleichung der Elektrizitätslehre Dimensionsfragen eine grosse Rolle spielen, ist es nicht ohne weiteres möglich, diese Formel in eine allgemeine Grössengleichung umzuformen, ohne den Zahlfaktor $9.10^9$ näher zu diskutieren.

*Beispiel 50:*

$$V \text{ volts} = 165 - k \frac{dD}{dt}$$

$D$ = distance
$t$ = temps
$k$ = coefficient de proportionalité

Die Symbole dieser Gleichung scheinen Masszahlen zu bedeuten. Diese Formel ist aber ohne weiteres Studium des Textes unbrauchbar, da keine Angaben über die Einheiten für $k$, $D$ und $t$ vorhanden sind, welche doch bequem neben den Symbolerklärungen Platz hätten.

*Beispiel 51:*

If the normalized voltage is fixed at $V$ volts and if the loudspeaker is to handle $W$ watts the matching impedance should be

$$Z = \frac{V^2}{W} \text{ Ohms}$$

$Z$ = the impedance at 400 c/s
$V$ = the output voltage
$W$ = the power

Diese Gleichung kann durch Streichen der Einheit Ohm in eine allgemeine Grössengleichung umgewandelt werden, die sogar auch für andere als die zitierten drei Einheiten gilt. Zieht man andernfalls die Masszahlendarstellung vor, so setze man die Einheiten zu den bereits vorhandenen Erklärungen rechts der Formel, z. B. $W$ = the power (measured) in watts.

*Beispiel 52:*

$$P = U \cdot I = V \cdot A$$

oder

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2$$
$$= V \cdot A \text{ oder kVA,}$$

aufgelöst:

$$I_1 = \frac{VA}{U_1} \text{ Ampère}$$

Hier scheint der übermässige Gebrauch von Faustformeln wie «Watt gleich Volt mal Ampère» (an und für sich eine durchaus korrekte Einheitengleichung!) Unheil anzurichten. Die erste Zeile wäre, kursiv gesetzt, eine richtige Grössengleichung, wenn man das aus Irrtum beigefügte Einheitensymbol V · A streichen würde. In der zweiten Zeile staunt man ob der Fertigkeit, wie der Faktor 1000 (k = kilo) hineingeschmuggelt wird, während man sich in der dritten Zeile fragen kann, wie man das doppelt erwähnte Symbol «Ampère» auffassen soll.
Dass solche Formeln dem Praktiker auf kürzestem Weg zeigen, mit welchen Einheiten zu rechnen ist, mag im optimistischen Glauben dieses Verfassers verankert sein: wir teilen seinen Standpunkt nicht!

## *Gruppe B: Gleichungen mit vollständiger Angabe der Einheiten*

*Beispiel 53* (aus einem und demselben Buch):

Gleichung des Resonanzwiderstandes

$$R_{\text{Res}} = \frac{1}{2\pi \triangle f C_0} \approx \frac{1}{\pi \cdot \Delta C \cdot f_0} = \frac{318\,000}{f_0 \text{ (MHz)} \cdot \triangle C \text{ (pF)}}$$

Wirksame Antennenhöhe

$$h_w = \frac{E\, r\, \lambda}{Z_o\, I_a\, F_a} \quad \text{oder} \quad h_w = \frac{E \text{ (mV/m)}, r \text{ (km)} \cdot \lambda \text{ (m)}}{377 \cdot I \text{ (A)} \cdot F_a} \text{ (m)}$$

$F_a$ = Ausbreitungsfaktor

Strahlungsleistungsdichte

$$S = \frac{E^2}{Z_o} = \frac{E^2 \text{ (V/m)}}{377 \text{ (Ohm)}} \text{ W/m}^2$$

Dämpfung $\beta = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_0}{4\pi}} \sqrt{\sigma f}$

oder $\beta \text{ (Np/km)} = 1{,}99 \cdot 10^{-4} \sqrt{\sigma \text{ } (\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}) \cdot f \text{ (Hz)}}$

Die links stehenden vier Gleichungen sind richtig formulierte Grössengleichungen. Zur Anwendung versucht dieser Verfasser, die Einheiten in runden Klammern gerade neben die kursiven Grössensymbole zu setzen. Als Besonderheit ist zu erwähnen, dass die Einheit der Unbekannten:

in der ersten Gleichung nicht genannt wird,
in der zweiten Gleichung in runden Klammern am Schluss steht,
in der dritten Gleichung ohne Klammern am Schluss steht,
in der vierten Gleichung in runden Klammern links neben dem Grössensymbol steht.

Da uns diese Mischung von kursiven Grössensymbolen und eingeklammerten Einheiten nicht vorteilhaft scheint, verwende man entweder die Quotientenschreibweise der zugeschnittenen Grössengleichungen, die sich nach Hauptsatz 1 mathematisch rechtfertigen lässt, oder dann eine saubere Darstellung als Masszahlengleichung, zum Beispiel für Gleichung 3:

$$S = \frac{\left(\frac{E}{\text{V/m}}\right)^2}{377} \text{ W/m}^2$$

oder

$$S = \frac{E^2}{Z_o} \quad (S \text{ in W} \cdot \text{m}^{-2}, E \text{ in V/m}, Z_o = 377)$$

*Bemerkung:* In der allgemeinen Grössengleichung ist für das Symbol $Z_0$ einzusetzen:

$$Z_0 = 377 \text{ Ohm.}$$

*Beispiel 54:*

$$\lambda_{(100\,\mathrm{m})} = 0{,}188 \sqrt{L_{(\mu\mathrm{H})} \cdot C_{(100\,\mathrm{pF})}}$$

$$\text{oder } \lambda_{\mathrm{m}} = 1{,}885 \cdot 10^9 \sqrt{L_{\mathrm{H}}\, C_{\mathrm{F}}} = 1{,}885 \sqrt{L_{\mu\mathrm{H}}\, C_{\mathrm{pF}}}$$

Hier sind die Einheiten, teils mit, teils ohne Klammern, auf der Stufe von Indices angeschrieben worden. Auch eine solche Lösung ist nicht empfehlenswert. Man setze dafür entweder korrekte zugeschnittene Grössengleichungen oder korrekte Masszahlengleichungen:

$$\frac{\lambda}{100\,\mathrm{m}} = 0{,}188 \sqrt{\frac{L}{\mu\mathrm{H}} \cdot \frac{C}{100\,\mathrm{pF}}}$$

$$\text{oder } \lambda = 1{,}885 \sqrt{L \cdot C} \qquad (\lambda \text{ in m, } L \text{ in } \mu\mathrm{H},\ C \text{ in pF})$$

Will man die Angabe von $C$ in «100 pF» beibehalten, so dürfte die Darstellung «Z» praktischer sein. Die Angabe in der Klammer der Masszahlendarstellung «$C$ in 100 pF» ist nicht ohne weiteres verständlich. Für die Wellenlänge $\lambda$ liesse sich allenfalls die Einheit Hektometer einführen. In der ersten Gleichung ergibt der Quotient «$C$/100 pF» zum Beispiel für eine Kapazität von 300 pF:

$$C = 300\,\mathrm{pF} \qquad \frac{C}{100\,\mathrm{pF}} = \frac{300\,\mathrm{pF}}{100\,\mathrm{pF}} = 3$$

Vgl. auch Beispiel (44.6 Z).

*Beispiel 55:*

$$R_{k_{max}} = \frac{4000\, U_{\mathrm{gF}}\ (\mathrm{V})}{I_{\mathrm{K_0}}\ (\mathrm{mA})} = \frac{40\, D_2 U_{\mathrm{g_2}}\ (\%),\ (\mathrm{V})}{I_{\mathrm{K_0}}\ (\mathrm{mA})}$$

$$Z_{(\Omega)} = 10^3 \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{1 - f/f_{\mathrm{g}}}\ (\mathrm{MHz})$$

$$(\mu\mathrm{H},\ \mathrm{pF})$$

Die Lösung, die Einheiten «freischwebend» anzugeben, sieht originell aus, dürfte aber doch nicht allgemein verwendbar sein. Die Umformung in reine Masszahlengleichungen mit dem erklärenden Klammerzusatz, zum Beispiel ($Z$ in $\Omega$, $L$ in $\mu$H, $C$ in pF, $f$ und $f_{\mathrm{g}}$ in MHz) drängt sich auf.

*Beispiel 56:*

$$\triangle i\,[\mathrm{A}] = \frac{C\,[\mathrm{pF}]\ \triangle v\,[\mathrm{V}]}{30\,000}$$

Die Schreibweise mit eckigen Klammern bringt ebenfalls keine definitive Besserung. Diese Gleichung muss in eine Masszahlengleichung umgewandelt werden, da sonst eine Zeiteinheit überzählig wäre.

*Beispiel 57:*

Handelt es sich um eine lotrechte Empfangsantenne mit der wirksamen Antennenhöhe $h_{\mathrm{we}}$ [m], so beträgt [$U_{\mathrm{e}}$] bei einer Empfangsfeldstärke $|E| \left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]$:

$$|U_{\mathrm{e}}| = |E| \cdot h_{\mathrm{we}}\ [\mathrm{V}]$$

$$\text{Beispiel: } U_{\mathrm{e}} = 120\,\pi\, \frac{60 \cdot 5 \cdot 40}{400 \cdot 200\,000} \approx 0{,}57\ \mathrm{V}$$

Im Text sind die Einheiten mitsamt den eckigen Klammern überflüssig, denn die Formel der ersten Zeile gilt allgemein und auch für andere als die zitierten Einheiten. In dieser Formel steht [V] anscheinend deshalb, um zu vermeiden, dass man es auch als Grössensymbol auffasse. Glücklicherweise ist die Klammer beim Zahlenbeispiel verschwunden. Es ist allenfalls ratsam, Zeile 1 als Masszahlengleichung zu schreiben, mit dem Klammerzusatz:

($U_{\mathrm{e}}$ in V, $E$ in V/m, $h_{\mathrm{we}}$ in m).

*Beispiel 58:*

Formel von *CHILD* und *LANGMUIR*

$$I = K\, \frac{U_{\mathrm{eff}}^{3/2}}{x_1^2}\ [\mathrm{A/cm^2}]$$

$K = 2{,}33 \cdot 10^{-6}$
$U$ [Volt]
$x_1$ [cm]

Durch Weglassen der Einheit A/cm² mitsamt den eckigen Klammern kann diese Formel in eine allgemeine Grössengleichung verwandelt werden. Zur Anwendung muss $K$ bekannt sein, z. B. in folgenden Einheiten:

$$K = 2{,}33 \cdot 10^{-6}\, \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}^{3/2}}$$

Soll direkt eine Masszahlengleichung angeschrieben werden, so wird empfohlen, die zweite Schreibmöglichkeit für die Einheiten anzuwenden:

$$I = 2{,}33 \cdot 10^{-6}\, \frac{U_{\mathrm{eff}}^{3/2}}{x_1^2} \qquad \begin{aligned} [I] &= \mathrm{A/cm^2} \\ [U] &= \mathrm{Volt} \\ [x_1] &= \mathrm{cm} \end{aligned}$$

*Beispiel 59:*

Im Dezibelmaßstab findet man die Feldstärke

$$\langle E \rangle = 20 \log \left( \frac{E}{[\mu\mathrm{V/m}]} \right)$$

Diese Schreibweise hat einzig den kleinen Schönheitsfehler, dass die eckigen Klammern vorhanden sind. Abgesehen davon ist zum Glück deutlich hervorgehoben, dass der Logarithmus nur von Masszahlen gebildet werden kann!

*Beispiel 60:*

Fallgesetz der Mechanik

$$v = 9{,}81\,[\mathrm{m/s^2}]\,t$$

oder

$$\frac{v}{[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]} = 9{,}81 \cdot \frac{t}{[\mathrm{s}]}$$

Unserer Auffassung nach stehen hier in beiden Formeln die eckigen Klammern zu Unrecht. Die erste Gleichung stellt eine Grössengleichung dar, mit der Ausnahme, dass die Grösse $g$ (Erdbeschleunigung) explizit angegeben ist. Deren Einheiten $\mathrm{m/s^2}$ bilden aber einen vollgültigen Bestandteil der Formel, so dass man sie nicht einklammern sollte. Ohne sie ergibt sich die Geschwindigkeit $v$, beim Einsetzen der Zeit $t$ in Sekunden, in einer falschen Einheit!

Die zweite Gleichung ist anderseits eine zugeschnittene Grössengleichung, oder, nach Beispiel (42.16 Z) eine besondere Form einer Masszahlengleichung.

*Beispiel 61:*

Eindringtiefe

$$\delta = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\varrho\,10^7}{\mu_r f}} \approx 503\sqrt{\frac{\varrho}{\mu_r f}}\ \text{Meter}$$

($\varrho$ in $\Omega \cdot$ m, $f$ in Hz)

Die beigefügte Einheit «Meter» ist offenbar als «Bemerkung» aufzufassen. Da bereits die beiden andern Grössen in Klammern erklärt worden sind, wäre es zu empfehlen, in die Klammer auch noch den Ausdruck «$\delta$ in m» aufzunehmen, um eine reine Masszahlengleichung zu gewinnen.

*Beispiel 62:*

Theoretische Leistungsziffer einer Wärmepumpe

$$\varepsilon_{\text{theor}} = \frac{T}{\triangle t} = \frac{Q}{P \cdot 860}$$

$Q$ = Wärmemenge in kcal/h
$P$ = Leistung in kW

Gleichung und Zusatzkommentar entsprechen der reinen Masszahlenauffassung und sind infolgedessen *richtig* dargestellt.

*Beispiel 63:*

$$U_0 = \frac{kT}{e} = \frac{T}{11\,600\ {}^{\circ}\mathrm{K/V}}$$

Diese korrekt geschriebene Formel ist nahezu eine allgemeine Grössengleichung, indem einzig die Beziehung $e/k = 11600\ {}^{\circ}\mathrm{K/V}$ eingesetzt wurde. Beim Einsetzen einer Temperatur $T$ in ${}^{\circ}\mathrm{K}$ bleibt, wie es richtig erwartet wird, die Einheit Volt oben stehen.

*Beispiel 64:*

$$R_0 = \frac{\dfrac{\varrho}{\mu\Omega\cdot\mathrm{cm}} \cdot \dfrac{l_w}{\mathrm{cm}}}{\dfrac{q}{\mathrm{cm^2}}} \cdot N \quad \mu\Omega$$

$$\frac{R_{\mathrm{CW}}}{R_0} = 5{,}3 \cdot 10^{-12} \cdot N^2 \cdot \left(\frac{f}{\mathrm{kHz}}\right)^3$$

$$\omega\,\mathrm{tg}\,\delta_{\mathrm{CW}} = \frac{R_{\mathrm{CW}}/\Omega}{L_0/\mathrm{H}} = \frac{\delta_2}{4} \cdot \frac{C}{\mathrm{pF}} \cdot \frac{L_0}{\mathrm{H}}\left(\frac{f}{\mathrm{kHz}}\right)^3 \mathrm{s^{-1}}$$

$$= 85 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{C}{\mathrm{pF}} N^2 \left(\frac{f}{\mathrm{kHz}}\right)^2 \mathrm{s^{-1}}$$

Diese Formeln sind korrekte zugeschnittene Grössengleichungen, zu denen sich jeder Kommentar erübrigt.

*Beispiel 65:*

Die Freiraumfeldstärke einer kurzen Dipolantenne ist

$$E_0 = \frac{3\sqrt{5}}{d}\sqrt{N}\,\frac{\mathrm{Volt}}{\mathrm{m}}$$

Hier bedeuten $N$ = Leistung in Watt
$d$ = Entfernung in m

Wenn schon zwei Symbole im Zusatz erklärt werden müssen, wäre es auch vom ästhetischen Standpunkt aus empfehlenswert, neben der Formel die Einheit wegzulassen, im Zusatz aber zu wiederholen:

$E$ = Feldstärke in V/m

*Beispiel 66:*

$$\lambda = \frac{300\,000}{f}$$

wobei $f$ = Frequenz in kHz
$\lambda$ = Wellenlänge in m

Diese Formel ist eine korrekte Masszahlengleichung, da der Kommentar die zu verwendenden Einheiten deutlich angibt.

## *Gruppe C: Andere Fälle*

*Beispiel 67:*

$S = C_v \cdot \log T + R \cdot \log V$

Solche Formeln kommen besonders häufig in der Thermodynamik vor. Sie vertreten eindeutig die Auffassung «M», da man von dimensionsbehafteten Grössen $T$ und $V$ den Logarithmus nicht bilden kann.

Die strenge Schreibweise mit Grössensymbolen würde eine umständlichere Formel ergeben:

$$\{S\} = \{C_v\} \cdot \log \{T\} + \{R\} \cdot \log \{V\}$$

Es sei gerne zugegeben, dass in einem solchen Fall der ästhetische Nachteil grösser ist als der orthodox-dogmatische Gewinn.

Für bestimmte Rechenoperationen mag auch die Umformung nach (21) nützlich sein:

$$\frac{S}{[S]} = \frac{C_v}{[C_v]} \cdot \log \frac{T}{[T]} + \frac{R}{[R]} \cdot \log \frac{V}{[V]}$$

*Beispiel 68:*

log microvolts = ...

Hier geht der Ruf nach Konzentrierung auf das Wesentliche doch zu weit! Man sucht ja nicht den sinnlosen Logarithmus der Einheit «microvolts», sondern jenen einer Masszahl, welche zu einer in μV gemessenen Grösse «Spannung $U$» gehört.

Man könnte schreiben:

log $U$ = ... Zusatz: ($U$ in μV) oder
$U$ = Spannung in μV

oder nach der Grössenauffassung:

$\log \{U\} = ...$ $[U] = 1$ μV

Zufällig deutet zwar die Einheit «microvolts» darauf hin, dass eine elektrische Spannung $U$ gemeint ist. Den Anhängern einer solchen Auslegung sei die kleine Gegenfrage vorgelegt, was man wohl genau unter «log cm = ...» zu verstehen habe.

### *4.9 Zur Darstellung physikalischer Grössen in Tabellen*

Da uns eigentliche Normen zur Darstellung physikalischer Grössen in Tabellenform nicht bekannt sind, können wir unsere Hauptsätze heranziehen und einige einfache Regeln aufstellen.

Eine Tabelle ist nichts anderes als eine konzentrierte Darstellungsform einer Mehrzahl von Ergebnissen, die man beim Einsetzen von verschiedenen Zahlenwerten in dieselbe physikalische Gleichung gefunden hat. Da es sich stets um die gleichen physikalischen Grössen handelt, wäre es Platzverschwendung, beispielsweise die Verknüpfung von Frequenz und Wellenlänge der Radiowellen wie folgt darzustellen:

*Beispiel 69:*

Einer Frequenz $f$ von 4000 kHz entspricht eine Wellenlänge $\lambda$ von 75 m,
einer Frequenz $f$ von 5000 kHz entspricht eine Wellenlänge $\lambda$ von 60 m,
einer Frequenz $f$ von 6000 kHz entspricht eine Wellenlänge $\lambda$ von 50 m, (69.1)
einer Frequenz $f$ von 7500 kHz entspricht eine Wellenlänge $\lambda$ von 40 m,
usw.

Eine viel rationellere Schreibweise dieser Beziehung ist die Tabelle:

| Frequenz $f$ | Wellenlänge $\lambda$ |
|---|---|
| 4000 kHz | 75 m |
| 5000 kHz | 60 m |
| 6000 kHz | 50 m |
| 7500 kHz | 40 m |

(69.2)

In den meisten Fällen bleiben die Einheiten unverändert, so dass man auf deren Wiederholung verzichten könnte. Ganz weglassen darf man die Einheiten aber nicht, da sie aus den übrigen Angaben der Tabelle nicht erraten werden können. Schreibt man unvollständigerweise nur die Zahl 4000 in die Kolonne «Frequenz $f$» und daneben die Zahl 75 in die Kolonne «Wellenlänge $\lambda$», so könnte ebensogut die Beziehung zwischen 4000 Hz und 75 km, oder die Beziehung zwischen 4000 MHz und 75 mm gemeint sein. Sind auf der andern Seite die Buchstabensymbole genügend bekannt oder früher bereits beschrieben worden, so genügt folgende Darstellung als Beispiel:

| $f$ | $\lambda$ |
|---|---|
| 4000 kHz | 75 m |
| 5000 | 60 |
| 6000 | 50 |
| 7500 | 40 |

(69.3)

Auch gegen die beiden folgenden Darstellungen ist nichts einzuwenden:

| $f$ | $\lambda$ |
|---|---|
| kHz | m |
| 4000 | 75 |
| 5000 | 60 |
| usw. | usw. |

(69.4)

| Physikalische Grösse | Frequenz | Wellenlänge |
|---|---|---|
| Symbol | $f$ | $\lambda$ |
| Einheiten | kHz | m |
| | 4000 | 75 |
| | 5000 | 60 |
| | usw. | usw. |

(69.5)

Man kann die Anordnung auch so treffen, dass die Einheiten in einer eigenen Kolonne ganz rechts erscheinen.

*Beispiel 70:*

| Versuch Nr. | 1 | 2 | 3 | 4 | Einheit |
|---|---|---|---|---|---|
| Durchmesser $D_a$ | 6 | 6 | 5 | 5 | mm |
| Drehzahl $n$ | 300 | 400 | 300 | 400 | U/min |
| Geschwindigkeit $v_b$ | 20 | 40 | 30 | 50 | m/s |

(70)

Wir halten fest, dass in diesen Beispielen die Einheiten *neben oder über den Masszahlen im selben Gehäuse oder in einem eigenen Gehäuse* (Zeile oder Kolonne) stehen. Diese Darstellung entspricht durchaus dem Sinne unseres Hauptsatzes 1.

Wünscht man auf der andern Seite die Grösse und die Einheit im selben Gehäuse unterzubringen (nicht selten aus dem Wunsche heraus, Buchstaben und Zahlen voneinander zu trennen), so wird empfohlen, eine der beiden eindeutigen Darstellungen «M» und «Z» zu gebrauchen:

| $f$ in kHz | $\lambda$ in m | Leistung $P$ in kW | Wirkungsgrad $\eta$ in % |
|---|---|---|---|
| 4000 | 75 | 2,4 | 66 |
| 5000 | 60 | 2,0 | 59 |
| usw. | | | |

(69.6 M)

oder

| $f$/kHz | $\lambda$/m | $P$/kW | $\eta$/% |
|---|---|---|---|
| 4000 | 75 | 2,4 | 66 |
| 5000 | 60 | 2,0 | 59 |
| usw. | | | |

(69.6 Z)

**Folgende Darstellungen werden nicht empfohlen:**

| $f$ kHz | $\lambda$ m | $P$ kW | $\eta$ % |
|---|---|---|---|
| 4000 | 75 | 2,4 | 66 |
| 5000 | 60 | 2,0 | 59 |

(69.6 f)

oder

| $f$ [kHz] | $\lambda$ [m] |
|---|---|
| | |

(69.7 f)

oder

| Grösse | Frequenz | Wellenlänge |
|---|---|---|
| Symbol | $f$ | $\lambda$ |
| Einheit | [kHz] | [m] |
| | | |

(69.8 f)

Eine gewisse Vorsicht ist bei Potenzen angezeigt, welche im selben Gehäuse wie die Grössensymbole vorkommen.

*Beispiel 71:*

| Substanz | spez. Widerstand $\varrho$ $\Omega \cdot cm \cdot 10^4$ |
|---|---|
| A M X | 42 |

(71.1 f)

oder

| $10^4\ \varrho$ $\Omega \cdot cm$ |
|---|
| 42 |

(71.2 f)

Diese Darstellung erweckt sehr leicht Missverständnisse. Zieht man nämlich, wie das erste Beispiel vermuten lässt, die Potenz $10^4$ zur Einheit $\Omega \cdot cm$, dann hat die Substanz AMX einen spezifischen Widerstand

$$\varrho = 42 \cdot 10^4\ \Omega\ cm$$

Das zweite Beispiel lässt anderseits den Schluss zu, dass die Formel zu lesen ist:

$$10^4\ \varrho = 42\ \Omega\ cm \text{ oder } \varrho = 42.10^{-4}\ \Omega\ cm$$

Um solche Zweideutigkeiten klar auszuschalten, wird empfohlen, die Potenz zur Masszahl zu setzen:

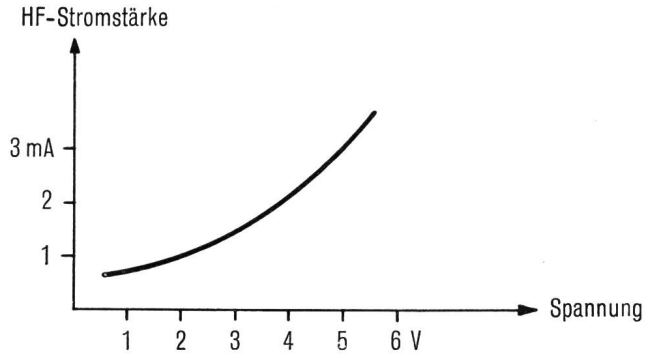
| Substanz | spez. Widerstand $\varrho$ |
|---|---|
| A M X | $\Omega \cdot cm$ $42 \cdot 10^4$ |

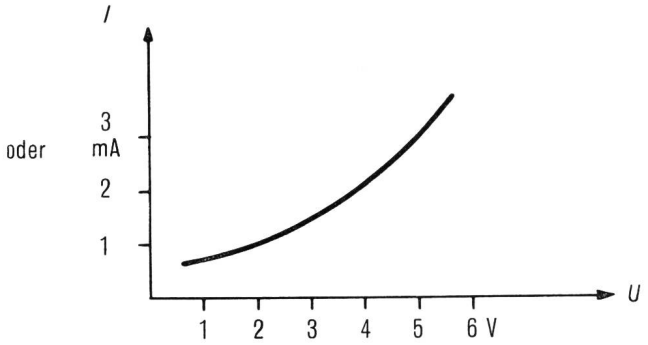
(71.3)

*4.10 Physikalische Grössen in graphischer Darstellung*

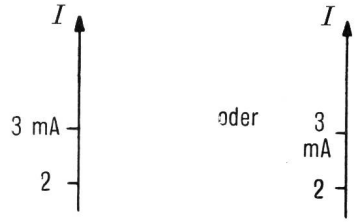
Der im Abschnitt 2.4 besprochene Gegensatz der beiden Auffassungen über die Rolle der Einheit in einer physikalischen Gleichung tritt auch bei der graphischen Darstellung zutage. Wird die physikalische Grösse als symbolisches Produkt von Masszahl und Einheit voll anerkannt, so ist es richtig, bei der koordinatenmässigen Darstellung eines physikalischen Gesetzes von Spannungs- und Stromstärkeachsen oder von $U$- und $I$-Achsen zu sprechen.

*Beispiel 72:*

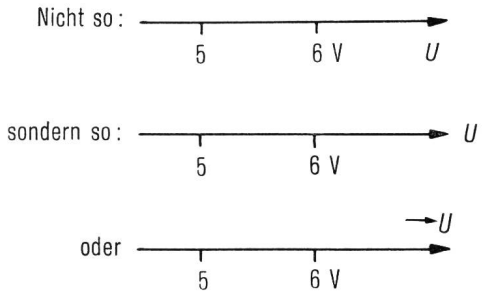



Die Achsen werden (mit Vorteil bei den Pfeilspitzen) mit der vollen Bezeichnung der Grössen oder mit deren stellvertretenden Symbolen angeschrieben. Die Einheiten gehören zu den einzelnen Marken auf der Achse, also 1, 2, 3... mA, 1, 2, 3... V, wobei natürlich niemand fordert, dass die Einheit *jeder einzelnen Masszahl* beizufügen sei. Wenn auch der Abstand zweier Marken den Einheiten 1 mA oder 1 V entspricht, so ist es doch nicht ratsam, die Begriffe «mA-Achse» und «V-Achse» zu verwenden. Wählte man den Abstand der Marken nämlich tausendmal grösser oder kleiner, so müsste man von «A-Achse» und von «mV-Achse» sprechen, obschon dieser Einheitenwechsel nicht den geringsten Einfluss auf die dargestellte Kurve hat, das heisst diese weder vergrössert noch verkleinert. Aus diesem Grunde ziehen wir es vor, die Achsen mit den Grössenbegriffen zu benennen. Wir halten uns auch hier an unsere Hauptsätze 1 und 2, wonach Masszahl und Einheit möglichst nahe zusammen zu schreiben sind, dagegen deutlich getrennt vom Grössensymbol. Deshalb wird empfohlen, die Einheit für die Ordinate neben oder unter der *obersten* Masszahl beizufügen:



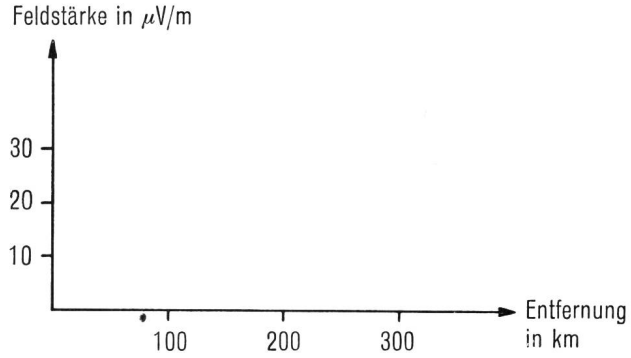

und für die Abszisse neben die am meisten *rechts* stehende Masszahl zu setzen:

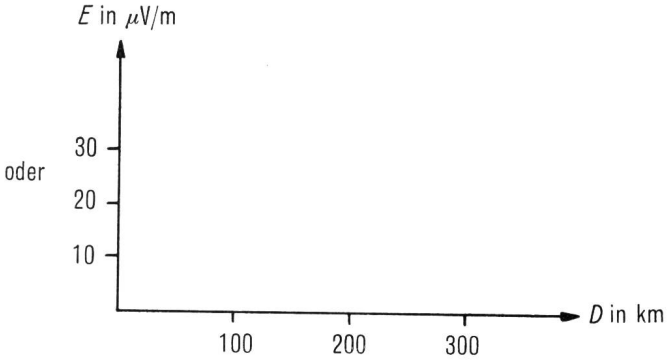



Das Grössensymbol der Abszisse soll *nicht in derselben Zeile (Höhe)* stehen wie die Masszahlen und die Einheiten, sondern in der Verlängerung der Achse, rechts neben der Pfeilspitze, oder zusammen mit einem kleinen Zusatzpfeil oberhalb der Achse.

Nach der zweiten Auffassung, wonach Einheiten nur beigefügte Bemerkungen sind, lassen sich physikalische Grössen mit Dimensionen gar nicht koordinatenmässig darstellen, sondern nur ihre Masszahlen.

*Beispiel 73:*



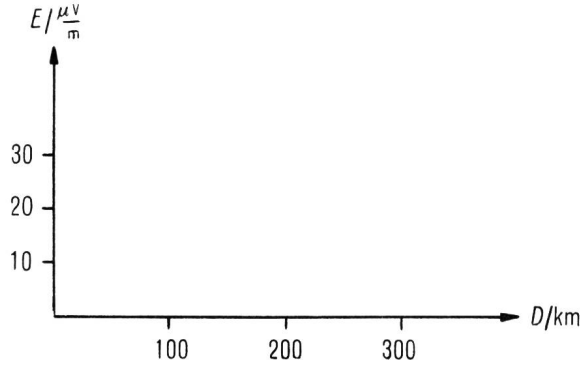



Auch hier ist es nicht angezeigt, von einer «km-Achse» und einer «μV/m-Achse» zu sprechen, da erstens das Koordinatensystem hier Masszahlen und keine Einheiten angeben soll und da zweitens für einen Skalenwechsel die gleichen Argumente wie oben gelten würden.

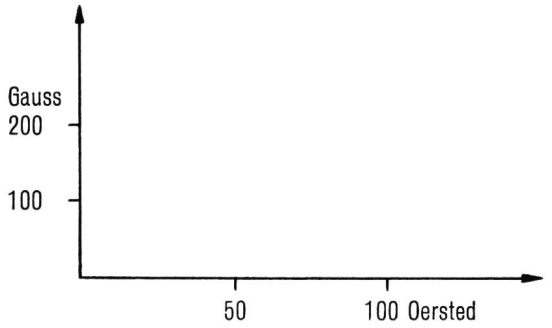
Eine weitere durchaus richtige Darstellung ist jene mit Symbolen der zugeschnittenen Grössengleichungen:

Alle bisherigen Beispiele haben ihre Vorteile und Nachteile, so dass es nicht angeht, *eine* Darstellung als falsch zu bezeichnen. Jedoch muss auch bei diesen graphischen Anwendungen deutlich hervortreten, welche Auffassung gelten soll. Eine Mischung beider Seiten als vermeintlicher Kompromiss ist unter allen Umständen zu vermeiden!

Es sei gestattet, zu folgenden Originalbeispielen einige Vorschläge anzugeben.

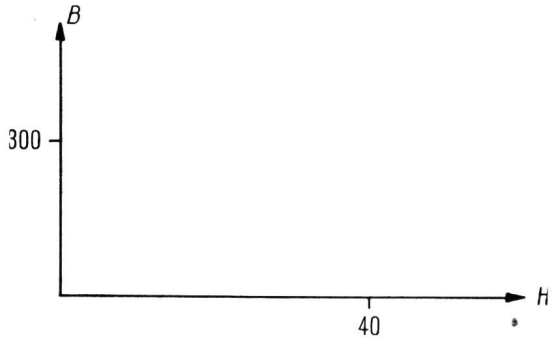



*Anmerkung:* Um die früher hergestellten Clichés ohne Änderung benützen zu können, wurde hier die Regel nicht beachtet, wonach im allgemeinen auch die beiden griechischen Buchstaben $\mu$ und $\pi$ senkrecht zu schreiben sind.



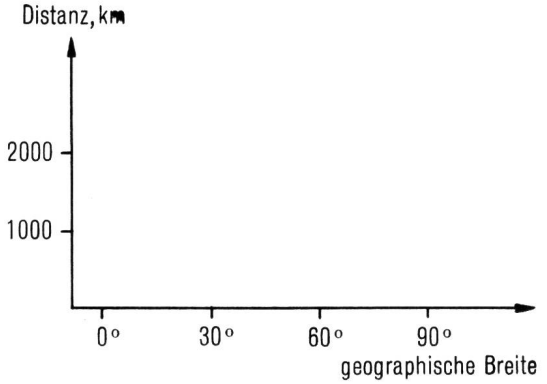

*Beispiel 74:*

In den wenigsten Fällen ist es ratsam, die Grössensymbole ganz wegzulassen, obschon man hier erraten kann, dass die Abszisse ein Magnetfeld $H$, die Ordinate eine magnetische Induktion $B$ darstellen sollen.



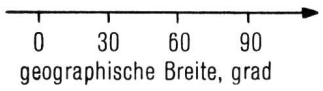

*Beispiel 75:*

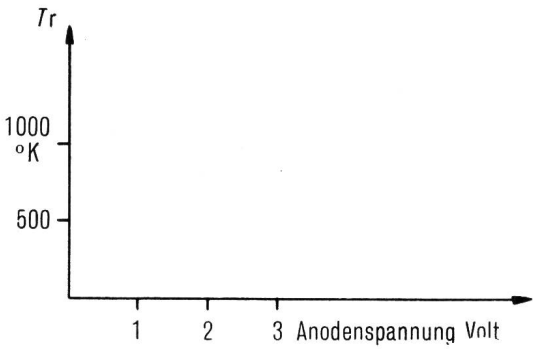
Die gewählten Einheiten ganz wegzulassen ist nur dann möglich, wenn diese irgendwo anders im Text bereits eindeutig bekanntgegeben worden sind.




*Beispiel 76:*

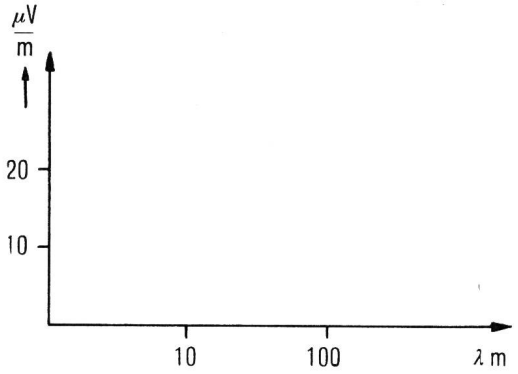
Man setze die Einheit km in die Nähe der Masszahl 2000. Für die Abszisse findet man nämlich auch nirgends den Brauch:





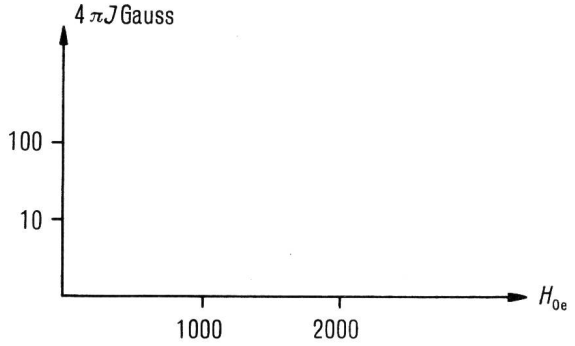

*Beispiel 77:*

Man verwende die gute Darstellung der Ordinate auch für die Abszisse!



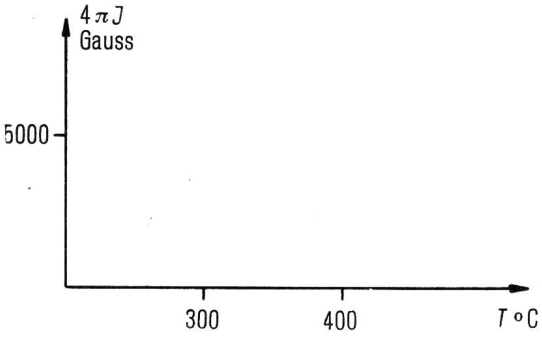

*Beispiel 78:*

Man bezeichne die Ordinate als $E$-Achse und setze die Einheit μV/m zur obersten Masszahl. Setze die Einheit m zur Zahl 100 und das Symbol $\lambda$ zur Pfeilspitze der Abszisse!



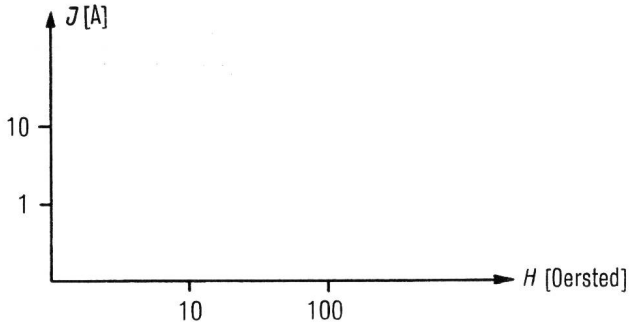

*Beispiel 79:*

Man setze die Einheit Gauss zur obersten Masszahl der Ordinate und gebe die Einheit Oe für die Abszisse nicht in Indexform an (Hauptsatz 2, Beispiel 6), sondern als gleichberechtigten Partner neben der Masszahl 2000.



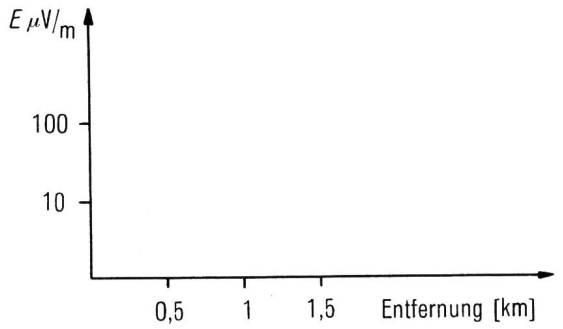

*Beispiel 80:*

Man setze die Einheit Gauss in die Nähe der Masszahl 5000. Man setze die Einheit °C neben die Masszahl 400, das Grössensymbol $T$ neben die Pfeilspitze der Abszisse.



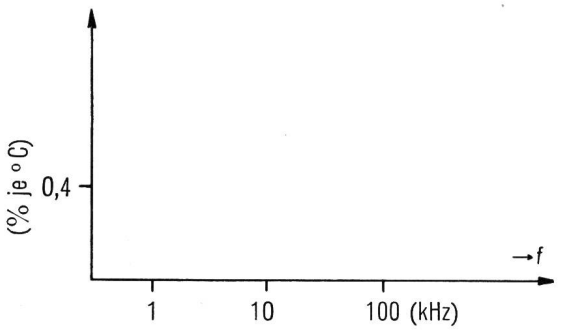

*Beispiel 81:*

Nach Hauptsatz 7 ist es unnötig, die Einheiten A und Oe in eckige Klammern zu setzen. Ihr eigentlicher Platz, klammerfrei, ist neben den Masszahlen 10 bzw. 100.



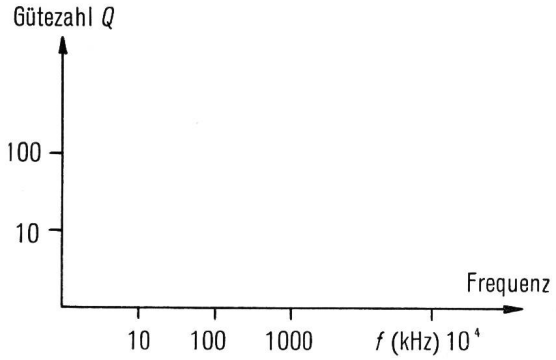

*Beispiel 82:*

Man setze die erfreulicherweise klammerfreie Einheit μV/m zur Masszahl 100, die zu Unrecht in Klammern gesetzte Einheit km zur Masszahl 1,5 und das Wort «Entfernung» zur Pfeilspitze.



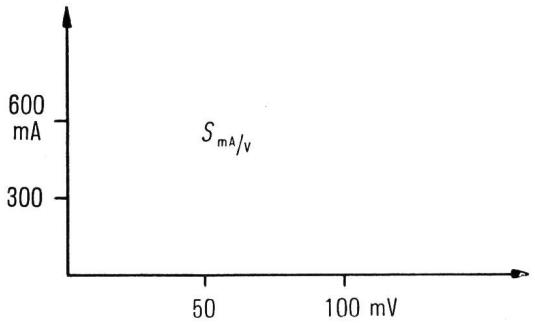

*Beispiel 83:*

Man lasse die runden Klammern in beiden Fällen weg. Da die dargestellte Grösse in % je °C gemessen wird, existiert kein allgemein anerkanntes Symbol dafür.



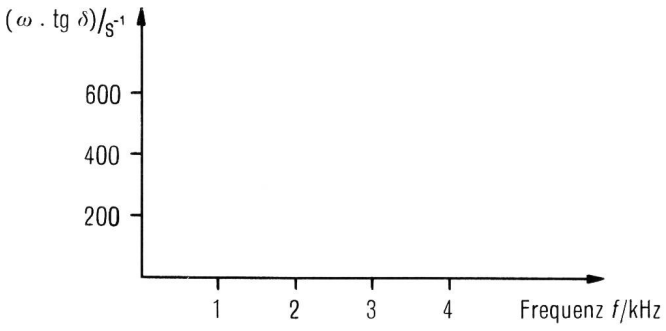

*Beispiel 84:*

Das Symbol *f* gehört zum Wort Frequenz an die Pfeilspitze. Die Einheit kHz soll nicht eingeklammert werden. Die Grösse «Kreisgüte *Q*» ist dimensionslos, so dass bei den Ordinatenzahlen 10 und 100 zu Recht keine Einheiten stehen.




*Beispiel 85:*

Es entzieht sich unserer Kenntnis, was der Autor mit der indexartigen Einheit mA/V, in der die Steilheit *S* gemessen wird, ausdrücken wollte.




*Beispiel 86:*

Diese Darstellung, in Quotientenform, bildet die Brücke zur reinen Masszahlenauffassung; sie ist als richtig zu beurteilen.

## 5. Welche Darstellungsform ist die beste?

Wir haben nun in aller Ausführlichkeit die Darstellung der allgemeinen Grössengleichungen, der zugeschnittenen Grössengleichungen und der Masszahlengleichungen besprochen. Es geht uns nicht darum, die eine davon als die beste oder als die allein richtige hinzustellen. In jedem Anwendungsfall sind geteilte Ansichten möglich.

**Was aber unerlässlich ist, ist der Entscheid, ob man sich zur Grössenauffassung oder zur Masszahlenauffassung bekennen will, und was noch wichtiger ist, ist die konsequente Einhaltung eines einmal bezogenen Standpunktes.**

Man vermeide jede Vermischung der drei Darstellungsarten und helfe mit, durch eine eindeutige Schreibweise den herrschenden Unsicherheitszustand zu beseitigen.

Das letzte Beispiel entnehmen wir der Publikation [5], um damit noch einmal die Vorteile und Nachteile der drei Darstellungsarten zusammenzustellen.

*Beispiel 87:* Die Formel für die magnetische Spannung $U_m$ im Luftspalt $\delta$ lautet wie folgt:

*Als Muster einer allgemeinen Grössengleichung*

$$U_m = \frac{B}{\mu_0}\delta \qquad (87)$$

*Vorteil:* Die Grössengleichungen gelten allgemein, ohne besondere Einheitenwahl. Sie sind sicher, bequem und stiften keine Verwirrung.

*Nachteil:* Sie geben das Resultat vielleicht nicht in der gewünschten Einheit an, so dass man in einem zweiten Schritt noch umrechnen muss.

*Als Muster einer zugeschnittenen Grössengleichung*

$$U_m = 796 \frac{B}{\mathrm{Wb/m^2}} \cdot \frac{\delta}{\mathrm{mm}} \mathrm{A} \qquad (87\ \mathrm{Z})$$

*Vorteil:* Die zugeschnittenen Grössengleichungen enthalten auf knappem Raum alle nötigen Einheiten zur praktischen Anwendung. Man erkennt ohne weitere Angaben im Text, in welchen Einheiten einzusetzen ist und welche Einheit herauskommt. Sie ergeben jede gewünschte Einheit in einem Arbeitsgang, da man sie dementsprechend zuschneiden kann.

*Nachteil:* Die Quotienten Grösse/Einheit sind recht ungewohnt. Sie lassen sich mit der Schreibmaschine oder von Hand nur schwer darstellen.

*Als Muster einer Masszahlengleichung*

$$U_m = 796\, B\, \delta \qquad (87\ \mathrm{M})$$

($B$ in Wb/m², $\delta$ in mm, $U_m$ in A)

*Vorteil:* Die Masszahlengleichungen sind sehr einfache, kurze Rechenrezepte.

*Nachteil:* Sie gelten nicht allgemein, sondern nur für bestimmte Einheiten, *die in einem Zusatz angegeben werden müssen.* Sie brauchen mehr Platz als die zugeschnittenen Grössengleichungen. Die Umrechnung auf andere Einheiten bringt leicht Fehler mit sich.

## 6. Schluss

In dieser Arbeit wurde versucht, durch möglichst einfache Beispiele aufzuzeigen, wie die heutige Vielfältigkeit in der Schreibweise physikalischer Gleichungen mit Hilfe einiger Hauptsätze in einen einigermassen geordneten Zustand gebracht werden könnte. Beide gegensätzlichen Standpunkte, die Grössen- und die Masszahlenauffassung, werden gewürdigt. Jedoch gilt unsere Sympathie ohne Zweifel dem Rechnen mit Grössen, das heisst mit «benannten Zahlen».

Die Wahl des Standpunktes steht jedem einzelnen frei. An einer möglichst rationellen Arbeitsweise sind alle gleichermassen interessiert. Angesichts des heutigen Durcheinanders versteht man die Vorliebe vieler Leute für dimensionslose Gleichungen. Diese entbinden einen auf elegante Weise, Einheiten und Umrechnungsformeln anzugeben. Auf der andern Seite lassen sich die reinen Theoretiker durch Darstellungssorgen nicht stark bedrücken, da sie sich mit Leichtigkeit ein «privates» Maßsystem für ihre Zwecke schaffen.

Darstellungsfragen sind nicht an ein bestimmtes Maßsystem gebunden, und so handelte es sich *in diesen Zeilen* auch nicht darum, alle andern Systeme zu bekämpfen und eine weitere Werbeschrift für das Giorgi-System herauszugeben (so sehr wir seine Einführung begrüssen!).

Dieser Aufsatz wurde durch die Beobachtung angeregt, dass zahlreiche Leute bei der Schreibweise von Gleichungen und besonders im Grössenkalkül auf Schwierigkeiten stossen. Seine vornehmste Aufgabe ist es, als Anleitung zu möglichst einfachen, klaren und eindeutigen Darstellungen der physikalischen Gesetze dienen zu können. Bildet er eine kleine Hilfe zur Beseitigung vieler Unsicherheiten, ohne die strengen Mathematiker zu Kopfschütteln zu veranlassen, so hat er sein Ziel erreicht.

*Bibliographie*

[1] *Landolt, Max.* Grösse, Masszahl und Einheit. Zürich 1943.

[2] Deutsche Normen DIN 1313. Schreibweise physikalischer Gleichungen. November 1931.

[3] Commission Electrotechnique Internationale CEI. Document 12–1 (secrétariat) 2, mars 1952.

[4] Schweizerischer Elektrotechnischer Verein SEV. Publikation Nr. 192 (2. Auflage). Zürich 1953.

[5] *König H., M. Krondl* und *M. Landolt.* Zur Einführung des Giorgi-Systems. Bericht des Fachkollegiums 24 des Schweizerischen Elektrotechnischen Komitees (CES). Bulletin SEV **40** (1949), 462...474; ebenso «Techn. Mitt.» PTT, 1949, Nr. 6, 257...278.

[6] *Wallot J.*, Elektrotechnische Zeitschrift **64** (1943), 13...16.