

Zeitschrift:	Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri
Herausgeber:	Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe
Band:	30 (1952)
Heft:	11
Artikel:	Lichtoptische Methoden zur Berechnung von Beugungerscheinungen im Bereich der Zentimeterwellen
Autor:	Severin, Hans
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-876132

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 31.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

spricht der von *Shannon* definierten Einheit. Unter Verwendung tonselektiver Relais auf der Empfangsseite lässt sich die Bandbreite für die Übertragung der einzelnen Teilsignale, auch wenn deren verschiedene notwendig sind, mit Rücksicht auf selektive Teilnehmerwahl und Verschlüsselung, ohne Schwierigkeit auf wenige Hertz beschränken. Damit kann aber das erforderliche Signal noch unter Geräuschbedingungen übertragen werden, die eine Sprechverbindung längst verunmöglichen würden, das heisst mit Feldstärken, die beträchtlich unter $1 \mu\text{V/m}$ liegen. Der Nutzbereich eines festen Ultrakurzwellensenders wird dadurch stark erweitert. Es ist anzunehmen, dass man mit einem solchen System den mobilen Empfänger auch in Gebieten erreichen kann, die praktisch bloss noch durch Streustrahlung (Reflexion) an den Bergen Energie vom Sender empfangen. Dies ist beispielsweise der Fall für das Genferseeufer zwischen Lausanne und Aigle sowie für verschiedene Jura- und Alpentäler bezüglich der Senderbasis Chasseral (1610 m ü. M.), wie aus den Ausbreitungsuntersuchungen der Jahre 1945/46 hervorgeht. Man darf somit annehmen, dass beispielsweise das ganze auf dem Chasseral-Feldstärkeplan (Fig. 18) gemessene Gebiet für einen solchen Dienst überdeckt

werden könnte und wahrscheinlich noch einiges dazu. Für einen zuverlässigen Telephonverkehr sind solche Streufeldgebiete im allgemeinen nicht mehr brauchbar, sei es, dass die Feldstärke bereits nicht mehr ausreicht, oder dass bei an sich genügender Feldstärke die Ausbreitungsverzerrungen zu gross sind.

Es wäre damit technisch aller Voraussicht nach möglich, mit einem Hauptsender, beispielsweise auf dem Chasseral, und wenigen Nebensendern die ganze nördlich der Alpen gelegene Schweiz für den drahtlosen Autoanruf zu überdecken, wenn der mobile Empfänger genügend empfindlich gemacht wird. Dieser Anrufempfänger ist indessen ein Kompromissproblem, weil er anderseits aus leicht verständlichen Gründen sowohl billig als auch stromsparend sein soll. Die technischen Anforderungen, die an derartige Empfänger gestellt werden müssen, sind gegenwärtig noch nicht endgültig festgelegt; die damit zusammenhängenden Probleme werden noch studiert.

Der einseitige Fahrzeuganruf mittels Ultrakurzwellen über das öffentliche Telephonnetz bereichert die Möglichkeiten der telephonischen Nachrichtenübermittlung um ein neues interessantes Element, das eine bemerkenswerte zukünftige Entwicklung erwarten lässt.

Lichtoptische Methoden zur Berechnung von Beugungerscheinungen im Bereich der Zentimeterwellen *)

Von Hans Severin, Göttingen

538.566.029.64

Zusammenfassung. Während in der Lichtoptik die Entfernung des Beobachtungsortes vom beugenden Hindernis immer sehr gross gegen die Wellenlänge ist und dies meist auch für die Dimensionen des Hindernisses selbst zutrifft, kann man mit elektromagnetischen Zentimeterwellen das Feld auch in unmittelbarer Nähe eines beugenden Objektes untersuchen, dessen Abmessungen zudem von der Grössenordnung der Wellenlänge sein können. Die Kirchhoffsche Beugungstheorie ist ursprünglich zur Beschreibung lichtoptischer Beugungerscheinungen entwickelt worden. Da sich bei Lichtwellen die Beobachtung im allgemeinen nur auf kleine Beugungswinkel erstreckt – bei grösseren Winkeln wird die Intensität vernachlässigbar klein –, liefert die nur für skalare Wellenfunktionen geltende Kirchhoffsche Formel dennoch gute Übereinstimmung mit der Erfahrung. Unter den anderen physikalischen Voraussetzungen im Bereich der Zentimeterwellen benutzt man als Ausgangspunkt zur näherungsweisen Berechnung von Beugungerscheinungen eine analoge Vektorformel, mittels welcher man das elektromagnetische Feld in einem Raumgebiet angeben kann, wenn die Tangentialkomponenten von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} auf der Randfläche bekannt sind. Die zunächst strengen Ausdrücke führen bei ihrer Anwendung im Kirchhoffschen Sinn – abgesehen von der physikalischen Unzulänglichkeit der erforderlichen Annahmen – auf dieselben rein mathematischen Schwierigkeiten wie die skalare Kirchhoffsche Formel. Dort lassen sie sich nach der von Sommerfeld angegebenen Methode der Greenschen Funktion beheben. Erweitert man dieses Verfahren auf vektorielle Probleme, so kann man in ähnlicher Weise durch Verwendung Greenscher Tensoren Ausdrücke gewinnen, die die Berechnung des Feldes im Raum aus $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ oder $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ auf der Randfläche ermöglichen. Praktische Bedeutung haben diese

Résumé. Alors qu'en optique la distance du point d'observation à l'obstacle diffractant est toujours très grande par rapport à la longueur d'onde et qu'il en est généralement de même des dimensions de l'obstacle, il est possible, au moyen des ondes centimétriques, d'examiner le champ à proximité immédiate d'un objet diffractant dont les dimensions peuvent être de l'ordre de grandeur de l'onde. A l'origine, la théorie de la diffraction de Kirchhoff a été formulée pour la description de phénomènes de diffraction optiques. Etant donné que pour les ondes lumineuses l'observation ne porte en général que sur de petits angles de diffraction – avec des angles très ouverts l'intensité est négligeable – la formule de Kirchhoff, valable seulement pour des fonctions scalaires, donne cependant une bonne concordance avec les résultats de l'expérience. Parmi les autres bases physiques admises dans le domaine des ondes centimétriques, on utilise comme point de départ pour le calcul approché des phénomènes de diffraction une formule vectorielle analogue, au moyen de laquelle on peut déterminer le champ électromagnétique dans un espace donné si les composantes tangentielles de \mathfrak{E} et \mathfrak{H} sur la surface limite sont connues. Lorsque ces formules rigoureuses sont employées dans le sens de Kirchhoff – compte non tenu de l'insuffisance physique des hypothèses nécessaires –, elles conduisent aux mêmes difficultés purement mathématiques que la formule scalaire de Kirchhoff. On peut éliminer ces difficultés en employant la méthode de la fonction de Green, indiquée par Sommerfeld. Lorsqu'on étend ce procédé aux problèmes vectoriels, on peut de la même manière, par l'emploi de tenseurs de Green, obtenir des expressions permettant le calcul du champ dans l'espace à partir de $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ ou de $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ sur la surface limite. Ces formules scalaires et vectorielles n'ont cependant d'importance pratique que lors-

*) Vorgetragen beim Convegno internazionale di Ottica e Microonde in Mailand vom 9...11. Juni 1952. Der die Beugung von Schallwellen behandelnde Abschnitt wurde nachträglich angefügt.

Der Verfasser war zur Zeit des Kongresses als Gast an der Forschungs- und Versuchsanstalt der Schweizerischen PTT-Verwaltung, Sektion für Hochfrequenztechnik, tätig.

skalaren und vektoriellen Formeln jedoch nur bei ihrer Anwendung auf ebene Beugungsschirme, da nur in diesem Sonderfall einer ebenen Randfläche Greensche Funktion und Greenscher Tensor bequem herstellbar sind. Die sich ergebenden Formeln gestatten – wenigstens für einen Teil der Integrationsfläche – die Randwerte des vorgelegten Problems exakt zu erfüllen, so dass zum Beispiel gegenüber den bisherigen Ausdrücken eine Anpassung an bestimmte Reflexionseigenschaften des Schirmes möglich ist. Anhand eines konkreten Beispiels, nämlich der Beugung an der kreisförmigen Öffnung im vollkommen leitenden Schirm und der ideal leitenden Kreisscheibe, wird ausführlich diskutiert, wie man das Näherungsverfahren anzulegen hat, um eine möglichst gute Übereinstimmung mit dem Experiment bzw. der exakten Rechnung zu erzielen. Dabei ergibt sich eine sehr einfache und plausible Vorschrift: Bei nicht zu kleinen beugenden Öffnungen bzw. Scheiben – lineare Dimensionen von etwa einer Wellenlänge an – gehe man stets von der bekannten Feldgrösse auf der beugenden Fläche ($\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ in der Öffnung, $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ an der Scheibe) aus, verwende also die Formel, die diesen Randwert exakt reproduziert. Es kann gezeigt werden, dass im Fall geometrisch komplementärer Schirme beide Näherungslösungen dem streng gültigen Babinschen Prinzip der Elektrodynamik gehorchen. – Interessant ist in diesem Zusammenhang der Vergleich mit entsprechenden akustischen Untersuchungen, weil hier wegen des skalaren Charakters der Kirchhoff'schen Beugungstheorie ihr eigentliches Anwendungsbereich liegt. Die Beugungerscheinungen hinter einer Öffnung im schallharten Schirm bzw. an einer schallharten Kreisscheibe lassen sich mit guter Näherung berechnen, wenn man von den Sommerfeldschen Formeln wieder jeweils die anwendet, die im Fall der Öffnung den dort bekannten Wert des Druckes bzw. im Fall der Scheibe den dort bekannten Wert der Normalschnelle richtig wiedergibt.

Mit der raschen Entwicklung der Technik kürzester elektromagnetischer Wellen ist in den letzten Jahren in einer Reihe von experimentellen und theoretischen Arbeiten auch über Beugungerscheinungen dieser Wellen berichtet worden. Gegenüber der Lichtoptik sind hier die physikalischen Voraussetzungen andere: Während nämlich in der Lichtoptik die Entfernung des Beobachtungsortes vom beugenden Hindernis immer sehr gross gegen die Wellenlänge ist und dies im allgemeinen auch für die Dimensionen des Hindernisses zutrifft, kann man mit elektromagnetischen Zentimeterwellen das Feld auch in unmittelbarer Nähe eines beugenden Objekts untersuchen, dessen Abmessungen zudem von der Größenordnung der Wellenlänge sein können. Die Ergebnisse solcher Messungen reichen damit über die seit langem aus der Optik bekannten Erfahrungen hinaus und haben neben rein wissenschaftlichem Interesse auch praktische Bedeutung.

Der konsequente Weg einer exakten Lösung elektromagnetischer Beugungsprobleme ist die Integration der Maxwell'schen Gleichungen unter Berücksichtigung der Randbedingungen an der Oberfläche des beugenden Objekts. Dies gelingt, wenn die Grenzfläche als Koordinatenfläche eines krummlinigen Koordinatensystems interpretiert werden kann, in dem die Maxwell'schen Gleichungen separierbar sind; damit ist diese Methode auf bestimmte geometrische Formen von Grenzflächen beschränkt, von denen im Dreidimensionalen wegen der erheblichen mathematischen Schwierigkeiten bisher nur die Kugel als geometrisch einfachster Fall bei beliebigen

qu'elles sont appliquées à des écrans diffractants plans, car c'est seulement dans le cas particulier d'une surface limite plane qu'on peut établir facilement la fonction et le tenseur de Green. Les formules qui en résultent permettent – au moins pour une partie de la surface d'intégration – de reproduire exactement les valeurs limites du problème en question, qu'il est possible, au contraire des expressions précédentes, d'adapter à certaines propriétés de réflexion de l'écran. A l'aide d'un exemple, celui de la diffraction à l'ouverture circulaire d'un écran parfaitement conductif et au disque circulaire parfaitement conductif, l'auteur expose en détail comment il faut appliquer le procédé d'approximation pour obtenir une concordance aussi bonne que possible avec les résultats de l'expérience, respectivement du calcul exact. Il en tire une règle très simple et parfaitement admissible: dans le cas d'ouvertures ou de disques diffractants de dimensions linéaires d'environ une longueur d'onde vers le haut, on part toujours du champ connu sur la surface diffractante ($\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ dans l'ouverture, $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ au disque); on applique donc la formule qui reproduit exactement cette valeur limite. On peut démontrer que dans le cas d'écrans géométriquement complémentaires, les deux formules approchées obéissent au principe électrodynamique de Babinet. — Il est intéressant de faire la comparaison avec des essais correspondants dans le domaine de l'acoustique, la théorie de la diffraction de Kirchhoff trouvant ici son véritable champ d'application, du fait de son caractère scalaire. On peut calculer avec une bonne approximation les phénomènes de diffraction qui se produisent derrière l'ouverture d'un écran rigide ou à un disque rigide lorsqu'on applique celle des formules de Sommerfeld qui donne exactement, dans le cas de l'ouverture, la valeur connue de la pression acoustique, dans le cas du disque la valeur connue de la vitesse normale d'une particule.

Materialkonstanten [1] und neuerdings auch die vollkommen leitende Kreisscheibe [2–5] mit Erfolg behandelt worden sind.

Von grossem praktischem Interesse sind die Beugungerscheinungen elektromagnetischer Wellen an dünnen, nicht notwendig ebenen Schirmen von endlicher Grösse und beliebiger Randkurve. Man denke zum Beispiel an die zahlreichen Ausführungsformen von Richtantennen für Dezimeter- und Zentimeterwellen, an die Verwendung verschiedenartiger Reflektoren, Spiegel, Trichter und Linsen. Alle diese Probleme sind einer strengen Berechnung bisher nicht zugänglich.

Man wird daher nach einem Näherungsverfahren suchen, das nicht auf besondere Formen des beugenden Objekts beschränkt ist und wie es ähnlich in der Lichtoptik von Kirchhoff angegeben worden ist. Die nur für skalare Wellenfunktionen geltende Kirchhoff'sche Formel liefert in den meisten Fällen eine erstaunlich gute Übereinstimmung mit der Erfahrung, weil im optischen Bereich die Wellenlänge sehr klein gegen die Dimensionen des beugenden Objekts ist und die Beobachtung sich nur auf kleine Beugungswinkel erstreckt. Wegen der anderen physikalischen Voraussetzungen im Bereich der Zentimeterwellen muss man hier den Vektorcharakter des elektromagnetischen Feldes bei der Anlage eines Approximationsverfahrens berücksichtigen. Seine Leistungsfähigkeit überprüft man an konkreten Beispielen, bei denen die Näherungslösung entweder mit den Resultaten der exakten Rechnung oder mit entsprechenden Messungen verglichen werden kann.

Die aus der Lichtoptik geläufige Kirchhoffsche Formel

$$-4\pi u(P) = \iint \left\{ u(Q) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) - \frac{\partial u(Q)}{\partial n} \frac{e^{-ikr}}{r} \right\} d\mathfrak{f}_Q \quad (1)$$

$$r = r_{PQ} = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$$

gestattet, für ein Raumgebiet (n = äussere Normale)

$$4\pi \mathfrak{E}(P) = -\text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} + \frac{1}{ik} \text{rot}_P \text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (3)$$

$$4\pi \mathfrak{H}(P) = -\text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} - \frac{1}{ik} \text{rot}_P \text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (3)$$

Mit diesen Formeln kann man aus den Tangentialkomponenten von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} auf einer beliebigen geschlossenen Fläche das elektromagnetische Feld in jedem Punkt des berandeten Gebietes berechnen, und dieses Feld gehorcht den Maxwellschen Gleichungen:

$$-ik\mathfrak{E} = \text{rot}\mathfrak{H}, \quad ik\mathfrak{H} = \text{rot}\mathfrak{E} \quad (4)$$

Die Anwendungsmöglichkeiten der zunächst strengen Formeln (1) und (3) sind sehr beschränkt, weil die

Werte von u und $\frac{\partial u}{\partial n}$ bzw. von $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ und $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ auf

der Randfläche im allgemeinen nicht bekannt sind. Die Kirchhoffsche Näherung besteht nun bekanntlich in dem Vorschlag, statt der unbekannten genauen Randwerte, plausible Näherungswerte zu verwenden. Handelt es sich beispielsweise um die Beugung an einem ebenen Schirm, so wird man nach dem Kirchhoffschen Gedanken das Verschwinden des Feldes auf dem Schirm verlangen und für den übrigen Teil der Schirmebene das Feld mit dem der einfallenden Welle identifizieren. Im optischen Bereich fallen die physikalischen Unzulänglichkeiten dieser Annahmen wegen der Kleinheit der Wellenlänge praktisch nicht ins Gewicht, und darauf beruht die grosse Leistungsfähigkeit der Kirchhoffschen Methode. Sind hingegen Aufpunktsabstände, Dimensionen des beugenden Objekts und Wellenlänge von der gleichen Größenordnung, so muss sich die Brauchbarkeit eines solchen Approximationsverfahrens durch Vergleich mit der Erfahrung erst erweisen.

Abgesehen von der physikalischen Problematik der Kirchhoffschen Annahmen beginnt ein auf den Formeln (1) bzw. (3) basierendes Näherungsverfahren mit einer mathematischen Unsauberkeit, insofern nämlich, als die Randwerte u und $\frac{\partial u}{\partial n}$ bzw. $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ und $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ nicht unabhängig voneinander vorgegeben werden können. Vielmehr ist nach dem Eindeutigkeitssatz schon durch die Wahl von u oder $\frac{\partial u}{\partial n}$ bzw.

die Lösung der Wellengleichung

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad (2)$$

anzugeben, wenn u und $\frac{\partial u}{\partial n}$ auf der Randfläche des Gebietes bekannt sind. Die entsprechenden vektoriellen Ausdrücke sind zuerst von Kottler [6] und später von anderen Autoren [7–9] angegeben worden:

$$\left. \begin{aligned} & 4\pi \mathfrak{E}(P) = -\text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} + \frac{1}{ik} \text{rot}_P \text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \\ & 4\pi \mathfrak{H}(P) = -\text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} - \frac{1}{ik} \text{rot}_P \text{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ oder $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ auf der Integrationsfläche das Feld im gesamten Bereich einschliesslich der Randfläche bestimmt. Bei approximativer Anwendung von (1) bzw. (3) mit beliebig angenommenen Randwerten erhält man daher zwar Lösungen der Wellengleichung (2) bzw. der Maxwellschen Gleichungen (4), jedoch reproduzieren sich die auf der Integrationsfläche angenommenen Feldwerte nicht.

Diese mathematische Schwierigkeit lässt sich im skalaren Fall nach der von Sommerfeld [10] angegebenen Methode der Greenschen Funktion vermeiden: Die sich ergebenden Integrale erlauben die Berechnung von u aus den Werten von u oder $\frac{\partial u}{\partial n}$ auf der

Grenzfläche und liefern zu beliebig vorgegebenen Randwerten Lösungen, die diese Randwerte wirklich annehmen. Verallgemeinert man das Sommerfeldsche Verfahren auf das vektorielle Problem, so gewinnt man in analoger Weise durch Einführung von Greenschen Tensoren Ausdrücke [11], die die Berechnung des Feldes im Raum aus $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ oder $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ auf der Randfläche ermöglichen. Physikalisch ist der Greensche Tensor $\Gamma(P, Q)$ ein Operator, der angewandt auf die Schwingungsrichtung e des Einheitsdipols im Punkt Q das durch die Begrenzung des beugenden Objekts modifizierte Feld im Punkt P liefert gemäss

$$\mathfrak{E}(P) = \Gamma(P, Q) \cdot e$$

In genügender Nähe des Dipols verhält sich dieses Feld wie das einer ungestörten Dipolwelle, im Unendlichen soll es die Ausstrahlungsbedingung [12] erfüllen. Bei gleicher geometrischer Gestalt der Grenzfläche hat man zwei Greensche Tensoren $\Gamma^{(1)}(P, Q)$ und $\Gamma^{(2)}(P, Q)$ zu unterscheiden, die der vollkommen leitenden bzw. der hoch permeablen Grenzfläche zugeordnet sind, indem dort nämlich $d\mathfrak{f}_Q \times \Gamma^{(1)}(P, Q) = 0$ bzw. $d\mathfrak{f}_Q \times \text{rot} \Gamma^{(2)}(P, Q) = 0$ gilt. Ist auf der Randfläche eines Gebietes die Tangentialkomponente von \mathfrak{H} gegeben, dann wird das Feld im Innern dargestellt durch

$$\left. \begin{aligned} 4\pi \mathfrak{E}^{(1)}(P) &= \frac{1}{ik} \text{rot}_P \iint \left((d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q)) \cdot \Gamma^{(1)}(P, Q) \right) \\ 4\pi \mathfrak{H}^{(1)}(P) &= - \iint \left((d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q)) \cdot \Gamma^{(1)}(P, Q) \right) \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

und wenn die Tangentialkomponente von \mathfrak{E} gegeben ist, durch

$$\left. \begin{aligned} 4\pi \mathfrak{E}^{(2)}(P) &= - \iint \Gamma^{(2)}(Q, P) \cdot \left(d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \right) \\ 4\pi \mathfrak{H}^{(2)}(P) &= - \frac{1}{ik} \operatorname{rot}_P \iint \Gamma^{(2)}(Q, P) \cdot \left(d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \right) \end{aligned} \right\} \quad (5b)$$

Damit sind die Kirchhoffsschen Annahmen jetzt in mathematisch widerspruchsfreier Weise möglich, und beliebig angenommene Randwerte werden von den nach (5a), (5b) berechneten Funktionen reproduziert, wenn man mit dem Aufpunkt P gegen die Randfläche geht.

Für die Ermittlung des Beugungsfeldes ist mit den Formeln (5a), (5b) zunächst nicht viel gewonnen, da

$$2\pi \mathfrak{E}^{(1)}(P) = \frac{1}{ik} \operatorname{rot}_P \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6a)$$

$$2\pi \mathfrak{H}^{(1)}(P) = - \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6b)$$

$$2\pi \mathfrak{E}^{(2)}(P) = - \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6c)$$

$$2\pi \mathfrak{H}^{(2)}(P) = - \frac{1}{ik} \operatorname{rot}_P \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6d)$$

an, wobei die Integrale über die ganze unendliche Grenzfläche zu erstrecken sind.

Wären die Tangentialkomponenten von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} auf der gesamten Schirmebene bekannt, so wäre es gleichgültig, von welcher der exakten Darstellungen (6a) oder (6b) man zur Berechnung des Beugungsfeldes ausgehen würde. Indessen kennt man die Randwerte $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ oder $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$ nur auf einem Teil der Schirmebene: auf dem Schirm selbst gilt die Randbedingung der vollkommenen Leitfähigkeit

$$\mathfrak{E}_{\text{tang}} = 0, \text{ also } \mathfrak{E}_{\text{tang}}^b = -\mathfrak{E}_{\text{tang}}^e *)$$

woraus für die übrige Schirmebene

$$\mathfrak{H}_{\text{tang}} = \mathfrak{H}_{\text{tang}}^e, \text{ also } \mathfrak{H}_{\text{tang}}^b = 0$$

folgt. Immerhin gestatten die Formeln (6a), (6b) wenigstens für einen Teil der Integrationsfläche die Randwerte des vorgelegten Problems exakt zu erfüllen, so dass gegenüber (3) eine Anpassung an bestimmte Reflexionseigenschaften des Schirmes möglich ist. Die jeweils unbekannten Randwerte ersetzt man nach Kirchhoff durch physikalisch plausible Näherungswerte, was zur Folge hat, dass sich aus (6a) bzw. (6b) zwei durchaus verschiedene Approximationen ergeben. Betrachten wir zum Beispiel den Fall der beugenden Öffnung in einem ebenen, vollkommen leitenden Schirm, so kann man das Näherungsverfahren so anlegen, dass man entweder

- a) in der freien Öffnung den richtigen Wert für $\mathfrak{H}_{\text{tang}}$, nämlich den der einfallenden Welle, also $\mathfrak{H}_{\text{tang}} = \mathfrak{H}_{\text{tang}}^e$, und an der Rückseite des Schirmes in erster Näherung $\mathfrak{H}_{\text{tang}} = 0$ setzt, oder aber

*) Die Indizes «e» bzw. «b» beziehen sich auf das Feld der einfallenden bzw. das der Beugungswelle.

das Aufsuchen des Greenschen Tensors schliesslich nichts anderes darstellt als unser Ausgangsproblem. Doch kann man in dem wichtigen Sonderfall einer unbegrenzten ebenen Randfläche den Greenschen Tensor – genau wie die Greensche Funktion beim skalaren Problem – nach einem Spiegelungsverfahren bequem herstellen. Die Formeln (5a), (5b) nehmen dann die Gestalt

$$2\pi \mathfrak{E}^{(1)}(P) = \frac{1}{ik} \operatorname{rot}_P \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6a)$$

$$2\pi \mathfrak{H}^{(1)}(P) = - \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{H}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6b)$$

$$2\pi \mathfrak{E}^{(2)}(P) = - \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6c)$$

$$2\pi \mathfrak{H}^{(2)}(P) = - \frac{1}{ik} \operatorname{rot}_P \operatorname{rot}_P \iint d\mathfrak{f}_Q \times \mathfrak{E}(Q) \frac{e^{-ikr}}{r} \quad \left. \right\} \quad (6d)$$

- b) auf dem Schirm die Randbedingung $\mathfrak{E}_{\text{tang}} = 0$ exakt erfüllt und in der Öffnung näherungsweise $\mathfrak{E}_{\text{tang}} = \mathfrak{E}_{\text{tang}}^e$ annimmt.

Nach Messungen von Andrews [13] (Figur 1) zeigt das \mathfrak{E} -Feld in der Öffnung eine ausgeprägte Struktur, so dass die Kirchhoffssche Annahme (b) des unmodifizierten Feldes der einfallenden Welle nur eine sehr grobe Näherung für das wahre \mathfrak{E} -Feld in der Öffnung darstellt. Einen zweifellos geringeren Fehler macht man nach dem Verfahren a), bei dem in der Öffnung die bekannte genaue Feldgrösse eingesetzt wird; durch die Annahme $\mathfrak{H}_{\text{tang}} = 0$ auf dem Schirm vernachlässigt man gegenüber der exakten Lösung den Beitrag des Integrals (6a) über die Schirmfläche.

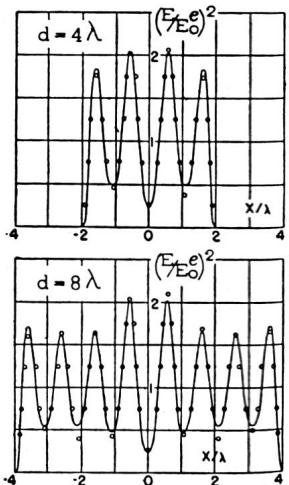
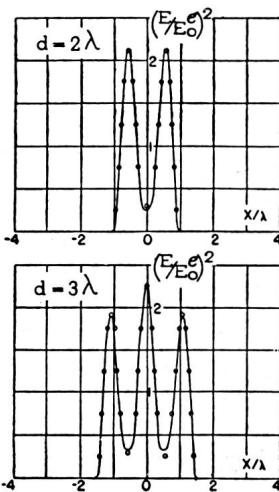


Fig. 1. Relatives Amplitudensquaret der elektrischen Feldstärke in der kreisförmigen Öffnung (Durchmesser $d = 2\lambda, 3\lambda, 4\lambda, 8\lambda$) längs des zu \mathfrak{H}^e parallelen Durchmessers (Andrews)

Dieser Beitrag ist klein gegen den Wert des über die Öffnung erstreckten Integrals, wenn $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$ hinter dem Schirm mit wachsendem Abstand vom Rande der Öffnung genügend schnell abfällt; erfahrungsgemäss erstreckt sich dieser Abfall unabhängig von den Dimensionen der Öffnung auf einen Bereich von der Größenordnung einer Wellenlänge, so dass der Fehler der Näherungswerte mit grösser werdender Öffnung immer weniger ins Gewicht fällt.

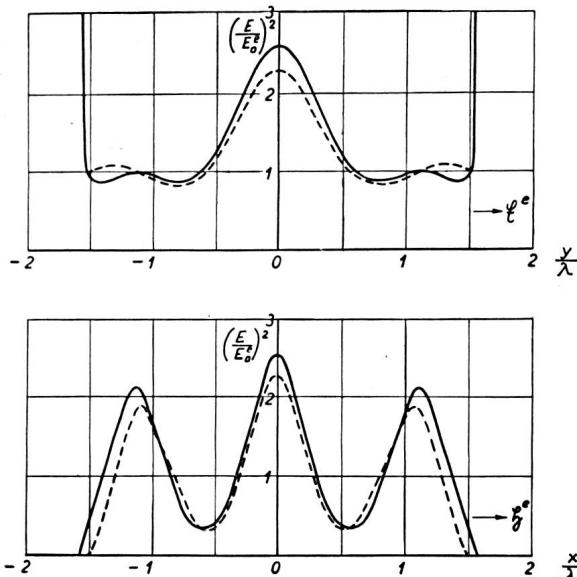


Fig. 2. Relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke in einer kreisförmigen Öffnung längs des zu \mathfrak{E}^e und \mathfrak{H}^e parallelen Durchmessers
strenge Rechnung $d = 3,18 \lambda$ (Andrejewski)
gemessen $d = 3 \lambda$ (Andrews)

Bei einer ebenen, vollkommen leitenden Scheibe wird man nach ganz analogen Erwägungen den Formeln (6b) den Vorzug geben, die die exakte Erfüllung der Randbedingung $\mathfrak{E}_{\text{tang}} = 0$ auf der Scheibe gestatten. Bei geometrisch komplementären Schirmen gehorchen die beiden so konstruierten Näherungslösungen dem *Babinet'schen Prinzip* der Elektrodynamik [14], nach welchem aus der bekannten Lösung des einen Problems durch Vertauschung von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} auch die exakte Lösung des komplementären Problems angegeben werden kann.

Anschaulich lassen sich die strengen Formeln (5a, 5b) bzw. (6a, 6b) im Sinne von *Huyghens* als eine Belegung der Grenzfläche mit elektrischen bzw. magnetischen Dipolen interpretieren. In dieser Auffassung kann man die beiden soeben skizzierten Näherungsverfahren folgendermassen formulieren: Versucht man die an einer Öffnung bzw. an einer Scheibe gebeugte elektromagnetische Welle durch eine gleichmässige Verteilung von Quellen auf der beugenden Fläche zu approximieren, so eignen sich im Fall der Öffnung besser elektrische Dipole, während man bei der Scheibe einer Belegung magnetischer Dipole den Vorzug geben wird. Dieser Befund ist auf den ersten Blick insofern etwas verwunderlich, als im Grenzfall kleiner beugender Objekte das Beugungs-

scheibchen bekanntlich einen elektrischen Dipol und die kleine Öffnung im Schirm einen magnetischen Dipol darstellt. Indessen beziehen sich unsere Näherungslösungen darauf, dass die linearen Dimensionen der beugenden Fläche grösser als die Wellenlänge sind, und dies ist ausschlaggebend für die Wahl der Näherungswerte in (6a, 6b).

In den folgenden Figuren werden einige besonders instruktive Ergebnisse wiedergegeben, die sich alle auf die Beugung an der kreisförmigen Öffnung im leitenden Schirm bzw. an der leitenden Kreisscheibe und eine senkrecht auftreffende ebene elektromagnetische Welle beziehen. Sie bestätigen die soeben angestellten Überlegungen, belegen die meist ausreichende, oft sogar erstaunliche Genauigkeit der Näherungsverfahren und liefern damit gewisse Anhaltspunkte für die approximative Behandlung von Beugungsproblemen, die einer strengen Berechnung nicht zugänglich sind. Figur 2 zeigt den Verlauf des Quadrates der elektrischen Feldstärke in der kreisförmigen Öffnung, und zwar sind der exakten Rechnung von Andrejewski [4] Messergebnisse von Andrews [13] gegenübergestellt. Die Übereinstimmung ist ganz vorzüglich, wenn man bedenkt, dass sich die Rechenergebnisse auf einen Durchmesser $d = 3,18 \lambda$, die Messungen auf den Fall $d = 3 \lambda$ beziehen und dass die ideal ebene einfallende Welle der Theorie im Experiment nur approximativ erreicht wird. Somit erbringt dieser Vergleich den Beweis, dass exakte Lösung und experimentelle Ergebnisse gleichberechtigt zur Prüfung der Näherungslösungen auf ihre Übereinstimmung mit der Erfahrung herangezogen

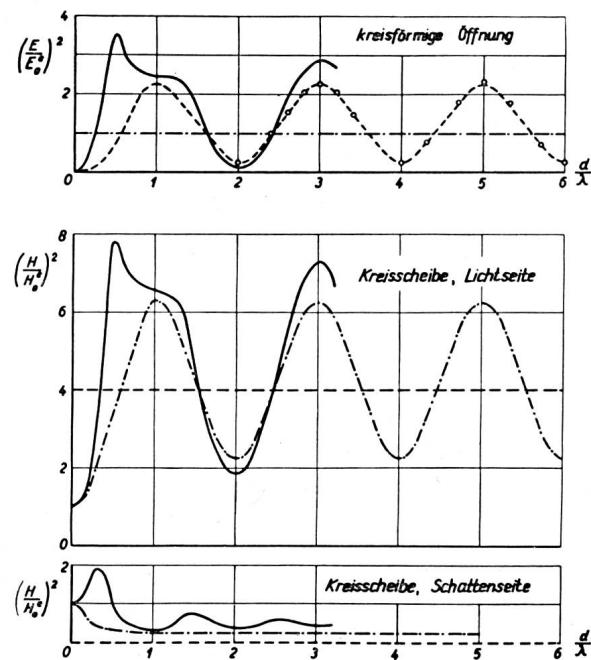


Fig. 3. Relatives Amplitudenquadrat der elektrischen bzw. magnetischen Feldstärke im Mittelpunkt der kreisförmigen Öffnung bzw. der Kreisscheibe als Funktion des Verhältnisses Durchmesser zu Wellenlänge
— strenge Rechnung (Andrejewski)
- - - - - elektrische Dipole
- - - - - magnetische Dipole
○ Messungen

werden können. In Figur 3 ist das auf die einfallende Welle bezogene Amplitudenquadrat der elektrischen bzw. magnetischen Feldstärke im Mittelpunkt einer kreisförmigen Öffnung bzw. vor und hinter einer Kreisscheibe in Abhängigkeit von ihrem Durchmesser dargestellt [5, 15]. Man erkennt deutlich, dass im Fall der Öffnung die Belegung elektrischer Dipole, bei der Scheibe die Belegung magnetischer Dipole die wesentlich bessere Näherung gibt und dass dies selbst für kleine Werte d/λ wenigstens qualitativ noch zutrifft. Denselben Eindruck gewinnt man aus den Figuren 4 und 5, in denen der nach beiden Näherungsverfahren berechnete Feldverlauf auf der Mittelnormalen hinter einer kreisförmigen Öffnung bzw. vor einer Kreisscheibe gegen entsprechende Messungen verglichen wird [13, 15, 16].

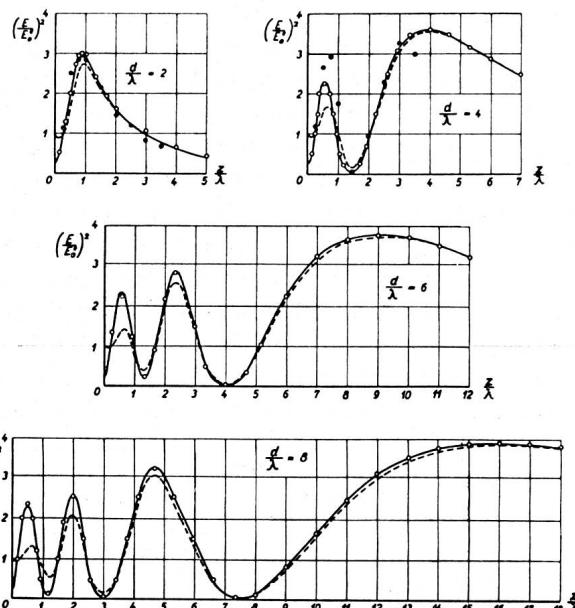


Fig. 4. Relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormalen hinter einer kreisförmigen Öffnung vom Durchmesser $d = 2\lambda, 4\lambda, 6\lambda, 8\lambda$

— elektrische Dipole
- - - - magnetische Dipole
• ○ Messpunkte (• Andrews, ○ Severin)

Eng verknüpft mit der Struktur des Nahfeldes ist die Gestalt des Fernfeldes. Schoch [17] hat im Fall der skalaren Sommerfeldschen Formeln darauf hingewiesen, dass die Amplitudenverteilung in der Schirmebene und im Fernfeld durch Fouriertransformation auseinander hervorgehen. Man darf daher erwarten, dass die das Nahfeld gut approximierenden Lösungen auch für das Fernfeld brauchbare Ergebnisse liefern. Tatsächlich werden die in Figur 6 wiedergegebenen exakten Strahlungscharakteristiken [5] durch die Integrale (6a, 6b) auch gut approximiert; insbesondere erhält man zum Beispiel für die Intensität in der Hauptstrahlrichtung exakt denselben Zahlenwert. Für grosse Werte von ϑ sind die Abweichungen am grössten, was auch verständlich ist, weil man sich dann demjenigen Teil der Schirmebene nähert, auf dem in der Näherungslösung falsche Randwerte an-

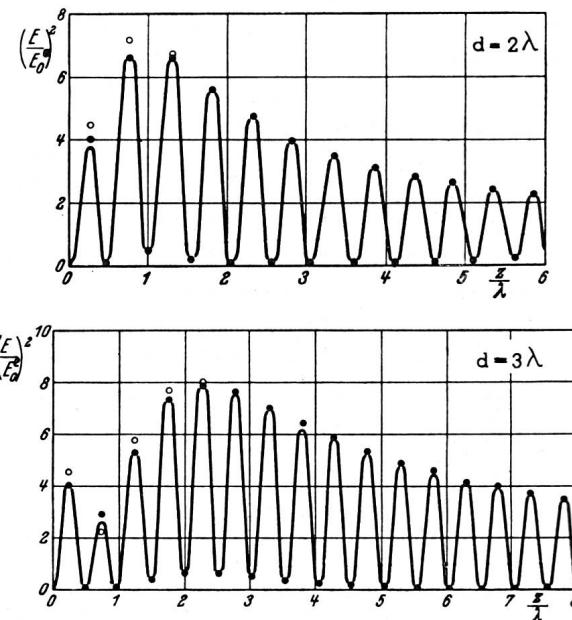


Fig. 5. Relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormalen vor kreisförmigen Metallscheiben vom Durchmesser $d = 2\lambda, 3\lambda$

— magnetische Dipole
○ elektrische Dipole
• Messpunkte

genommen worden sind. Für kleinere d/λ -Werte geht die gute Übereinstimmung verloren, und in der Ermittlung, bis zu welcher Grenze das Näherungsverfahren mit Erfolg verwendet werden kann, liegt die Bedeutung der exakten Rechnung. Flächenhafte Richtantennensysteme sind indessen in ihren Lineardimensionen stets ein Vielfaches der Wellenlänge; weil außerdem nach den Erfahrungen der strengen Rechnung in den Diagrammen der abgestrahlten Intensität der Einfluss der Polarisation weitgehend verwischt wird, hat bei einer Reihe älterer Untersuchungen an verschiedenen Antennenformen auch die skalare Kirchhoffsche Formel zu guten Resultaten geführt.

Zusammenfassend kann für die Anwendung der beiden Formeln des elektromagnetischen Randwert-

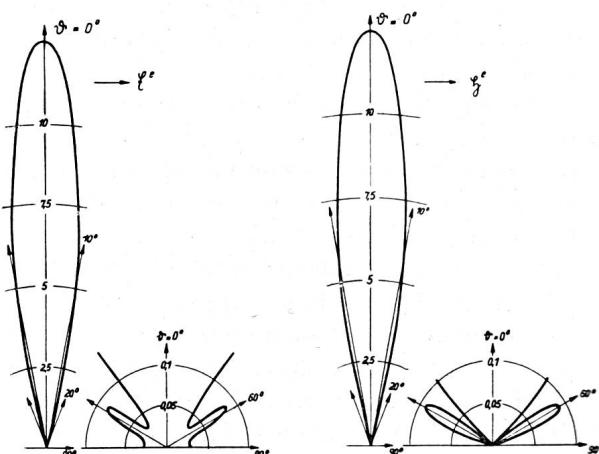


Fig. 6. Relative Intensität der gebogenen Welle in Abhängigkeit von der Strahlrichtung ϑ für die leitende Kreisscheibe vom Durchmesser $d = 3,18\lambda$ in der G_e - und H_g -Ebene. Fernfeld streng gerechnet (Andrejewski)

problems hinsichtlich ihrer Auswahl zur genäherten Berechnung der Beugungswelle an ebenen Schirmen folgende einfache und plausible Vorschrift gegeben werden: Bei nicht zu kleinen beugenden Flächen – lineare Dimensionen von etwa zwei bis drei Wellenlängen an – gehe man stets von der bekannten Feldgrösse auf der beugenden Fläche aus, verwende also die Formel, die die Berechnung des Feldes aus diesem Randwert erlaubt. Bekannt sind an der vollkommen leitenden Scheibe die Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke (6b) und in der Öffnung eines vollkommen leitenden Schirmes die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke (6a).

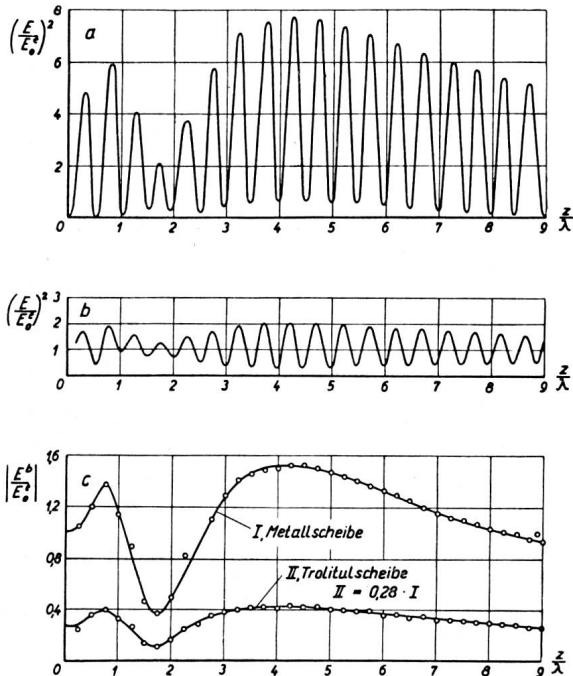


Fig. 7. Gemessenes relatives Amplitudenquadrat der elektrischen Feldstärke auf der Mittelnormale vor
a) einer kreisförmigen Metallscheibe, Durchmesser $d = 4 \lambda$
b) einer Trolitulscheibe gleicher Grösse, Reflexionsfaktor $r = 0,28$
Aus a) und b) errechneter (o) Amplitudenverlauf der Beugungswelle

In einer weiteren experimentellen Arbeit [18] werden die Beugungerscheinungen vor metallischen Scheiben mit denen vor verschiedenen dielektrischen Scheiben gleicher Form verglichen. Figur 7 zeigt den Verlauf des relativen Amplitudenquadrats der elektrischen Feldstärke, wie er vor einer metallischen Kreisscheibe (a) vom Durchmesser $d = 4 \lambda$ bzw. vor einer gleich grossen Trolitulscheibe (b) der Dicke $d = 0,72$ cm und der Dielektrizitätskonstante $\epsilon = 2,4$ gemessen wird. In Figur 7c ist der Amplitudenverlauf der beiden Beugungswellen, die man nach Abspaltung der einfallenden Welle erhält, durch «o» markiert. Legt man durch die Punkte der Metallscheibe eine glatte Kurve und multipliziert diese mit einem geeigneten konstanten Faktor, so erhält man eine Kurve, die mit dem Amplitudenverlauf der Beugungswelle an der Trolitulscheibe gut übereinstimmt. Dasselbe Ergebnis wurde an einer Reihe verschieden stark reflektierender kreisförmiger und quadratischer Schei-

ben gewonnen, so dass also die Beugungswellen für Scheiben gleicher Form bis auf einen ortsunabhängigen Faktor dieselben sind wie die der zugehörigen Metallscheibe. Dieser «Reflexionsfaktor» erweist sich identisch mit dem für unendlich ausgedehnte Platten aus den Materialkonstanten und der Plattendicke berechenbaren. In Figur 8 sind so gemessene und berechnete Werte des Reflexionsfaktors einander gegenübergestellt, deren gute Übereinstimmung zwei wichtige Konsequenzen hat: Erstens kann man auch bei Scheiben endlicher Grösse von einem «Reflexionsvermögen», wie es in der Optik definiert wird, sprechen, und dieses auch bei Wellenlängen von den Lineardimensionen des Reflektors messen. Zweitens bleibt das für metallische Beugungsscheiben angegebene Näherungsverfahren für Scheiben mit beliebigen Reflexionseigenschaften in gleicher Weise anwendbar.

Wenn man über die Beugungerscheinungen bei Zentimeterwellen und die Näherungsverfahren zu ihrer Berechnung berichtet, dann scheint ein Vergleich der Beugung elektromagnetischer Wellen an dünnen leitenden Schirmen mit der Beugung akustischer Wellen an dünnen starren Schirmen interessant und lohnend. Beim Luftschall liegen die Zentimeterwellen noch im hörbaren Bereich, und in den Lautsprechern mit und ohne Schallschirme hat man flächenhafte Strahler, woraus sich die praktische Bedeutung von akustischen Beugungsuntersuchungen ergibt. Mathematisch wird der Vorgang durch eine skalare Wellenfunktion beschrieben, so dass neben zahlreichen experimentellen Ergebnissen wegen der einfacheren Handhabung des mathematischen Formalismus auch eine Reihe strenger Lösungen mit numerischen Resultaten vorliegt. Wenn auch beide

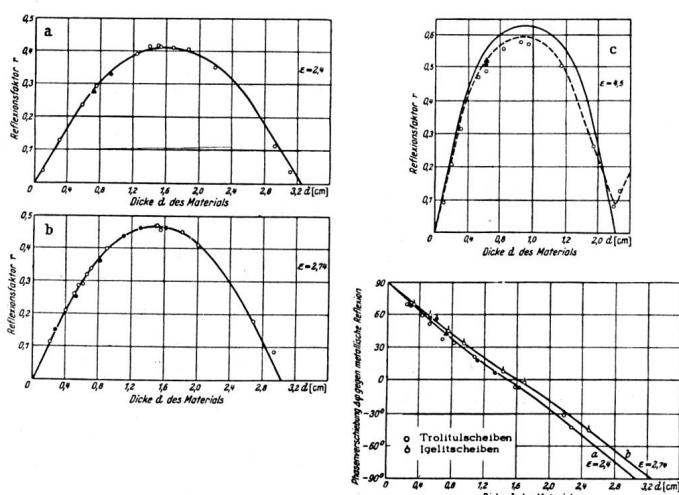


Fig. 8. Betrag und Phase des Reflexionsfaktors in Abhängigkeit von der Dicke des Materials
a) Trolitul $\epsilon = 2,4$
b) Igelit $\epsilon = 2,74$
c) Pertinax $\epsilon = 4,5$
— Berechnet ohne Verlust
- - - berechnet mit Verlust
Messungen: o Kreisscheiben vom Durchmesser $d = 2 \lambda$, $d = 4 \lambda$ • quadratische Scheiben der Kantenlänge $a = 2,5 \lambda$

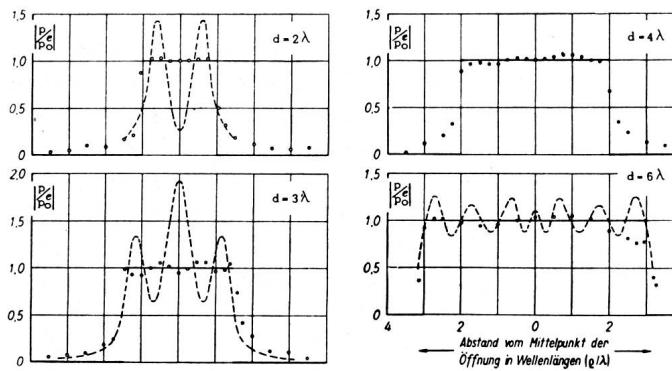


Fig. 9. Relative Schalldruckamplitude in einer kreisförmigen Öffnung vom Durchmesser $d = 2\lambda, 3\lambda, 4\lambda, 6\lambda$

— Dipole
--- Kugelstrahler (Stenzel, $d = 1,92\lambda, 3,18\lambda, 6,36\lambda$)
○ Messpunkte

Beugungsprobleme, das skalare akustische und das vektorielle elektromagnetische, vom Standpunkt einer strengen mathematischen Behandlung durchaus verschieden sind, so haben die an Grenzflächen gleicher Gestalt beobachteten Beugungerscheinungen doch oft eine grosse Ähnlichkeit. Dieser Befund kommt auch in den Näherungsverfahren zum Ausdruck, für deren Anlage und Anwendung im skalaren wie im vektoriellen Fall dieselben Gesichtspunkte massgebend sind. Ausgangspunkt zur näherungsweisen Berechnung akustischer Beugungerscheinun-

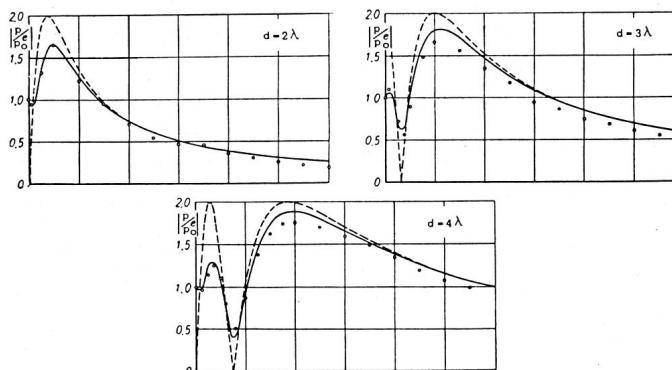


Fig. 10. Relative Schalldruckamplitude auf der Mittelnormalen hinter einer kreisförmigen Öffnung vom Durchmesser $d = 2\lambda, 3\lambda, 4\lambda$,
— Dipole, --- Kugelstrahler, ○ Messpunkte

gen an ebenen Schirmen ist nicht die skalare Kirchhoff'sche Formel (1), sondern sind die schon mehrfach erwähnten Sommerfeldschen Formeln [10]

$$2\pi u^{(1)}(P) = - \iint u(Q) \frac{\delta}{\delta n} \frac{e^{-ikr}}{r} d\Omega_Q \quad (8a)$$

$$2\pi u^{(2)}(P) = \iint \frac{\delta u(Q)}{\delta n} \frac{e^{-ikr}}{r} d\Omega_Q \quad (8b)$$

die die exakte Berechnung des Feldes im Raum erlauben, wenn der Druck u oder die Normalschnelle $\frac{\delta u}{\delta n}$ auf der ganzen Schirmebene bekannt ist, und bei de-

ren näherungsweisen Anwendung die Kirchhoff'schen Annahmen in mathematisch sauberer Weise möglich sind. Da dann die Formeln (8a) und (8b) durchaus verschiedenen Approximationswert besitzen, muss man wiederum durch Vergleich mit der Erfahrung ihren Anwendungsbereich ermitteln. In völliger Analogie zum elektromagnetischen Beugungsproblem lassen sich die akustischen Beugungerscheinungen an ebenen Schirmen mit guter Näherung jeweils aus der Formel berechnen, die die auf der beugenden Fläche bekannte Schallfeldgrösse richtig wiedergibt. In einer Öffnung im schallharten Schirm kann man

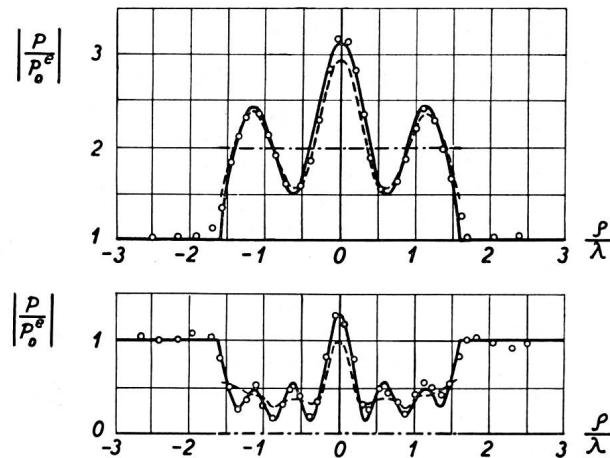


Fig. 11. Relative Schalldruckamplitude unmittelbar vor und hinter einer schallharten Kreisscheibe vom Durchmesser $d = 3,18\lambda$

— exakte Rechnung (Meixner und Fritze)
--- Kugelstrahler
-·- Dipole
○ Messpunkte

den Druck exakt angeben, so dass sich die Beugungswelle nach (8a) in erster Näherung aus einer gleichmässigen Belegung der Öffnung mit Dipolen herleitet; an der schallharten Scheibe ist die Normalschnelle bekannt, und die Beugungswelle ergibt sich nach (8b) in erster Näherung aus einer gleichmässigen Belegung der Scheibe mit Kugelstrahlern.

Die Güte der Näherungslösungen soll wiederum am Beispiel der kreisförmigen Öffnung und der Kreisscheibe, auf die eine ebene Schallwelle senkrecht auf-

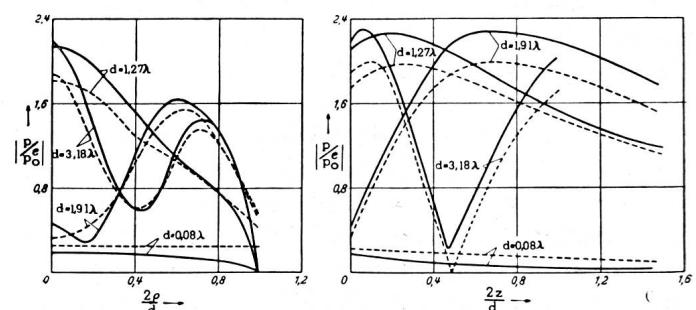


Fig. 12. Relative Schalldruckamplitude der Beugungswelle an der Oberfläche (linkes Bild) und auf der Mittelnormalen (rechtes Bild) einer schallharten Kreisscheibe vom Durchmesser $d = 0,08\lambda, 1,27\lambda, 1,91\lambda, 3,18\lambda$
— strenge Rechnung (Meixner und Fritze)
--- Kugelstrahler (Stenzel)

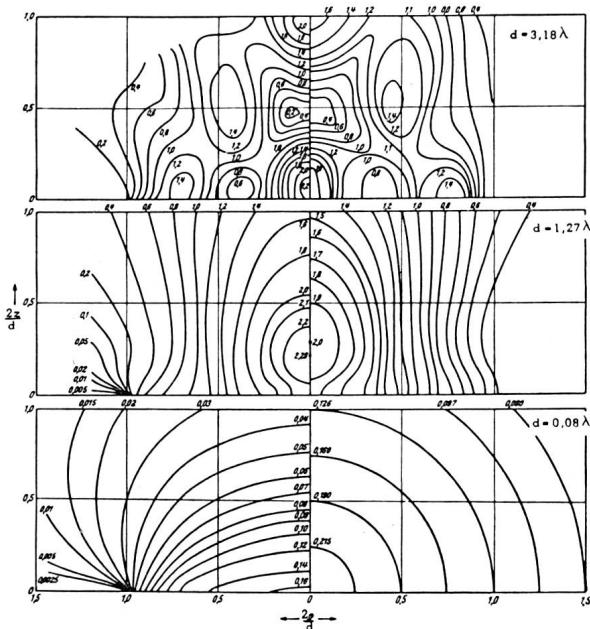


Fig. 13. Kurven gleichen Schalldrucks der Beugungswelle in der Umgebung einer schallharten Kreisscheibe vom Durchmesser $d = 0,08 \lambda, 1,27 \lambda, 3,18 \lambda$. Linke Hälfte: Exaktes Feld (Meixner und Fritze). Rechte Hälfte: Kirchhoffsche Näherung, Kugelstrahler (Stenzel)

trifft, durch einige Bilder belegt werden*). In Figur 9 wird der für verschiedene Öffnungsdimensionen in der Blendenebene gemessene Druckverlauf [19] gegen den aus beiden Näherungen berechneten verglichen. Beachtenswert ist der rasche Abfall des Drucks hinter der Öffnung mit wachsendem Abstand vom Schirmrand, woraus die grosse Leistungsfähigkeit der Kirchhoffschen Näherung verständlich wird, da bei strenger Auswertung des Integrals (8a) der relative Beitrag dieses Bereichs schon für mässig grosse d/λ -Werte vernachlässigbar klein wird. Figur 10 zeigt den Druckverlauf auf der Mittelnormale hinter der kreisförmigen Öffnung und die erwartete gute Übereinstimmung zwischen Messung und der Näherungslösung, die sich aus der Annahme einer Dipolbelegung der Öffnungsfläche ergibt. – Im Falle der schallharten Scheibe hat das Beugungsfeld, das nach Abspaltung der einfallenden Welle übrigbleibt, physikalische Realität: Es ist identisch mit dem Strahlungsfeld der frei schwingenden Kolbenmembran gleicher Form wie die Scheibe; die zugehörige Kirchhoffsche Näherung, die aus der Annahme einer Kugelstrahlerbelegung der Scheibenfläche resultiert, ist zugleich exakte Lösung des Problems der in starrer Wand schwingenden Kolbenmembran. Figur 11 zeigt zunächst den Druckverlauf des Gesamtfeldes unmittelbar vor und hinter einer kreisförmigen Scheibe vom Durchmesser $d = 3,18 \lambda$, exakt gerechnet, gemessen und nach beiden Näherungsverfahren ermittelt [19, 20]. In Figur 12 wird der Schalldruckverlauf der Beugungswelle allein an der Oberfläche und auf der Mittelnormale der Scheibe nach der strengen Rech-

*) Eine umfassende Zusammenstellung über Schallbeugung mit vielen Literaturangaben findet man in einem Bericht von A. Schoch [17].

nung [20] gegen die zugehörige Kirchhoffsche Näherung [21, 22] verglichen. Einen anschaulichen Gesamtüberblick vermittelt die Figur 13, in der für Scheiben von verschiedenem Durchmesser in einer Ebene durch die Mittelnormale Kurven gleichen Schalldrucks dargestellt sind (die Zahlen an den Kurven geben die Werte p^b/p_o^e an), und zwar in der linken Hälfte jedes Bildes das exakte Beugungsfeld [20] und in der rechten Hälfte das nach der Kirchhoffschen Näherung errechnete [21]. Im ganzen zeigt sich wieder eine überraschende Übereinstimmung beider Felder schon für mässig grosse d/λ -Werte. Die Verschiedenheit bei kleinen d/λ -Werten ist darin begründet, dass für $d/\lambda \rightarrow 0$ das Beugungsfeld der Scheibe in ein Dipolfeld übergeht, während das der Öffnung kugelsymmetrisch wird. – Schliesslich zeigt Figur 14 die Winkelverteilung der Druckamplitude der Beugungswelle im Fernfeld von Scheibe [23] und Öffnung [24]; der Vergleich gegen die entsprechenden Kirchhoffschen Näherungen (gestrichelt eingezeichnet) lehrt, dass auch im Fernfeld die Übereinstimmung gut ist. Genau wie beim elektromagnetischen Problem machen sich für grössere Winkel ϑ Abweichungen bemerkbar, weil sich bei Annäherung an die Schirmebene außerhalb der beugenden Fläche die in den Näherungslösungen angenommenen falschen Randwerte dort am stärksten auswirken.

Da die Kirchhoffsche Theorie eine relativ einfache und schnelle Methode zur approximativen Behandlung von Beugungsproblemen darstellt, ist in einer Reihe theoretischer und experimenteller Arbeiten untersucht worden, unter welchen Bedingungen sie auch im Bereich der Zentimeterwellen brauchbare Ergebnisse liefert. Zwar ist von vorneherein zu erwarten, dass mit abnehmender Wellenlänge eine immer bessere Approximation der wahren Verhältnisse erreicht wird; indessen musste erst durch Ver-

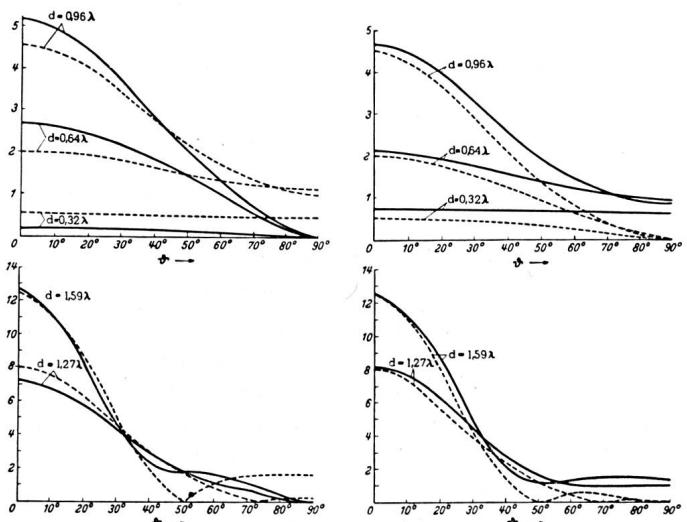


Fig. 14. Relative Schalldruckamplitude der Beugungswelle im Fernfeld in Abhängigkeit von der Strahlrichtung ϑ für die schallharte Kreisscheibe (linkes Bild) und die kreisförmige Öffnung im schallharten Schirm (rechtes Bild) vom Durchmesser $d = 0,32 \lambda, 0,64 \lambda, 0,96 \lambda, 1,27 \lambda, 1,59 \lambda$

gleich mit der exakten Rechnung oder gegen entsprechende Messungen geklärt werden, von welcher Wellenlänge an eine gute Übereinstimmung erzielt werden kann. Aus den hier berichteten Arbeiten über die Beugung elektromagnetischer und akustischer Wellen an kreisförmig berandeten Beugungsflächen ergibt sich übereinstimmend, dass geeignet angelegte Näherungsverfahren eine für die Praxis in den meisten Fällen ausreichende Genauigkeit liefern, wenn der Durchmesser grösser als zwei bis drei Wellenlängen ist.

Bibliographie

- [1] Debye, P. Der Lichtdruck auf Kugeln von beliebigem Material. Ann. d. Phys. (4) **30** (1909), 57.
- [2] Meixner, J. Strenge Theorie der Beugung elektromagnetischer Wellen an der vollkommen leitenden Kreisscheibe. Z. Naturforschg. **3a** (1948), 506.
- [3] Meixner, J. und Andrejewski, W. Strenge Theorie der Beugung ebener elektromagnetischer Wellen an der vollkommen leitenden Kreisscheibe und an der kreisförmigen Öffnung im vollkommen leitenden ebenen Schirm. Ann. d. Phys. (6) **7** (1950), 157.
- [4] Andrejewski, W. Strenge Theorie der Beugung ebener elektromagnetischer Wellen an der vollkommen leitenden Kreisscheibe und an der kreisförmigen Öffnung im vollkommen leitenden ebenen Schirm. Numerische Ergebnisse. Naturwissenschaften **38** (1951), 406.
- [5] Andrejewski, W. Die Beugung elektromagnetischer Wellen an der leitenden Kreisscheibe und der kreisförmigen Öffnung im leitenden ebenen Schirm. Dissertation, Aachen 1952. Im Druck bei Z. angew. Physik.
- [6] Kottler, F. Elektromagnetische Theorie der Beugung an schwarzen Schirmen. Ann. d. Phys. (4) **71** (1923), 457.
- [7] Stratton, J. A. and L. J. Chu. Diffraction theory of electromagnetic waves. Phys. Rev. **56** (1939), 99.
- [8] Zuhrt, H. Über die Anwendung des Kirchhoff-Huyghenschen Prinzips auf elektromagnetische Strahlungsfelder mit Beispielen. Frequenz **1** (1947), 33 und 63; **2** (1948), 6.
- [9] Franz, W. Zur Formulierung des Huyghensschen Prinzips. Z. Naturforschg. **3a** (1948), 500.
- [10] Sommerfeld, A. Elektromagnetische Schwingungen. In Frank-Mises, Partielle Differentialgleichungen der Physik. Braunschweig 1935. Bd. II.
- [11] Severin, H. Zur Theorie der Beugung elektromagnetischer Wellen. Z. f. Phys. **129** (1951), 426.
- [12] Müller, Cl. Zur mathematischen Theorie elektromagnetischer Schwingungen. Berlin 1950.
- [13] Andrews C. L. Diffraction pattern in a circular aperture measured in the microwave region. J. appl. Phys. **21** (1950), 761.
- [14] Meixner, J. Das Babinettsche Prinzip der Optik. Z. für Naturforschg. **1** (1946), 496.
- [15] Severin, H. Beugung elektromagnetischer Zentimeterwellen an metallischen Blenden. Z. für Naturforschung **1** (1946), 487.
- [16] Severin, H. Beugung elektromagnetischer Zentimeterwellen an metallischen Kreisscheiben. Z. f. angew. Phys. **2** (1950), 499.
- [17] Schoch, A. Schallreflexion, Schallbrechung und Schallbeugung. Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften **23** (1950), 127.
- [18] Severin H. und W. v. Baeckmann. Beugung elektromagnetischer Zentimeterwellen an metallischen und dielektrischen Scheiben. Z. f. angew. Phys. **3** (1951), 22.
- [19] Severin H. und Cl. Starke. Beugung von Schallwellen an der kreisförmigen Öffnung im schallharten Schirm. Akust. Beihete 1952, Heft 2, S. 59.
- [20] Meixner J. und U. Fritze. Das Schallfeld in der Nähe der frei schwingenden Kolbenmembran. Z. f. angew. Phys. **1** (1949), 535.
- [21] Stenzel, H. Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen.
- [22] Stenzel, H. Über die Berechnung des Schallfeldes unmittelbar vor einer kreisförmigen Kolbenmembran. Ann. d. Phys. (5) **41** (1942), 245.
- [23] Leitner, A. Diffraction of sound by a circular disk. J. Acoust. Soc. Am. **21** (1949), 331.
- [24] Spence, R. D. A Note on the Kirchhoff approximation in diffraction theory. J. Acoust. Soc. Am. **21** (1949), 98.

Adresse des Verfassers: Dr. Hans Severin, (20 b) Göttingen, III. Physikalisches Institut der Universität, Bürgerstr. 42.

Un nouveau système à courants porteurs pour courtes distances

Par F. Locher, J. Valloton et W. Herrenberger, Berne/Zurich

621.395.44

Résumé. L'article décrit un nouveau système à courants porteurs à 5 voies, désigné dans la suite par système C, convenant particulièrement pour les courtes distances de 20 à 80 km, et dont on envisage l'application sur le réseau téléphonique suisse.

La plupart des systèmes à courants porteurs actuels sont fondés sur les directives données par le CCIF et sont construits spécialement pour les distances moyennes et grandes rencontrées particulièrement dans les relations internationales. Les avantages économiques qu'ils présentent sur les circuits à fréquences vocales à deux et quatre fils dépendent donc d'une distance minimum qui, dans les circonstances actuelles, est d'environ 60 km. Pour les distances inférieures, les circuits à fréquences vocales sont en général meilleur marché, de sorte que l'exploitation en courants porteurs avec les équipements usuels n'est plus économique.

Or, l'augmentation croissante du trafic interurbain ces dernières années a aussi provoqué un man-

que de lignes sur les courtes distances, c'est-à-dire de lignes collectrices, de lignes transversales et de lignes rurales.

En conséquence, on s'est demandé s'il ne serait pas possible d'utiliser les câbles d'une façon plus économique en introduisant des systèmes à courants porteurs simplifiés sur des distances de 15 à 80 km.

Au point de vue de la technique des transmissions, la réalisation de cette idée est particulièrement séduisante. D'une part, elle offre la possibilité de pousser plus loin les circuits à quatre fils dans la direction des abonnés et de créer par là les conditions permettant, à l'avenir, de réduire l'équivalent. D'autre part, on peut remplacer les circuits à forte pupinisation et, par conséquent, à étroite bande de fréquences, par des circuits à bande élargie de 300 à 3400 Hz, sans recourir au moyen peu agréable du changement de pupinisation. Dans les câbles formés de quartes en étoile, qu'on pose presque exclusivement aujour-