

**Zeitschrift:** Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

**Herausgeber:** Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

**Band:** 30 (1952)

**Heft:** 6

**Artikel:** Das Rauschen von Verstärkern, besonders im Tomfrequenzgebiet

**Autor:** Nordby, Knut S.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-876110>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## TECHNISCHE MITTEILUNGEN

## BULLETIN TECHNIQUE

# PTT

## BOLLETTINO TECNICO

Herausgegeben von der Schweizerischen Post-, Telegraphen- und Telefonverwaltung. Publié par l'administration des postes, télégraphes et téléphones suisses. Pubblicato dall'amministrazione delle poste, dei telegrafi e dei telefoni svizzeri

### Das Rauschen von Verstärkern, besonders im Tonfrequenzgebiet

Von Knut S. Nordby, Bern

621.385.831.004.6

**Zusammenfassung.** Es wird im folgenden versucht, das Rauschen von Eingangsstufen in möglichst praktischer Darstellung zu beschreiben. Auf eine eingehendere mathematische Behandlung des Rauschens an sich wird dabei verzichtet.

Das Rauschen eines Widerstandes wird in üblicher Weise durch eine Rauschspannungsquelle in Serie mit dem nun als rauschfrei zu betrachtenden Widerstand ersetzt. Eingehender wird das Rauschen einer Kondensatormikrophon-Eingangsschaltung besprochen. Das Spektrum des Rauschens einer solchen Schaltung sowie die resultierende Rauschspannung verschiedener RC-Kombinationen werden graphisch wiedergegeben.

Ferner wird das Rauschen in einem Schwingkreis behandelt, wobei hervorgehoben wird, dass der Verlustwiderstand der Ursprung des Rauschens ist. Im Abschnitt 7 wird das Rauschen von Elektronenröhren beschrieben und Formeln für die Berechnung des äquivalenten Rauschwiderstandes werden angegeben. Es wird hervorgehoben, dass eine Röhre für denselben Arbeitspunkt im Tonfrequenzgebiet bedeutend stärker rauscht als bei höheren Frequenzen.

Zuletzt wird abgeleitet, wie man die Eingangsschaltung bemessen muss, um das günstigste Signal/Rauschverhältnis zu erhalten. Es wird dabei angenommen, dass das Signal mittels eines idealen Übertragers auf das Gitter der ersten Röhre gegeben wird.

#### 1. Einleitung

Bei der Entwicklung eines Verstärkers höchster Empfindlichkeit wird man immer nach der Grösse des Eigenrauschens des Verstärkers fragen. Das Eigenrauschen ist massgebend für die kleinste elektrische Leistung, die mit dem Gerät noch nachgewiesen werden kann und bestimmend für den vom Signal zu verlangenden Pegel, damit ein gewünschtes Signal/Rauschverhältnis am Ausgang entsteht.

In den meisten Fällen wird es genügen, das Rauschen der Eingangsstufe zu untersuchen. Nur wenn die Verstärkung der ersten Stufe klein ist oder das Rauschen der nachfolgenden Stufen beachtlich, muss man noch das Rauschen dieser Stufen berücksichtigen. Über dieses Problem wurde in den letzten 15 Jahren schon viel geschrieben, aber mit wenigen Ausnahmen wurde es immer für höhere Frequenzen behandelt.

Mit der Einführung der Frequenzmodulation wer-

**Résumé.** Le présent article expose de manière aussi pratique que possible la question du bruit de fond produit par les étages d'entrée. L'auteur s'est abstenu de considérations trop mathématiques.

Le bruit produit par une résistance est remplacé, comme c'est généralement le cas, par une source de tension psophométrique connectée en série avec la résistance, cette dernière pouvant alors être considérée comme ne provoquant plus aucun bruit. Le bruit dû au circuit d'entrée de l'amplificateur d'un microphone-condensateur est l'objet d'une étude plus détaillée. Le spectre d'un tel bruit ainsi que la tension psophométrique résultant de diverses combinaisons RC sont représentés graphiquement.

L'auteur parle ensuite du bruit engendré par un circuit oscillant, en relevant qu'il est dû à la résistance de perte. Sous le chiffre 7, il parle du bruit des tubes électroniques et donne des formules pour calculer la résistance de bruit équivalente. Il relève que pour un même point de fonctionnement, un tube engendre plus de bruit dans la bande des fréquences audibles qu'aux fréquences plus élevées.

Pour terminer, l'auteur indique comment il faut dimensionner le circuit d'entrée afin d'obtenir le rapport signal/bruit le plus favorable. Il part de l'hypothèse que le signal est transmis à l'aide d'un translateur idéal à la grille du premier tube.

den höhere Anforderungen an die Dynamik der Übertragung gestellt, und es ist noch wichtiger als früher, das Rauschen der Tonfrequenzverstärker niedrig zu halten. Im Tonfrequenzgebiet hat nun dieses Problem einige besondere Merkmale. Der äquivalente Rauschwiderstand der Röhren ist nicht mehr frequenzunabhängig, sondern für denselben Arbeitspunkt im Mittel beachtlich grösser als bei höheren Frequenzen. Ferner wird oft auch die Eingangsschaltung eine Rauschspannung an das Gitter der ersten Röhre liefern, deren Spektrum im Durchlassbereich nicht mehr gleichmässig bzw. frequenzunabhängig ist. Es wird nun im folgenden versucht, das Rauschen von Verstärkern in allgemeiner und möglichst praktischer Darstellung zu beschreiben.

Die jedem Abschnitt in eckigen Klammern folgenden Zahlen beziehen sich auf die am Ende des Beitrages aufgeführte Bibliographie. In der betreffenden

Literatur sind die in den verschiedenen Abschnitten behandelten Probleme ebenfalls und zum Teil eingehender behandelt.

## 2. Die Nyquist-Beziehung

Nyquist hat aus thermodynamischen Betrachtungen eine Beziehung abgeleitet, welche die von der Brownschen Bewegung in einem Wirkwiderstand entstandene Energie in elektrischer Form angibt. Die Beziehung wird meistens in der folgenden Form geschrieben

$$U = \sqrt{u^2} = \sqrt{4kTRB} \quad (1)$$

Dabei ist  $U$  die bei einer effektiven Bandbreite  $B$  auftretende effektive Rausch-EMK eines Wirkwiderstandes  $R$  bei der Temperatur  $T$  (und  $u$  der Momentanwert der Rausch-EMK).<sup>1)</sup>

Die Dimensionen sind:

$U$  = Spannung in Volt,

$k$  = Boltzmann-Konstante =  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Joule/ $^{\circ}\text{K}$ ,

$T$  = absolute Temperatur des Widerstandes,

$R$  = Widerstand in Ohm,

$B$  = effektive Bandbreite in Hz.

Die Gleichung (1) besagt, dass jeder Wirkwiderstand einen Generator darstellt mit der «inneren» Leistung

$$P = \frac{U^2}{R} = 4kTB \quad (2)$$

Diese Rauschleistung ist also unabhängig vom Betrag des Wirkwiderstandes und der absoluten Lage des Frequenzbandes  $B$ .

Gemäss Gleichung (1) ist auch die Rausch-EMK unabhängig von der absoluten Lage des Frequenzbandes  $B$ , sie ist aber proportional der Wurzel aus dem Produkte der effektiven Bandbreite  $B$  und dem Widerstand  $R$ .

Die Gleichung (1) kann man in der praktischen Form schreiben

$$\frac{U}{\mu V} = 0,127 \sqrt{\frac{R}{k\Omega} \frac{B}{kHz}} \quad (3)$$

Die Temperatur des Widerstandes wird dabei gleich einer normalen Zimmertemperatur von 20 Grad Celsius gesetzt ( $T = 293^{\circ}\text{K}$ ). [4, 6, 8, 15.]

## 3. Effektive Bandbreite und effektive Grenzfrequenz

Wenn im folgenden nicht besonders darauf hingewiesen wird, so wird unter Bandbreite, Durchlassbreite, Durchlassbereich oder Durchlasskurve immer der sogenannte effektive<sup>2)</sup> Wert verstanden. Die effektive Bandbreite eines Verstärkers ist gegeben durch die Beziehung

$$B = \frac{1}{V_m^2} \int_0^\infty V^2 \cdot df = \int_0^\infty \left( \frac{V}{V_m} \right)^2 \cdot df \quad (4)$$

Dabei bedeuten:

$B$  = effektive Bandbreite oder Durchlassbreite in Hz,

$V_m$  = maximale Spannungsverstärkung im Durchlassbereich,

$V$  = Spannungsverstärkung bei der laufenden Frequenz  $f$ ,

$df$  = kleines, der Frequenz  $f$  anschliessendes Frequenzintervall in Hz.

In Figur 1 ist ein Beispiel der Auswertung der effektiven Bandbreite einer gegebenen Durchlasskurve auf graphischem Wege gezeigt. Die gestrichelte Kurve ist die «normale» Durchlasskurve eines Verstärkers mit der «normalen» Bandbreite  $B' = 9,2$  kHz. Die ausgezogene Kurve stellt die effektive Durchlasskurve dar, Spannungsverstärkung im Quadrat als Funktion der Frequenz. Der Flächeninhalt, der

<sup>1)</sup> Genau genommen muss die Zeitdauer der Registrierung einer Rauschspannung viel länger sein als die Periode, die der Bandbreite  $B$  entsprechen würde.

<sup>2)</sup> Statt effektiv wird in der Literatur auch der Ausdruck energetisch verwendet.

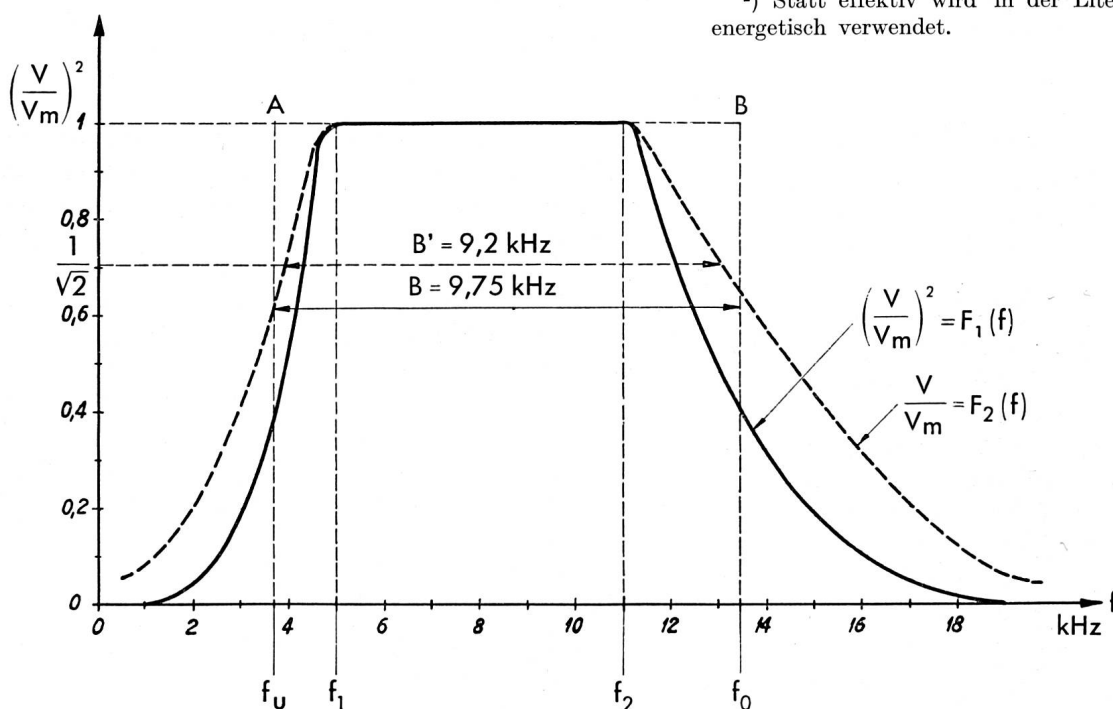


Fig. 1  
Beispiel der Auswertung der effektiven Bandbreite einer gegebenen Durchlasskurve

von dieser Kurve und der Abszisse eingeschlossen wird, ist gemäss Gleichung (4) proportional der effektiven Bandbreite des Verstärkers.

Wenn man den Flächeninhalt unter der effektiven Durchlasskurve bestimmt hat, sei es durch Auszählen, Planimetrieren oder durch analytische Berechnung, so dividiert man die Fläche durch das Quadrat der maximalen Verstärkung und erhält somit die effektive Bandbreite. Hier wurde nun die Durchlasskurve in das Rechteck  $ABf_0f_u$  transformiert, das dieselbe Fläche hat wie die Fläche unter der effektiven Durchlasskurve. In diesem Beispiel lautet das Ergebnis  $B = 9,75$  kHz. Wie es auch hier der Fall ist, wird in den meisten Fällen die effektive Bandbreite und die «normale» Bandbreite nicht stark von einander abweichen.

Wichtiger noch als die Kenntnis der effektiven Bandbreite ist die Kenntnis der beiden effektiven Grenzfrequenzen. Sind diese gegeben, so ist auch die effektive Bandbreite und ihre absolute Lage bekannt. Es besteht die einfache Beziehung  $B = f_0 - f_u$ , wobei  $f_0$  die obere und  $f_u$  die untere effektive Grenzfrequenz ist. Die beiden effektiven Grenzfrequenzen sind durch die Beziehungen gegeben

$$f_u = f_1 - \frac{1}{V_m^2} \int_0^{f_1} V^2 \cdot df = f_1 - \int_0^{f_1} \left( \frac{V}{V_m} \right)^2 \cdot df \quad (5)$$

$$f_0 = f_2 + \frac{1}{V_m^2} \int_{f_2}^{\infty} V^2 \cdot df = f_2 + \int_{f_2}^{\infty} \left( \frac{V}{V_m} \right)^2 \cdot df \quad (6)$$

Die Bedeutung der Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  geht aus Figur 1 hervor.  $f_1$  ist die Frequenz, bei welcher die Verstärkung im niederfrequenten Teil des Durchlassbereiches beginnt abzunehmen, und  $f_2$  die entsprechende Frequenz im hochfrequenten Teil des Durchlassbereiches. Wäre die Durchlasskurve die Resonanzkurve eines Schwingkreises, so wäre  $f_1 = f_2$  und ausserdem noch identisch mit der Resonanzfrequenz des Schwingkreises.

Wenn man den theoretischen Rauschwert eines Niederfrequenzverstärkers berechnen will, so genügt die Kenntnis der effektiven Bandbreite allein nur dann, wenn das Rauschen des Verstärkers durch einen Rauschgenerator verursacht wird, dessen Rauschspannung bei konstanter Bandbreite unabhängig ist von der absoluten Lage der Bandbreite (Widerstand als Rauschquelle). Wird dagegen das Rauschen des Verstärkers durch einen Rauschgenerator bestimmt, bei dem die Rauschspannung bei konstanter Bandbreite von deren absoluten Lage abhängig ist (Kombination von Widerstand und Kondensator, Zunahme des äquivalenten Rauschwiderstandes der Röhre wegen des Funkeffektes), so ist für eine genauere Berechnung des Rauschens die Kenntnis der effektiven Durchlassbreite und der effektiven oberen und unteren Grenzfrequenzen ungenügend. Man muss dann den Verlauf der Durchlass-

kurve genau kennen, um den theoretischen Rauschwert berechnen zu können. Hierfür wird im Abschnitt 5 ein Beispiel gegeben.

Bei einer Kurve mit Höckern lässt sich in der voranstehend beschriebenen Weise keine effektive Bandbreite bestimmen. Die Bestimmung der resultierenden Rauschspannung geschieht dann am einfachsten durch eine graphische Integration, wie später im Abschnitt 5 erläutert wird [12, 15, 16].

#### 4. Rausch-EMK von Widerständen

In Figur 2 ist das Ersatzschaltbild eines Wirkwiderstandes als Spannungsrauschquelle wiedergegeben. Dem Widerstand angeschlossen ist ein Vierpol dessen Eingangsimpedanz mit der Abschlussimpedanz identisch ist. Der Durchlassbereich des Vierpols sei  $B$ ; er hat im Durchlassbereich keine Dämpfung. Der Vierpol sei rauschfrei. Am Ausgang des Vierpols ist ein Widerstand  $R_b$  angeschlossen. Dieser sei im folgenden ein idealisierter «nichtrauschender Wirkwiderstand».

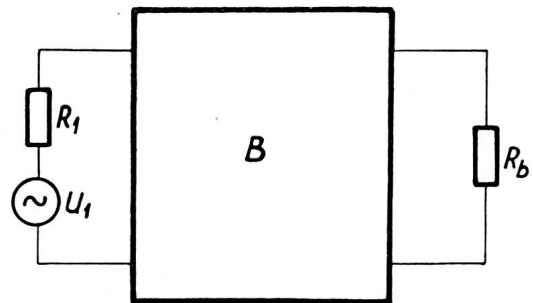


Fig. 2. Ersatzschaltbild eines Wirkwiderstandes  $R_1$  als Spannungs-Rauschquelle.  $U_1$  stellt die Rausch-EMK des als rauschfrei zu betrachtenden Widerstandes dar

Wenn  $R_b$  gross ist gegenüber  $R_1$ , so wird die effektive Rauschspannung am Ausgang des Vierpols

$$U_1 = \sqrt{4 k T R_1 B} \quad (7)$$

Ist  $R_b = R_1$ , sinkt die Spannung auf die Hälfte und dem Rauschwiderstand wird seine maximal abgebbare Leistung entzogen,

$$P' = k T B \quad (8)$$

Ist  $R_b = 0$ , so liefert der Rauschwiderstand einen effektiven Kurzschlußstrom

$$I_k = \sqrt{\frac{4 k T B}{R_1}} \quad (9)$$

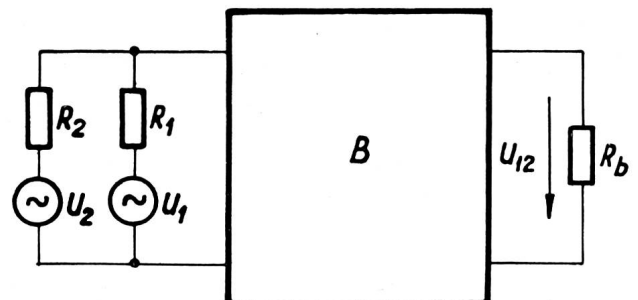


Fig. 3. Ersatzschaltbild zweier parallelgeschalteter Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  als Spannungs-Rauschquellen



In Figur 3 wurde  $R_1$  einem Widerstand  $R_2$  parallel geschaltet.  $R_b$  sei gross gegenüber  $R_1$  und  $R_2$ . Der Wirkwiderstand am Eingang des Vierpols ist jetzt

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (10)$$

Folglich beträgt jetzt die Rauschspannung am Ausgang des Vierpols

$$U_{12} = \sqrt{4 k T R_{12} B} \quad (11)$$

In Figur 4 wurde dem Widerstand  $R_1$  ein Widerstand  $R_3$  in Serie geschaltet. Der Wirkwiderstand am Eingang des Vierpols ist nun

$$R_{13} = R_1 + R_3 \quad (12)$$

$R_b$  sei nun gross gegenüber  $R_1 + R_3$ . Damit beträgt in diesem Falle die Spannung am Ausgang

$$U_{13} = \sqrt{4 k T R_{13} B} \quad (13)$$

Die Serieschaltung von Widerständen entspricht dem wichtigen Fall der Eingangsschaltung einer Elektronenröhre. In Figur 4 würde dann  $R_1$  dem Wider-

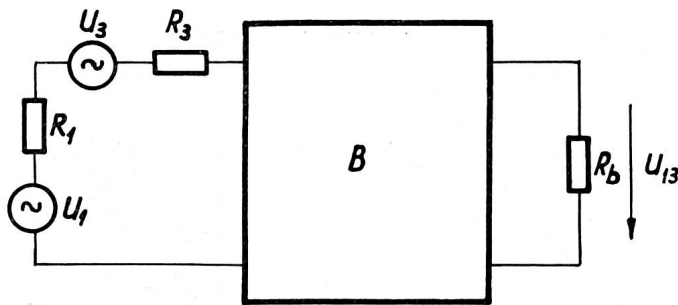


Fig. 4. Ersatzschaltbild zweier in Serie geschalteter Widerstände als Spannungs-Rauschquellen

stand der Eingangsschaltung und  $R_3$  dem äquivalenten Rauschwiderstand der Röhre entsprechen. Betrachtet man die Rausch-EMK der einzelnen Widerstände, so sind sie durch die Beziehungen gegeben.

$$U_1 = \sqrt{4 k T R_1 B} \quad (14)$$

$$U_3 = \sqrt{4 k T R_3 B} \quad (15)$$

Durch Quadrieren und Addieren der Gleichungen (14) und (15) erhält man

$$U_1^2 + U_3^2 = 4 k T (R_1 + R_3) B = 4 k T R_{13} B \quad (16)$$

Dieser Ausdruck ist derselbe wie wenn man Gleichung (13) quadriert, somit ist

$$U_{13}^2 = U_1^2 + U_3^2 \quad (17)$$

Die Gleichung (17) besagt, dass Rauschspannungen, die von demselben Frequenzintervall herrühren, sich quadratisch addieren. Auch wenn die Bandbreiten in den Gleichungen (14) und (15) verschiedene absolute Lagen hätten, so würden sich die Rauschspannungen quadratisch addieren. Vorausgesetzt allerdings, dass die beiden Bandbreiten innerhalb der Durchlasskurve des nachfolgenden Vierpols liegen. Daraus folgt also, dass auch Rauschspannungen, die von verschiedenen Frequenzintervallen herrühren, sich quadratisch addieren.

Diese zwei Gesetze für die Addition von Rauschspannungen sind eine Folgerung der Tatsache, dass die Phasen- und Frequenzbedingungen der Rauschspannungen beliebig und unabhängig voneinander sind.

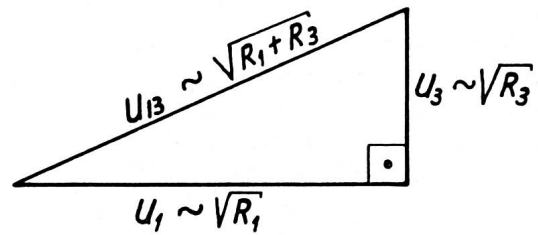


Fig. 5. Geometrische Addition zweier in Serie geschalteter Rausch-EMK, z. B.  $U_1$  und  $U_3$  in Figur 4

Die Gleichung (17) lässt sich bequem durch ein rechtwinkliges Dreieck darstellen, dessen Katheten durch die Wurzeln von den Beträgen der Widerstände  $R_1$  bzw.  $R_3$  gegeben sind, wie dies in Figur 5 dargestellt ist. In Figur 6 wurde noch  $U_{13}/U_1$  als Funktion des Verhältnisses  $R_3/R_1$  graphisch aufgetragen. Man sieht, dass, wenn  $R_3$  ungefähr gleich  $0,3 \cdot R_1$  ist,  $R_3$  eine Erhöhung des Rauschens um 1 dB bringt.

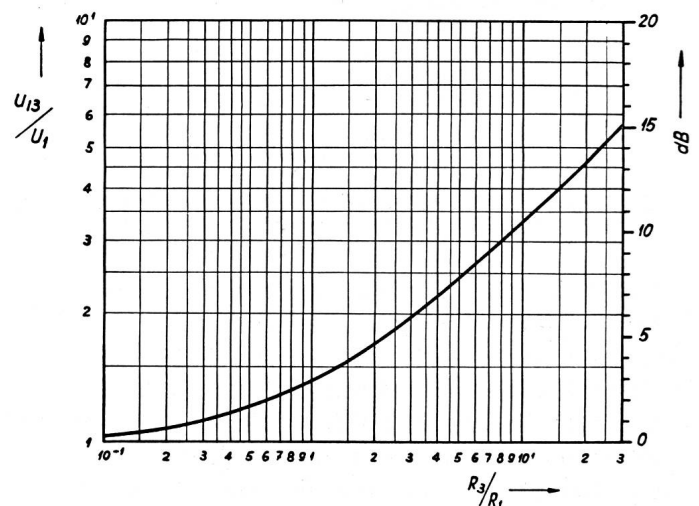


Fig. 6. Verhältnis zwischen der resultierenden Rausch-EMK  $U_{13}$  einer Serieschaltung zweier Widerstände  $R_1$  und  $R_3$  zu der Rausch-EMK  $U_1$  des Widerstandes  $R_1$  als Funktion von  $R_3/R_1$

Bei stromdurchflossenen Schicht- und Massewiderständen wird häufig eine höhere Rausch-EMK festgestellt, als jene, die dem theoretischen Wert entspricht. Dies rührt wahrscheinlich einerseits daher, dass das heterogene Widerstandsmaterial beim Stromdurchgang örtlich sehr verschiedene Stromdichten aufweist, und dass somit einige der vielen Rauschquellen, aus denen man sich ja die Rauschquelle des Widerstandes vorzustellen hat, sehr hohe Temperaturen haben. (Die Temperatur des Widerstandskörpers braucht sich dabei nicht wesentlich zu ändern.) Andererseits wird der Widerstandskörper wegen seiner Heterogenität vermutlich aus vielen örtlichen und zeitlichen Wackelkontakten bestehen. Diese beiden Hypothesen würden die Zunahme des Rauschens einigermaßen erklären.

Die Rausch-EMK ist in diesem Falle auch frequenzabhängig; sie nimmt mit abnehmender Frequenz zu und wird grösser mit zunehmendem Stromdurchgang. Damit man dasselbe Ersatzschaltbild eines Widerstandes wie vorhin als Rauschquelle benutzen darf, kann man dem Widerstand eine absolute «Ersatztemperatur»  $T_E$  zuordnen, die somit auch eine Frequenzabhängigkeit besitzt. Die Rausch-EMK eines solchen Widerstandes kann man dann durch folgende Beziehung ausdrücken

$$U_{\Delta} = \sqrt{4 k T_E R \Delta f} \quad (18)$$

Setzt man ferner  $\beta = T_E/T$ , wobei  $T$  die Temperatur der Umgebung ist (die ungefähr gleich der Körpertemperatur des Widerstandes sein dürfte), so kann man das Rauschen eines Schicht- oder Massewiderstandes als Funktion der Frequenz mit dem Strom-

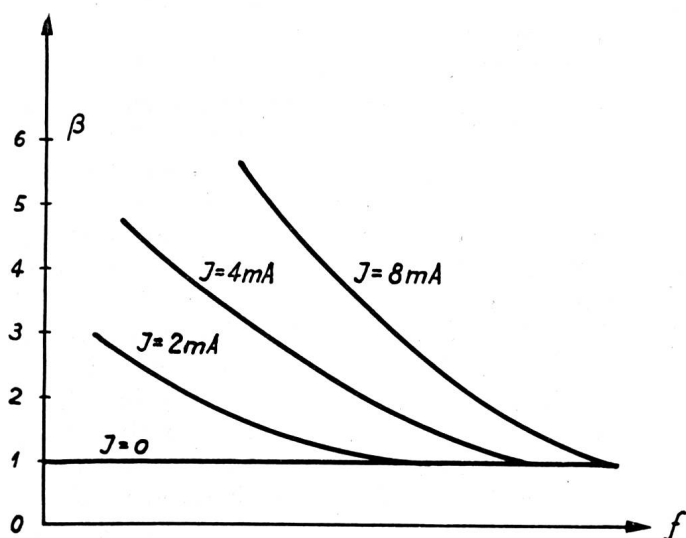


Fig. 7. Abhängigkeit des Faktors  $\beta$  in Funktion der Frequenz mit der Stromstärke als Parameter

durchgang als Parameter, wie in Figur 7 im Prinzip wiedergegeben ist, darstellen.  $\beta$  ist also nicht nur eine Funktion des Stromdurchganges, sondern auch eine Funktion der absoluten Lage des Frequenzintervalles  $\Delta f$ . ( $\Delta f$  muss so klein gewählt werden, dass man  $T_E$ , wie folglich auch  $\beta$ , als konstant ansehen kann.) [15, 16, 18.]

##### 5. Rausch-EMK bei Parallelschaltung von Widerstand und Kondensator

In Figur 8 ist am Eingang des Vierpols ein Widerstand  $R$  und parallel dazu ein verlustfreier Kondensator  $C$  angeschlossen.

Diese Schaltung stellt das für das Rauschen massgebende Ersatzschaltbild der Eingangsschaltung eines Niederfrequenzverstärkers dar, wenn man den Rauschwiderstand der nachfolgenden Röhre vernachlässigt. Auch stellt dieses Schaltbild die für das Rauschen einer Kondensatormikrophon-Schaltung massgebenden Komponenten dar.

Die Durchlassbreite des Vierpols sei in diesem Falle  $B = f_2 - f_1$ , wobei die Durchlasskurve als Rechteck angenommen wird. Setzt man jetzt  $f_1 =$

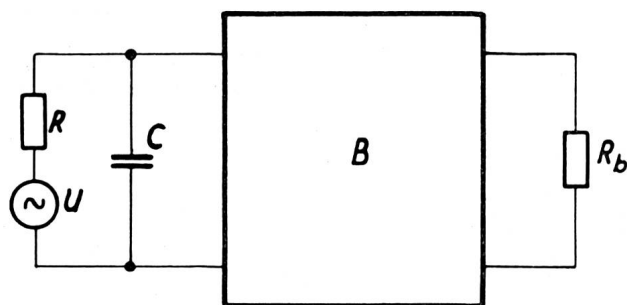


Fig. 8. Ersatzschaltbild für die Bewertung der resultierenden Rausch-EMK einer RC-Parallelschaltung

20 Hz,  $f_2 = 25\,000$  Hz,  $R = 100$  MOhm und  $C = 55$  pF, so hat man die üblichen Verhältnisse der Schaltung eines Kondensator-Mikrophons. Ferner sei  $R_b$  rauschfrei und gross gegenüber  $R$ . Welche Rauschspannung wird jetzt an den Ausgangsklemmen des Vierpols gemessen?

Wäre der Kondensator nicht vorhanden, so wäre die Rausch-EMK am Ausgang

$$U = \sqrt{4 k T R (f_2 - f_1)} = 0,127 \sqrt{10^5 \cdot 25} = 201 \mu V \quad (19)$$

Denkt man sich zunächst die Bandbreite sei klein und gleich  $\Delta f$ , wobei  $\Delta f \ll f_2 - f_1$ . Die Rausch-EMK des Widerstandes bei diesem kleinen Frequenzintervall beträgt

$$U_{\Delta} = \sqrt{4 k T R \Delta f} \quad (20)$$

Diese Rausch-EMK hat einen Strom durch den Widerstand und Kondensator zur Folge vom Betrage

$$I_{\Delta} = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (21)$$

wenn man nur Strom- und Spannungskomponenten des Frequenzintervalles  $\Delta f$  betrachtet. In Gleichung (21) bedeutet ferner  $\omega = 2 \pi f$ , wobei  $f$  die mittlere Frequenz des Frequenzintervalles  $\Delta f$  ist.

$R_b$  ist, wie vorhin, rauschfrei und gross gegenüber  $R$ . Somit beträgt die Rauschspannung am Ausgang

$$U'_{\Delta} = I_{\Delta} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (22)$$

Setzt man den Wert von  $I_{\Delta}$  aus der Gleichung (21) in die Gleichung (22) ein und quadriert, so erhält man

$$U'_{\Delta}{}^2 = 4 k T \frac{R}{1 + (2 \pi R C f)^2} \cdot \Delta f \quad (23)$$

Diese Gleichung gibt das Spektrum des quadratischen Wertes der Rausch-EMK am Kondensator bzw. am Widerstand an. Das analoge Spektrum eines Widerstandes allein wäre, gemäss Gleichung (20), gleichmässig, das heisst, es hätte für gleich grosse Frequenzintervalle  $\Delta f$ , unabhängig von der absoluten Lage des Frequenzintervalles, denselben Betrag.

Lässt man jetzt den Durchlassbereich des Vierpols um gleich grosse Frequenzintervalle  $\Delta f$  anwachsen, so erhält man neue Rauschspannungen  $U'_{\Delta}$ , deren quadratische Beträge je nach ihren absoluten Lagen durch die Gleichung (23) bestimmt sind. Das Qua-

drat der resultierenden Rauschspannung  $U$  ist dann die Summe der Quadrate der einzelnen Rauschspannungen  $U'_\Delta$  und folglich gegeben durch die Integration der Gleichung (23).

Es folgt:

$$U^2 = \sum_1^n U'^2_\Delta = 4 k T R \int_{f_1}^{f_2} \frac{1}{1 + (2\pi R C f)^2} \Delta f \quad (24)$$

$$U^2 = \frac{2 k T}{\pi \cdot C} \cdot \left[ \operatorname{arctg} (2\pi R C f) \right]_{f_1}^{f_2} \quad (25)$$

Durch Einsetzen erhält man

$$U = 6,74 \mu V$$

Bei dieser Rechnung wurde angenommen, dass der Durchlassbereich ein Rechteck wäre, also dass die Flanken der Durchlasskurve bei  $f_1 = 20$  Hz und  $f_2 = 25\,000$  Hz senkrecht verliefen. Somit sind in diesem Falle  $f_1$  und  $f_2$  identisch mit der untern bzw. obern Grenzfrequenz.

Man kann sich nun die Parallelschaltung von  $C$  und  $R$  rauschmässig durch einen einzelnen Widerstand am Eingang ersetzt denken, der auch eine Rauschspannung von  $6,74 \mu V$  liefern würde. Durch Umformung der Gleichung (3) erhält man

$$\frac{R}{k\Omega} = \frac{\frac{U^2}{\mu V}}{0,0161 \frac{B}{kHz}} = \frac{6,74^2}{0,0161 \cdot 25} = 113 k\Omega \quad (26)$$

In Figur 9 wurde die Grösse

$$\frac{R}{1 + (2\pi R C f)^2}$$

als Funktion der Frequenz aufgetragen. Die Dimension der Fläche ist  $\Omega \cdot \text{Hz}$ . Diese Kurve stellt das Spektrum der quadratischen Rausch-EMK der Parallelschaltung von  $R$  und  $C$  dar. Die Fläche unter der

Kurve KFG ist proportional der resultierenden Rausch-EMK im Quadrat. Hat man den Flächeninhalt unter der Kurve von  $f_1 = 20$  Hz bis  $f_2 = 25\,000$  Hz durch Auszählen oder Planimetrieren bestimmt, so kann man mittels der Gleichung (3) die resultierende Rauschspannung bestimmen. In diesem Beispiel betrug die Fläche unter der Kurve von 20 Hz bis 200 Hz  $23,9 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{Hz}$ . Folglich lautet das Ergebnis der graphischen Auswertung gemäss Gleichung (3)

$$U = 0,127 \cdot \sqrt{23,9 \cdot 10^8} = 6,22 \mu V \quad (27)$$

Weil auf eine graphische Integration oberhalb 200 Hz verzichtet wurde, ist dieser Wert etwas kleiner ausgefallen als der vorhin errechnete Wert aus Gleichung (25). Eine genauere graphische Integration würde zum Ergebnis führen, dass die Fläche von 200 Hz bis 25 000 Hz  $4,3 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{Hz}$  beträgt. Damit wäre die totale Fläche  $28,2 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{Hz}$ , was  $6,74 \mu V$  entspricht.

Im Abschnitt 3 wurde darauf hingewiesen, dass es nicht genügt, die Grenzfrequenzen zu kennen, wenn man das Rauschen eines von der Frequenz abhängigen Spektrums genau berechnen soll. Man muss auch den Verlauf der Durchlasskurve kennen. Für die vorhergehende Berechnung wurde die Durchlasskurve als Rechteck angenommen. Gemäss Gleichung (6) ist in diesem Falle die untere Grenzfrequenz  $f_u = f_1 = 20$  Hz. Die Durchlasskurve braucht aber nicht eine senkrechte Flanke zu haben bei 20 Hz, damit 20 Hz auch die Grenzfrequenz sein soll. Es gibt unendlich viele Flanken, die auch eine untere (effektive) Grenzfrequenz von 20 Hz ergeben würden.

Als Beispiel wurde in Fig. 9 eine andere Flanke BO der Durchlasskurve eingezeichnet, die auch eine untere Grenzfrequenz von 20 Hz ergibt. Die Fläche unter der Kurve OEFG ist nun massgebend für das Rauschen mit der neuen Durchlasskurve. Sie entsteht dadurch, dass man für jede Frequenz das Rauschspektrum mit dem relativen Wert der Ver-

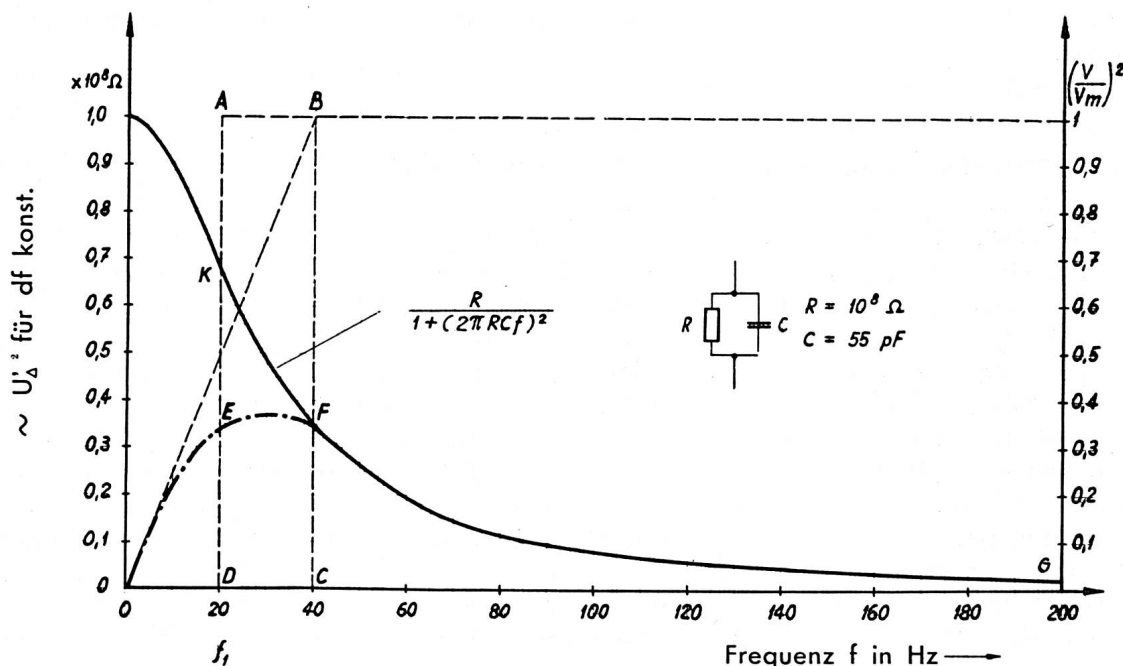


Fig. 9  
Spektrum der quadratischen Rausch-EMK einer RC-Parallelschaltung

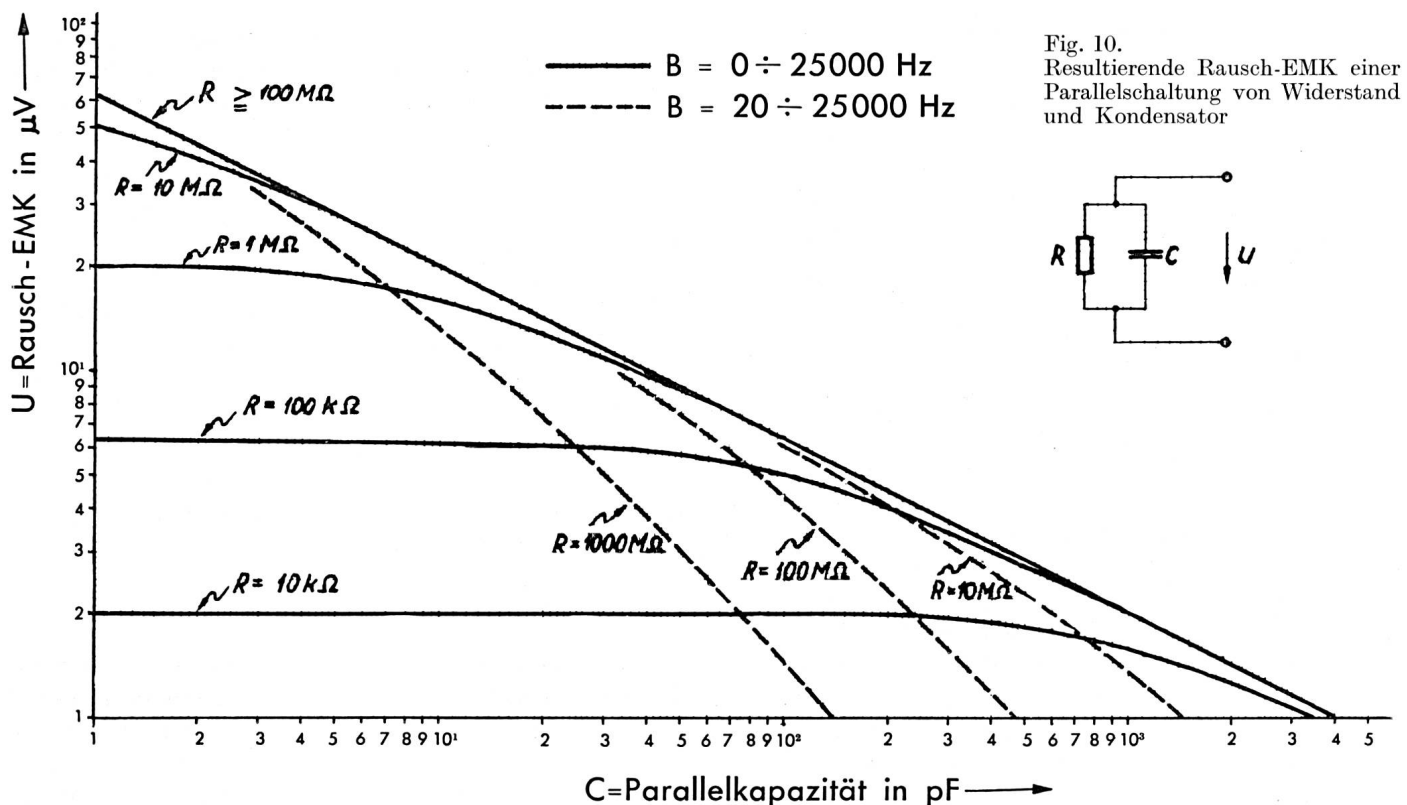


Fig. 10.  
Resultierende Rausch-EMK einer  
Parallelschaltung von Widerstand  
und Kondensator

stärkung im Quadrat  $\left(\frac{V}{V_m}\right)^2$  multipliziert. Die graphische Integration der Fläche unter der neuen Kurve von 0 bis 200 Hz ergibt nun  $25,4 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{Hz}$ , gegenüber  $23,9 \cdot 10^8 \Omega \cdot \text{Hz}$  bei der senkrechten Flanke. Die neue Rauschspannung beträgt somit  $6,41 \mu\text{V}$  gegenüber  $6,22 \mu\text{V}$  im ersten Falle, wenn man sich auf eine obere Grenzfrequenz von 200 Hz bezieht.

In der Praxis wird man meistens zu der graphischen Auswertung greifen, weil man dann das Gesamt-rauschen eines beliebigen Spektrums bei einer beliebigen nachfolgenden Durchlasskurve rasch auswerten kann. (Somit lässt sich auch das Rauschen hinter einer Durchlasskurve mit Höckern graphisch leicht bestimmen.)

Statt das Rauschspektrum zu berechnen, kann man in Serie mit R einen Signalgenerator einschalten, dessen Innenwiderstand viel kleiner ist als R und somit den Verlauf der normalen Durchlasskurve, von der Rauschquelle aus gesehen, messen. Durch Quadrieren der gemessenen Durchlasskurve erhält man die effektive Durchlasskurve und somit den Verlauf des Spektrums der quadratischen Rauschspannung.

Figur 10 zeigt ein Diagramm, aus dem man die Rauschspannung bei verschiedenen Kombinationen von Widerständen und Kapazitäten ablesen kann. Die ausgezogenen Kurven gelten für einen effektiven Durchlassbereich von 0...25 000 Hz. Die gestrichelten Kurven sind für einen effektiven Durchlassbereich von 20...25 000 Hz berechnet. Für die akustische Beurteilung des Rauschens müsste man die Empfindlichkeit des Ohres berücksichtigen. Bei konstanter Kapazität sind dann Kombinationen mit grossen Widerstandswerten noch günstiger, weil sich die

Rauschenergie mit zunehmendem Widerstand gegen tiefere Frequenzen hin verlagert, wo das Ohr weniger empfindlich ist.

Mit einem Durchlassbereich von 20...25 000 Hz (senkrechte Flanken), bringt die hier beschriebene Kondensatormikrophon - Eingangsschaltung eine Rauschspannung von rund  $7 \mu\text{V}$ . Es ist heute möglich, Röhrentypen zu finden, die in geeignetem Arbeitspunkt in diesem Durchlassbereich eine äquivalente Rauschspannung von  $1,2...1,4 \mu\text{V}$  am Gitter aufweisen. Das Spektrum dieser Rauschspannung nimmt unterhalb einer, je nach Röhrentyp und Arbeitspunkt bestimmten Frequenzgrenze mit  $1/\sqrt{f}$  zu. (Folglich nimmt auch der äquivalente Rauschwiderstand der Röhre unterhalb dieser Frequenzgrenze mit  $1/f$  zu.)

Für objektive Messungen in diesem Durchlassbereich setzt also bei einem Kondensatormikrophon das Rauschen der Eingangsschaltung die Grenze für die kleinsten, noch messbaren Schalldrücke. Für subjektive Messungen (Berücksichtigung der Hörkurve) sind aber die Verhältnisse anders. Obwohl auch das Rauschen einer Röhre mit abnehmender Frequenz zunimmt, wird das Rauschen der Röhre unter Berücksichtigung der Hörkurve bedeutend stärker zum Vorschein kommen. Diese Fragen sollen in späteren Arbeiten noch eingehender behandelt werden. [2, 8, 11, 12, 14, 15, 16, 18.]

## 6. Rauschen im Parallelschwingkreis

In Figur 11 ist am Eingang des Vierpols ein Parallelschwingkreis gezeichnet.  $R_0$  ist rauschfrei und gross gegenüber der Impedanz des Schwingkreises. Welche Rauschspannung misst man jetzt am Ausgang des Vierpols?



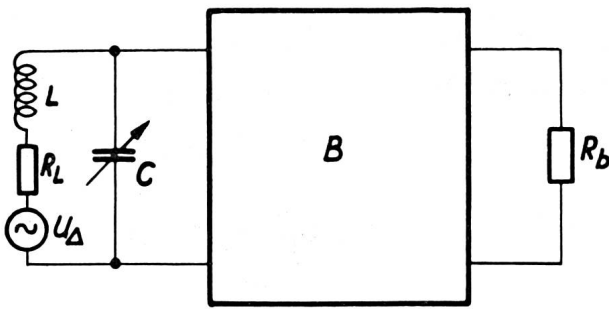


Fig. 11. Ersatzschaltbild für die Betrachtung der Rausch-EMK eines Parallelschwingkreises

Der Kondensator wird als verlustfrei betrachtet. Dann ist  $R_L$ , der Verlustwiderstand der Spule (nicht etwa nur ihr Gleichstromwiderstand), der einzige Wirkwiderstand der Schaltung und somit der einzige Ursprung einer auftretenden Rauschspannung.  $R_L$  soll ferner als frequenzunabhängig und konstant angesehen werden. Die Durchlassbreite des Vierpols sei klein gegenüber der Bandbreite  $B_k$  des Schwingkreises und betrage  $\Delta f$ .

Man denke sich zunächst den Verlustwiderstand der Spule  $R_L$  allein an den Eingang des Vierpols geschaltet. Die Rauschspannung  $U_\Delta$  am Abschlusswiderstand  $R_b$  des Vierpols beträgt dann

$$U_\Delta = \sqrt{4 k T R_L \Delta f} \quad (28)$$

Das Quadrat des Verhältnisses vom Betrag der Parallelkreisimpedanz  $Z_p$  zum Resonanzwiderstand  $Z_{p0}$  wurde in Figur 12 als Funktion der Frequenz aufgetragen. Wenn  $R_L \ll \omega L$  ist, so berechnet sich  $Z_p$  wie folgt:

$$Z_p^2 = \frac{(\omega L)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (R_L \omega C)^2} \quad (29)$$

Der Schwingkreis sei nun so abgestimmt, wie in Figur 12 gezeichnet, dass  $\Delta f$  gerade auf der Mitte der Resonanzfrequenz des Schwingkreises

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C_0}} \quad (30)$$

zu liegen kommt.

Die Rausch-EMK des Widerstandes  $R_L$  für die

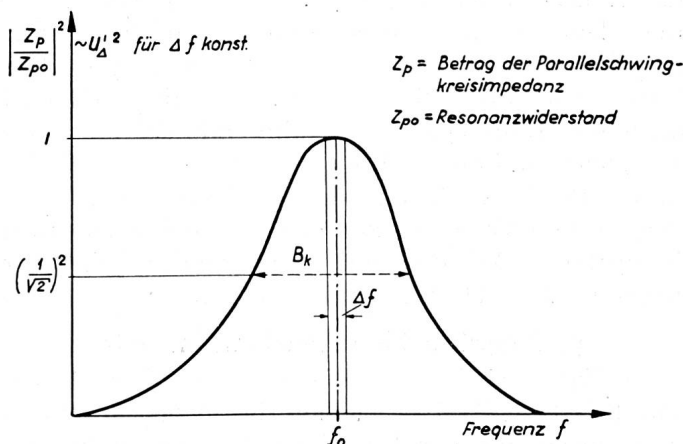


Fig. 12. Verlauf von  $\left| \frac{Z_p}{Z_{p0}} \right|^2$  in Funktion der Frequenz

Bandbreite  $\Delta f$  ist durch die Gleichung (28) gegeben. Der zugehörige Rauschstrom  $I_\Delta$  durch den Schwingkreis für die Bandbreite  $\Delta f$  wird somit

$$I_\Delta = \frac{U_\Delta}{Z_s} = \frac{U_\Delta}{\sqrt{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + R_L^2}} \quad (31)$$

wobei  $Z_s$  den Betrag der Seriemarkimpedanz darstellt.

Die Rauschspannung am Ausgang des Vierpols ist dann durch die Beziehung gegeben

$$U'_\Delta = I_\Delta \frac{1}{\omega C} = \frac{U_\Delta}{\sqrt{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 + R_L^2}} \cdot \frac{1}{\omega C} \quad (32)$$

Durch Umformen und Quadrieren der Gleichung (32) bekommt man

$$U'^2_\Delta = \frac{U_\Delta^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (R_L \omega C)^2} \quad (33)$$

Diese Gleichung stellt den Verlauf des Spektrums der quadratischen Rausch-EMK an einem Parallelschwingkreis dar. Vergleicht man die Gleichung (33) mit der Gleichung (29), so sieht man, dass das Spektrum der quadratischen Rausch-EMK am Kondensator denselben Verlauf hat wie der quadrierte Wert von  $Z_p = F(f)$ . Somit ist die Fläche, welche die « Resonanzkurve » mit der Ordinate in Figur 12 einschliesst, ein Mass für die totale Rausch-EMK im Quadrat am Schwingkreis.

Für den besonderen Fall, dass  $\Delta f$  gerade symmetrisch um die Resonanzfrequenz herumliegt, geht die Gleichung (32) in die folgende Form über

$$U'^2_\Delta = \frac{U_\Delta}{R_L \cdot \omega_0 C} = U_\Delta \cdot \frac{\omega_0 L}{R_L} = U_\Delta \cdot Q \quad (34)$$

wobei  $Q$  die Güte der Spule bedeutet (in diesem Falle identisch mit der Güte des Schwingkreises, weil der Kondensator verlustfrei angenommen wurde). Die Gleichung (34) kann man auch schreiben

$$U'^2_\Delta = 4 k T R_L \Delta f \frac{\omega_0^2 L^2}{R_L^2} = 4 k T \frac{L}{R_L \cdot C} \Delta f = 4 k T Z_{p0} \Delta f \quad (35)$$

wobei  $Z_{p0}$  wieder den Resonanzwiderstand des Parallelschwingkreises darstellt. Man kann also die Rausch-EMK eines Parallelschwingkreises bei einer kleinen nachfolgenden Bandbreite für die Resonanzfrequenz einfach dadurch berechnen, dass man den Resonanzwiderstand des Kreises in die Gleichung (3), einsetzt.

Setzt man den Wert der Gleichung (28) in die Gleichung (34) ein, so erhält man

$$U'_\Delta = \sqrt{4 k T \Delta f} \cdot \sqrt{R_L} \cdot \frac{\omega_0 \cdot L}{R_L} \quad (36)$$

Die Gleichung (36) besagt, dass die Rauschspannung mit zunehmender Güte ( $R_L$  abnehmend) grösser wird. Weil aber die Signalspannung meistens direkt proportional der Kreislänge ist ( $\sim 1/R_L$ , wenn  $\omega L$  konstant), die Rausch-EMK aber proportional  $\sqrt{R_L}$ , so folgt daraus, dass das Verhältnis zwischen



der Signalspannungskomponente und der Rauschspannungskomponente in erster Näherung mit  $\sqrt{Q}$  proportional sein wird.

Endlich soll jener Fall betrachtet werden, in dem die Bandbreite des nachfolgenden Vierpols gleich  $B$  und gross gegenüber der Bandbreite  $B_k$  des Schwingkreises ist. Ausserdem soll  $B$  symmetrisch zu  $B_k$  sein. Das Quadrat der resultierenden Rauschspannung  $U$  am Ausgang des Vierpols berechnet sich nun wiederum als die Summe der Quadrate von allen  $U'_\Delta$ . Durch Kombination der Gleichungen (28) und (33) erhält man

$$U^2 = 4 k T R_L \int_{f_1}^{f_2} \frac{1}{(1 - 4\pi^2 L C f^2)^2 + (2\pi R_L C f)^2} \cdot \Delta f \quad (37)$$

wobei jetzt  $f_2$  die obere,  $f_1$  die untere Grenzfrequenz des Vierpols bedeuten. Auch hier wäre eine graphische Integration für die Bestimmung der resultierenden Rauschspannung rasch durchzuführen. [5, 8, 12, 15, 16, 17.]

## 7. Der äquivalente Röhrenrauschwiderstand

Dem Anodenstrom einer Elektronenröhre sind kleine Schwankungen überlagert, die man als Rauschströme oder kurz als eine Rauschstromkomponente bezeichnet. Diese Rauschstromkomponente setzt sich im Gebiet längerer Wellen, wo der Laufzeitwinkel der Elektronen zwischen Kathode und Anode klein ist, aus fünf Teilkomponenten zusammen: aus dem Schrotrauschen, dem Stromverteilungsrauschen, dem Funkeffekt, dem Rauschen infolge Sekundäremission und Reflexion der Primärelektronen an der Anode und dem Rauschen, das entsteht, wenn Gitterstrom durch eine Eingangsimpedanz fliesst. Die zwei letzten Komponenten sollen im weiteren unberücksichtigt bleiben; sie sind bei normaler Einstellung einer Röhre den andern Komponenten gegenüber zu vernachlässigen.

Schottky hat für den Effektivwert der Rauschstromkomponente  $I_s$  des Anodenstromes, verursacht durch das Schrotrauschen, folgende Beziehung abgeleitet:

$$I_s^2 = F^2 2 I_a e B \quad \text{oder} \quad (38)$$

$$\frac{I_s}{mA} = 0,566 \cdot 10^{-6} F \sqrt{\frac{I_a}{mA} \frac{B}{kHz}} \quad (39)$$

Dabei ist (in Gleichung 38)  $I_a$  der Anodengleichstrom der Röhre in Ampère und  $e$  die Elementarladung eines Elektrons ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Coul.). Der Faktor  $F$  gibt die Schwächung des Schrotrauschens durch die Raumladung an und ist im raumladungsfreien Falle gleich 1. Je grösser die Raumladung, je kleiner wird der Faktor  $F$  und somit die Rauschkomponente des Anodenstromes.  $B$  bedeutet wiederum die Bandbreite, über die das Rauschen betrachtet wird.

Die Gleichung (38) besagt, dass das Schrotrauschen über alle Frequenzen gleichmässig verteilt ist. Man

sieht ferner aus der Gleichung (38), dass die Rauschkomponente vom Anodenstrom und somit vom Arbeitspunkt der Röhre abhängig ist, wie es auch die anderen Rauschkomponenten sind.

Ein reines Schrotrauschen tritt nur bei Röhren auf, in denen sich keine gegen die Kathode positive Elektrode zwischen Kathode und Anode befindet (Dioden, Trioden). Bei Mehrgitterröhren, in denen sich, abgesehen von der Anode, eine oder mehrere gegen die Kathode positive Elektroden befinden, tritt das Stromverteilungsrauschen als zusätzliche Rauschkomponente des Anodenstromes auf. Ferner tritt im Tonfrequenzgebiet der Funkeffekt als weitere Rauschkomponente im Anodenstrom auf und überlagert sich dem Schrot- und Stromverteilungsrauschen. Im Tonfrequenzgebiet ist der Funkeffekt sogar für die resultierende Rauschkomponente des Anodenstromes massgebend, so dass man hier besser sagen kann, dass das Schrotrauschen (und das Stromverteilungsrauschen) sich dem Funkeffektrauschen überlagert.

Statt dass man für den betreffenden Arbeitspunkt einer Röhre die resultierende Rauschkomponente  $I_r$  des Anodenstromes angibt, gibt man üblicherweise ihren äquivalenten Rauschwiderstand  $R_a$  oder auch ihre äquivalente Gitterrauschspannung  $U_r$  mit dem zugehörigen Durchlassbereich an. (Angabe der oberen und unteren Grenzfrequenzen des Durchlassbereiches.)

Man stelle sich nun vor, eine Röhre sei am Eingang kurzgeschlossen und an sich rauschfrei. Es befinde sich eine gedachte Rauschspannung am Gitter, welche die Rauschkomponente des Anodenstromes hervorruft. Diese Rauschspannung denkt man sich nun als die Rausch-EMK eines fiktiven äquivalenten Rauschwiderstandes, den man sich in der Zuführungsleitung zum Gitter (innerhalb der Röhre zum Beispiel) vorzustellen hat. Man gibt die äquivalente Gitterrauschspannung nur deswegen als die EMK eines Rauschwiderstandes an, weil man dann die Gitterrauschspannung bei beliebiger Bandbreite berechnen kann. Wie schon erwähnt, ist es aber auch üblich, die Gitterrauschspannung bei gegebenem Durchlassbereich anzugeben, besonders dort, wo der Rauschwiderstand frequenzabhängig ist, wie zum Beispiel im Tonfrequenzgebiet.

In Figur 13 ist das Ersatzschaltbild einer am Eingang kurzgeschlossenen Röhre samt ihrem äquiva-

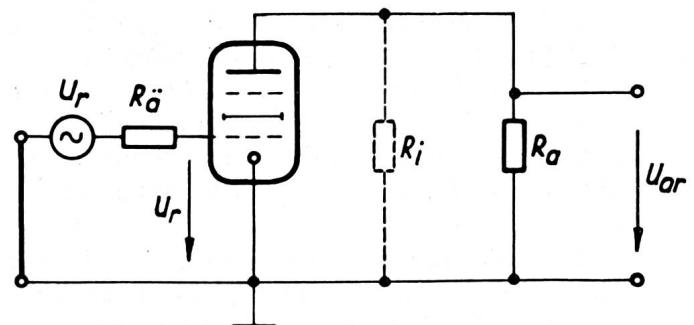


Fig. 13. Ersatzschaltbild für die Betrachtung des Rauschens einer Elektronenröhre

lenten Rauschwiderstand und der zugehörigen Rausch-EMK (äquivalente Gitterrauschspannung) dargestellt. Misst man nun am Anodenwiderstand  $R_a$  dieser Röhre mit dem Innenwiderstand  $R_i$  und der Steilheit  $S$ , eine Rauschspannung  $U_{ar}$ , so ist diese durch die Beziehung gegeben

$$U_{ar} = I_r \cdot \frac{R_i \cdot R_a}{R_i + R_a} = U_r \cdot S \cdot \frac{R_i \cdot R_a}{R_i + R_a} \quad (40)$$

Dabei bedeutet also  $U_r$  die bei einer rauschfreien Röhre am Gitter notwendige Rauschspannung, damit eine Rauschkomponente  $I_r$  im Anodenstrom entsteht. Bezeichnet man die Rauschkomponente des Schrotrauschens wie vorhin mit  $I_s$ , die des Stromverteilungsrauschens mit  $I_v$ , die des Funkeffektes mit  $I_f$  usw., so ist die resultierende Rauschkomponente des Anodenstromes  $I_r$  gegeben durch die Beziehung

$$I_r^2 = I_s^2 + I_v^2 + I_f^2 + \dots \quad (41)$$

Aus der Gleichung (38) geht hervor, dass  $I_r^2$  der Bandbreite proportional ist. Dasselbe gilt auch für  $I_v^2$ , und es soll hier einfachheitshalber angenommen werden, dass dies auch für  $I_f^2$  gilt. ( $I_f^2$  nimmt bei konstanter Bandbreite zu, wenn das Band gegen tiefere Frequenzen hin verschoben wird.) Damit kann man für die resultierende Rauschkomponente des Anodenstromes schreiben

$$I_r^2 = \varphi^2 \cdot B \quad (42)$$

wobei  $\varphi$  ein Faktor ist, der vom Röhrentyp und dem jeweiligen Arbeitspunkt abhängt. (Genau genommen ist auch  $\varphi$  von der Lage des Bandes abhängig wegen der Frequenzabhängigkeit des Funkeffektes.)

Aus der Gleichung (40) folgt weiter für die Grösse der äquivalenten Gitterrauschspannung

$$U_r = \frac{I_r}{S} = \sqrt{4 k T R_a B} \quad (43)$$

Ist die Rauschkomponente des Anodenstromes, die Steilheit und die Bandbreite bekannt, so kann man durch Kombination der Gleichungen (43) und (42) den äquivalenten Rauschwiderstand einer Röhre durch den folgenden Ausdruck bestimmen:

$$R_a = \frac{1}{4 k T} \cdot \frac{\varphi^2}{S^2} \quad (44)$$

Die Temperatur von  $R_a$  wird häufig gleich  $17^\circ \text{C}$  bzw.  $290^\circ \text{K}$  gesetzt. Eine Normung dieser Temperatur ist bis jetzt nicht bekannt. Mit  $T = 290^\circ \text{K}$  wird das Produkt  $k T = 4 \cdot 10^{-21}$  Joule. (In Gleichung (3) wurde  $T = 293^\circ \text{K}$  gewählt. Man macht somit einen Fehler von rund  $+ 0,5\%$ , wenn man die Rausch-EMK eines mit  $T = 290^\circ \text{K}$  definierten äquivalenten Rauschwiderstandes mittels der Gleichung (3) berechnet.)

Aus der Gleichung (44) geht hervor, dass  $R_a$  mit  $S^2$  kleiner wird. Nun ist aber auch  $\varphi$  von  $S$  abhängig, weil ja beide Funktionen des Arbeitspunktes der Röhre sind. Die grosse Bedeutung der Steilheit für

die Rauschfreiheit der Röhre kann man sich aber einfach folgendermassen überlegen:

Vorausgesetzt, man hätte zwei Röhren, die dieselben Rauschkomponenten im Anodenstrom besässen. Die eine Röhre habe aber eine grössere Steilheit als die andere. Wird jetzt eine gleich grosse Signalspannung an die Steuergitter der beiden Röhren gelegt, so wird das Signal/Rauschverhältnis im Anodenkreis der steileren Röhre grösser und somit günstiger als im Anodenkreis der weniger steilen Röhre.

Oberhalb etwa 10 kHz, wo der Funkeffekt meistens keine Rolle mehr spielt, geben die folgenden Formeln gute Annäherungen für die Berechnung des äquivalenten Rauschwiderstandes, solange Schrot- und Stromverteilungsrauschen allein die Ursache des Rauschens sind.

Für Trioden:

$$\text{als Verstärker } R_a = \frac{2,5}{S} \quad (45)$$

$$\text{als Mischröhren } R_a = \frac{4}{S_c} \quad (46)$$

Für Pentoden:

$$\text{als Verstärker } R_a = \frac{I_a}{I_a + I_{g2}} \left( \frac{2,5}{S} + \frac{20 \cdot I_{g2}}{S^2} \right) \quad (47)$$

$$\text{als Mischröhren } R_a = \frac{I_a}{I_a + I_{g2}} \left( \frac{4}{S} + \frac{20 \cdot I_{g2}}{S^2} \right) \quad (48)$$

$$\text{Für andere Mischröhren } R_a = \frac{20 \cdot I_a (I_t - I_a)}{I_t \cdot S_c^2} \quad (49)$$

Es bedeuten:

- $R_a$  = äquivalenter Rauschwiderstand in Ohm,
- $S$  = Steilheit im Arbeitspunkt in A/V,
- $S_c$  = Mischsteilheit in A/V,
- $I_a$  = Anodenstrom in Ampère,
- $I_{g2}$  = Schirmgitterstrom in Ampère,
- $I_t$  = Kathodenstrom in Ampère.

Die zugehörige Temperatur von  $R_a$  ist in diesen Formeln  $T = 293^\circ \text{K}$ , so dass man also die Gleichung (3) für die Berechnung der Rauschspannung ohne weiteres benutzen kann. Setzt man die Steilheit in mA/V und die Ströme in mA in die obigen Formeln ein, so bekommt man den Rauschwiderstand in kOhm. Dies bringt in den meisten Fällen eine Vereinfachung der Rechnung.

Es sei noch bemerkt, dass der Innenwiderstand  $R_i$  einer Röhre als ein nichtrauschender Widerstand zu betrachten ist, solange man das totale Rauschen einer Röhre durch ihren Rauschwiderstand ersetzt hat. Auch wenn man das Rauschen einer Röhre als Ursprung des Innenwiderstandes berechnet, zeigt sich kein einfacher Zusammenhang zwischen der zu erwartenden Rausch-EMK und dem Innenwiderstand selbst. Die Schrotrauschkomponente des Anodenstromes einer Triode mit negativem Gitter ist zum Beispiel durch die Beziehung gegeben

$$I_s^2 = 4k \frac{0,644}{q} \cdot T_k \cdot \frac{1}{R_i} \cdot B \quad (50)$$

$T_k$  ist dabei die absolute Temperatur der Kathode und  $q$  ist eine Grösse, die mit der Röhrenkonstruktion und dem Arbeitspunkt in Zusammenhang steht und meistens zwischen 0,5 und 1 liegt.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass der Rauschwiderstand, der oft in den Röhrendaten für den zugehörigen Arbeitspunkt angegeben wird, für die Bestimmung des Rauschens einer Röhre im Tonfrequenzgebiet *nicht* gültig ist. Jener Rauschwiderstand ist nur dann für die Bestimmung der äquivalenten Gitterrauschspannung anwendbar, wenn der Funkel-effekt für das Rauschen keine Rolle mehr spielt, das heisst also für Frequenzen oberhalb des Tonfrequenzgebietes.

Man kann auch einer Röhre einen mittleren Rauschwiderstand in einem definierten Tonfrequenzbereich zuordnen. Für denselben Arbeitspunkt einer Röhre wird dieser nun wegen des Funkeffektes im Tonfrequenzgebiet beträchtlich grösser sein als bei höheren Frequenzen. Die Gleichungen (45) bis (49) sind also für die Berechnung des Röhrenrauschens im Tonfrequenzgebiet *nicht* anwendbar; sie werden hier auf viel zu kleine Werte der Gitterrauschspannung führen.

Oberhalb des Tonfrequenzgebietes haben Penthoden gegenüber Trioden allgemein ein höheres Rauschen. Im Tonfrequenzgebiet aber ist der Unterschied nicht mehr so gross, weil der Funkeffekt, der vor allem von der Beschaffenheit der Kathode abhängt, hier für das Rauschen massgebend ist. Das Rauschen derselben Penthode, als Triode geschaltet, wird dann meistens gleich gross sein, vorausgesetzt allerdings, dass man in beiden Fällen die Einstellung des Arbeitspunktes für minimales Rauschen ausgesucht hat. [2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 15, 16, 18.]

## 8. Einstellung für das günstigste Signal/Rausch-verhältnis

In Figur 14 ist ein Ersatzschaltbild der Eingangsschaltung der ersten Stufe eines Verstärkers dargestellt. Die Verstärkung der ersten Stufe soll so gross sein, dass das Rauschen der nachfolgenden Stufen einen vernachlässigbaren Anteil am Gesamttrauschen des Verstärkers liefert. Ferner soll zunächst der dynamische Eingangswiderstand der Röhre, der bei hohen Frequenzen für die Empfindlichkeit eine ausschlaggebende Rolle spielt, als unendlich gross betrachtet werden.

Das Signal wird von einem Generator mit der EMK  $e$  und dem reellen Innenwiderstand  $r_i$  geliefert. Der Generator ist über einen idealen Übertrager (verlust- und streufrei, Parallelinduktivität unendlich gross) an den Eingang der Röhre gekoppelt.  $R_p$  stellt den reellen Widerstand der Eingangsschaltung bei nicht angekoppeltem Generator dar.

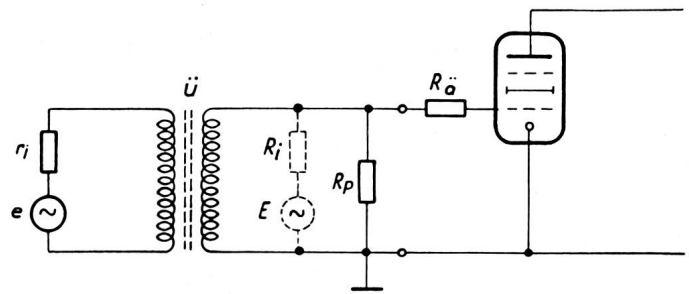


Fig. 14. Ersatzschaltbild einer Eingangsstufe mit einem idealen Übertrager

Wegen dem Übertrager erscheint nunmehr der Generator in der Eingangsschaltung mit der EMK  $E$  und dem Innenwiderstand  $R_i$ . Zwischen den ursprünglichen und den transformierten Werten ergeben sich die Beziehungen

$$E = \ddot{u} \cdot e \quad (51)$$

$$R_i = \ddot{u}^2 \cdot r_i \quad (52)$$

wobei  $\ddot{u}$  das Übersetzungsverhältnis des Übertragers bedeutet.  $\ddot{u}$  soll beliebig veränderbar sein, das heisst, dass man jeden Wert von  $R_i$  (und  $E$ ) einstellen kann. Schliesslich ist noch der Rauschwiderstand der Röhre  $R_a$  eingezeichnet.

Ist nun  $e$ ,  $r_i$ ,  $R_p$  und  $R_a$  gegeben, so ist zu untersuchen, ob das Verhältnis zwischen Signal- und Rauschspannung am Gitter für einen bestimmten Wert von  $\ddot{u}$  ein Maximum hat. Ist dies der Fall, so hat man die Einstellung für das günstigste Signal/Rauschverhältnis ermittelt.

Nennt man die Komponente der Signalspannung  $U$  und die Komponente der Rauschspannung am Gitter  $U_r$ , so stellt der Quotient der beiden das zu untersuchende Verhältnis dar. Aus Figur 14 folgt

$$\frac{U}{U_r} = \frac{E \cdot \frac{R_p}{R_i + R_p}}{\sqrt{4kTB} \cdot \sqrt{\frac{R_i \cdot R_p}{R_i + R_p} + R_a}} \quad (53)$$

Die Gleichung (53) besagt, dass das Signal/Rauschverhältnis mit kleiner werdender Bandbreite günstiger wird, ganz unabhängig von der übrigen Einstellung. Der Verkleinerung der Bandbreite ist aber immer eine Grenze gesetzt, sei es durch die Frequenzkonstanz der Apparatur beim Empfang eines reinen Tones (oder Telegraphie) oder durch die Beeinträchtigung der Wiedergabequalität bei Telephonie. Es wird deshalb angenommen, dass die Bandbreite des Verstärkers optimal gewählt und eine gegebene Konstante ist.

Kombiniert man die Gleichung (53) mit (51) und (52) so kann man schreiben

$$\frac{U}{U_r} = \frac{e}{\sqrt{4kTB}} \cdot \frac{\ddot{u} \cdot R_p}{\sqrt{\ddot{u}^2 r_i \cdot R_p + R_a}} \quad (54)$$



Der zweite Bruch dieser Gleichung ist für das Signal/Rauschverhältnis des Verstärkers massgebend, solange die Bandbreite konstant ist. Es genügt somit zu untersuchen, ob der zweite Bruch in der Gleichung (54) für einen bestimmten Wert von  $\ddot{u}$  ein Maximum hat. Um die nachfolgende Rechnung zu erleichtern, setzt man  $z = \ddot{u}^2$  und formt den Bruch folgendermassen um:

$$\frac{z R_p^2}{r_i^2 (R_a + R_p) z^2 + r_i R_p (R_p + 2R_a) z + R_a R_p^2} \quad (55)$$

Differenziert man jetzt den Ausdruck (55) nach  $z$ , und setzt man danach das Ergebnis gleich 0, so erhält man folgende Beziehung für  $z$  bzw.  $\ddot{u}$ , wenn man die erhaltene Gleichung auflöst:

$$z = \ddot{u}^2 = \frac{R_p}{r_i \sqrt{1 + \frac{R_p}{R_a}}} \quad (56)$$

Die Gleichung (56) stellt die Bedingung dar für die Einstellung des günstigsten Signal/Rauschverhältnisses. Ist nämlich die Gleichung (56) erfüllt, so ist der zweite Bruch in der Gleichung (54) ein Maximum.

Es ist an Hand der Gleichung (56) interessant festzustellen, dass der Fall der Anpassung,  $\ddot{u}^2 r_i = R_i = R_p$ , nur dann mit der günstigsten Einstellung zusammenfällt, wenn der Rauschwiderstand  $R_a$  viel grösser ist als der Widerstand des Eingangskreises  $R_p$ . Sonst ist immer  $\ddot{u}^2 r_i = R_i < R_p$  zu wählen, um das günstigste Signal/Rauschverhältnis zu erhalten.

Die Gleichungen in diesem Abschnitt haben für ideale Übertrager allgemeine Gültigkeit. So kann zum Beispiel der Generator gut eine Antenne,  $r_i$  ihr Strahlungswiderstand und  $R_p$  der Resonanzwiderstand eines Schwingkreises sein. (Die Rausch-EMK einer Antenne ist nicht nur durch ihren Strahlungswiderstand, sondern vor allem durch die Ersatztemperatur dieses Widerstandes gegeben. Diese Ersatztemperatur nimmt mit abnehmender Frequenz zu und ist von der Orientierung der Antenne wie auch noch von Änderungen in der Ionosphäre abhängig.)

Bei hohen Frequenzen, wo der dynamische Eingangswiderstand der Röhre  $R_e$  für die Impedanz (Resonanzwiderstand) der Eingangsschaltung massgebend ist, muss man  $R_e$  statt  $R_p$  in die Gleichung (56) einsetzen. Es folgt daraus, dass, solange man nicht das Rauschen der nachfolgenden Stufen berücksichtigen muss, der Quotient  $R_e/R_a$  das Signal/Rauschverhältnis eines Gerätes bestimmt. Dieses Verhältnis ist also dann nur von den Röhrengrossen abhängig.

Ist der Übertrager in Figur 14 zum Beispiel ein gewöhnlicher (nicht-idealer) Tonfrequenztransformator, so wird man feststellen, dass das Rauschen am Ausgang verschieden sein wird, je nachdem, ob man die Primär- oder die Sekundärseite des Transformators kurzschliesst. Das Rauschen wird immer stärker sein,

wenn man die Primärseite kurzschliesst als das Rauschen bei kurzgeschlossener Sekundärseite. Dies rührt vor allem von der Streuung des Transformators her, also daher, dass der Widerstand  $R_p$  bei kurzgeschlossener Primärseite nicht auf einen reinen Kurzschluss, sondern auf die sekundäre Kurzschlussimpedanz des Transformators arbeitet. Es ist auch möglich, dass der *Barkhauseneffekt* im Transformator zusätzliches Rauschen verursacht. Wenn man noch die Streuung im Übertrager berücksichtigt, so wird die Einstellung für das günstigste Signal/Rauschverhältnis im allgemeinen eine andere sein, als für den hier idealisierten Fall. [1, 4, 5, 9, 10, 13, 15, 17, 18.]

## 9. Zusammenfassung

Mit der *Nyquist*-Beziehung als Ausgangspunkt wurde die rechnerische Behandlung des Rauschens der Eingangsstufe in Verstärkern betrachtet. Dabei ist für die genaue Berechnung von Rauschspannungen die Kenntnis der effektiven Bandbreite bzw. der Durchlasskurve unerlässlich.

Bei der Serieschaltung von Widerständen wird hervorgehoben, dass sich Rauschspannungen quadratisch addieren. Ferner wird erwähnt, dass stromdurchflossene Schicht- oder Massewiderstände ein erhöhtes und frequenzabhängiges Rauschen haben.

Die Eingangsschaltung eines Kondensatormikrophons wird eingehend behandelt. Es zeigt sich dabei, dass die resultierende Rauschspannung vor allem durch den Verlauf und die Lage der niederfrequenten Flanke der Durchlasskurve bestimmt wird.

Beim Rauschen in einem Schwingkreis wird präzisiert, dass der Verlustwiderstand der Ursprung der Rauschspannung ist. Dass man für die Berechnung der Rausch-EMK im Resonanzfall (bei kleiner nachfolgender Bandbreite) den Resonanzwiderstand des Kreises ebenfalls als Ursache des Rauschens betrachten kann, ist einerseits eine Folgerung der Spannungsüberhöhung im Kreise, andererseits eine Folgerung der Tatsache, dass man den Resonanzwiderstand in einem kleinen Frequenzintervall als reell und konstant ansehen kann.

Ferner wird das Rauschen von Elektronenröhren besprochen. Formeln für die Berechnung des äquivalenten Rauschwiderstandes, solange nur Schrot- und Stromverteilungsrauschen vorhanden sind, werden angegeben. Es wird hervorgehoben, dass Elektronenröhren wegen des Funkeffektes im Tonfrequenzgebiet stärker rauschen als bei höheren Frequenzen.

Schliesslich wird das Signal/Rauschverhältnis einer Eingangsstufe mit einem idealen Übertrager untersucht. Die Bedingung für die Einstellung auf maximale Empfindlichkeit wird abgeleitet.

Der Verfasser möchte den Herren Dipl. Ing. A. Lauber und Dipl. Ing. G. Epprecht von der Forschungs- und Versuchsanstalt der Generaldirektion PTT für ihre Ratschläge und wertvolle Kritik während der Ausarbeitung des vorliegenden Beitrages seinen herzlichen Dank aussprechen.

## Bibliographie

- [1] *Fränzl, K.* Über die Empfindlichkeitsgrenze beim Empfang elektrischer Wellen und ihre Erreichbarkeit. *Elektr. Nachr. Techn.* **16** (1939), 92...96.
- [2] *Graffunder, W.* Das Röhrenrauschen bei Niederfrequenz. *Die Telefunkenröhre 1939*, H. 15, S. 41...63.
- [3] *Johnson, J. B.* The Schottky-effect in low frequency circuits. *Phys. Rev.* **26** (1926), 74...103.
- [4] *Kleen, W.* Das Rauschen der Empfänger (I. Teil). *Fernmeldetechn. Z.* **4** (1951), 19...25.
- [5] *North, D. O.* The absolute sensitivity of radio receivers. *RCA Review* 1942, January.
- [6] *Nyquist, H.* Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.* **32** (1928), 110...113.
- [7] *Schottky, W.* Raumladungsschwächung beim Schrotteffekt und Funkeleffekt. *Physica (Haag)* **4** (1937), 175.
- [8] *Solomon, Salim S.* Thermal and shot fluctuations in electrical conductors and vacuum tubes. *J. Appl. Physics* **23** (1952), 109...112.
- [9] *Thompson, B. J., D. O. North and W. A. Harris.* Fluctuations in space-charge limited currents at moderately high frequencies. *RCA Rev.* **5** (1940-1941), 371 ff.
- [10] *Wallmann, H., A. B. Macnee and C. P. Gadsden.* A Low-noise amplifier. *Proc. Inst. Radio Eng.* **36** (1948), 700...709.
- [11] *Weber, W.* Der Rauschpegel hochwertiger Mikrophone. *Akust. Z.* **8** (1943), 121...127.
- [12] *Williams, F. C.* Thermal fluctuations in complex networks. *J. Inst. Elect. Eng.* **81** (1937), 751...760.
- [13] *Wilke R.* Empfindlichkeit von Ultrahochfrequenz-Empfängern. *Funktechn. Monatsh.* 1941, H. 6, S. 88...92.
- [14] *Zaalberg van Zelst, J. J.* Eine Schaltung mit niedrigem Rauschpegel für das Kondensatormikrophon. *Philips Techn. Rdsch.* **9** (1947-1948), 357...363.
- [15] *Goldman, S.* Frequency analysis, modulation and noise. New York 1948.
- [16] *Moullin, E. B.* Spontaneous fluctuations of voltage. Oxford 1938.
- [17] *Moxon, L. A.* Recent advances in radio receivers. Cambridge 1949.
- [18] *Valve and circuit noise.* A survey of existing knowledge and outstanding problems. Department of scientific and industrial research. Special Report No. 20. London, H. M. Stationery Office, 1951.

## 25 Jahre «Pro Telephon»

Von A. Wettstein, Bern\*) 061.2:654.15(494)

Als Mitglied der «Pro Telephon» steht es mir wohl kaum an, auf die Verdienste hinzuweisen, die sich die Vereinigung in den ersten 25 Jahren ihres Bestehens erworben hat. Dies ist übrigens im Jahrbuch und in der Begrüssungsansprache Ihres Präsidenten bereits geschehen. An einem Meilenstein, der eine Wegstrecke von 25 Jahren absteckt, ist es aber doch erlaubt, einen kleinen Marschhalt einzuschalten, um Rückblick und Ausblick zu halten.

Als Vertreter der Telegraphen- und Telephonabteilung der Generaldirektion PTT überbringe ich Ihnen allen die Grüsse meiner Verwaltung und beglückwünsche Sie zu Ihrem heutigen Jubeltag. Der in unserer Mitte anwesende Generaldirektor, Herr Dr. Weber, wird heute abend im Namen der gesamten schweizerischen PTT-Verwaltung noch zu Ihnen sprechen, so dass ich mich hier auf jene Gebiete beschränken kann, die die Pro Telephon und die Telegraphen- und Telephonabteilung im besondern interessierten und noch interessieren werden.

## Rückblick

An der Entwicklung der schweizerischen Telephonie war die «Pro Telephon» in den letzten 25 Jahren auf verschiedenen Gebieten massgebend beteiligt; sei es, dass ihr Sekretariat Mittel und Wege suchte, um neue Teilnehmer zu werben, den Verkehr zu beleben, oder dass ihre Mitglieder als Lieferanten der schweizerischen PTT-Verwaltung nichts unterliessen, um, wie es echte Schweizerart ist, Qualitätsprodukte herzustellen, die dem schweizerischen Telephon in der Gemeinschaft der Welttelephonie eine Spitzenposition sicherte. Wie sah es vor 25 Jahren aus?

\*) Ansprache, gehalten anlässlich der am 10. Mai 1952 in Zürich veranstalteten Jubiläums-Generalversammlung der Pro Telephon.

## Pro Téléphone a 25 ans

Par A. Wettstein, Berne\*) 061.2:654.15(494)

Il ne m'appartient guère, en ma qualité de membre de Pro Téléphone, de rappeler les mérites que s'est acquis l'association au cours des 25 premières années de son existence. Ils sont d'ailleurs mentionnés dans l'annuaire et votre président les a déjà relevés. Il est permis toutefois de s'asseoir un instant sur la borne de la route qui marque ces 25 ans d'activité pour jeter un coup d'œil sur le chemin parcouru et porter un regard sur celui qui s'ouvre devant nous.

En tant que représentant de la division des télégraphes et des téléphones de la direction générale des PTT, j'ai l'honneur de vous apporter les salutations et les vœux de mon administration pour cette journée de fête. Monsieur Weber, directeur général, présent parmi nous, se fera ce soir l'interprète de l'administration générale des PTT, de sorte que je peux me borner à parler ici des domaines qui intéressèrent et intéresseront encore particulièrement l'association Pro Téléphone et la division des télégraphes et des téléphones.

## Rétrospective

Au cours de ce dernier quart de siècle, Pro Téléphone a pris une part active au développement de la téléphonie suisse dans différents domaines, soit que son secrétariat ait cherché les voies et moyens d'augmenter le nombre des abonnés et de stimuler le trafic, soit que ses membres, en qualité de fournisseurs de l'administration des PTT aient tout fait pour fabriquer, selon la vraie méthode suisse, des produits de première qualité pour assurer à la téléphonie suisse une position prépondérante dans le monde.

\*) Discours prononcé le 10 mai 1952 à Zurich à l'occasion de l'assemblée générale commémorative de Pro Téléphone.