

**Zeitschrift:** Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

**Herausgeber:** Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe

**Band:** 30 (1952)

**Heft:** 2

**Artikel:** Etude d'un filtre électromécanique à bande étroite

**Autor:** Marro, André

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-876091>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# TECHNISCHE MITTEILUNGEN

## BULLETIN TECHNIQUE

# PTT

## BOLLETTINO TECNICO

Herausgegeben von der Schweizerischen Post-, Telegraphen- und Telefonverwaltung. Publié par l'administration des postes, télégraphes et téléphones suisses. Pubblicato dall'amministrazione delle poste, dei telegrafi e dei telefoni svizzeri

### Etude d'un filtre électromécanique à bande étroite

Par André Marro, Fribourg

621.392.52

**Résumé.** L'auteur étudie la construction d'un filtre électromécanique en fonction de grandeurs purement mécaniques. On peut avoir ainsi une image exacte des différentes bandes passantes. Le quadripôle électrique équivalent, obtenu après simplification des formules, nous ramène à des filtres électriques connus. Cet article contient quelques détails sur la construction et les applications les plus importantes.

**Zusammenfassung.** Eine besondere Konstruktion elektromechanischer Filter wird auf Grund rein mechanischer Grössen berechnet. So ist es möglich, ein genaues Bild der vorhandenen Durchlassbänder zu bekommen. Der äquivalente elektrische Vierpol, der nach Vereinfachung der Formeln abgeleitet wurde, führt uns zu schon bekannten Filtertypen. Der Aufsatz enthält ebenfalls Einzelheiten über die Konstruktion und die wichtigsten Anwendungen.

#### I. Généralités

Les filtres électriques sont depuis une trentaine d'années un des éléments essentiels des systèmes de télécommunication. Ils permettent la sélection des différents canaux dans la télégraphie harmonique, la téléphonie à fréquences porteuses, les liaisons radiotéléphoniques, la télédiffusion à haute fréquence, en un mot dans toutes les transmissions où les programmes sont caractérisés par leur place dans le spectre des fréquences. Ils sont d'autre part de plus en plus utilisés pour donner l'allure voulue à des phénomènes transitoires.

Mais, dans certains cas, les circuits électriques pratiquement réalisables ne suffisent plus à assurer le filtrage désiré, soit à cause de pertes trop élevées, soit à cause de valeurs extrêmes des éléments, capacités ou inductances. Un des phénomènes physiques les plus fréquemment utilisés pour étendre la gamme des filtres réalisables est, par exemple, la piézoélectricité: une lamelle de quartz ainsi excitée vibre mécaniquement et l'impédance mesurée entre ses deux électrodes est l'équivalent d'un circuit de résonance série dont l'inductance est très grande, la capacité et les pertes faibles; le tout est shunté par la capacité des électrodes. Mais là aussi, certaines constantes matérielles limitent le domaine d'application (par exemple des fréquences de résonance inférieures à 40 kHz exigent des cristaux de taille considérable si l'inductance doit rester faible).

Les dernières recherches dans le domaine des filtres pour les basses et les moyennes fréquences

portent sur des réalisations entièrement mécaniques et pourvues à l'entrée et à la sortie de transformateurs électromagnétiques ou magnétostrictifs. Ces quadripôles se distinguent aussi par leurs faibles pertes, mais restent également limités dans leurs possibilités d'exécution. Si, par leur construction, ils diffèrent complètement des filtres électriques, leur fonctionnement est analogue.

Une des méthodes de calcul consiste d'ailleurs à déterminer les valeurs des éléments électriques nécessaires pour le filtrage désiré et, au moyen des analogies électromécaniques, à en déduire les valeurs des éléments mécaniques correspondants. Les deux analogies électromécaniques possibles sont données dans le tableau I. Il faut les concevoir comme des analogies formelles qui se justifient par le fait qu'elles

Tableau I

Grandeurs électriques	Grandeurs mécaniques correspondantes	
	1 <sup>re</sup> analogie	2 <sup>e</sup> analogie
$u = L \cdot \frac{di}{dt}$	$F = M \cdot \frac{dv}{dt}$	$v = s \cdot \frac{dF}{dt}$
$u = \frac{1}{C} \int i \, dt$	$F = \frac{1}{s} \int v \cdot dt$	$v = \frac{1}{M} \int F \cdot dt$
$u = \text{tension}$	$F = \text{force}$	$v = \text{vitesse}$
$i = \text{courant}$	$v = \text{vitesse}$	$F = \text{force}$
$L = \text{inductivité}$	$M = \text{masse}$	$s = \text{souplesse}$
$C = \text{capacité}$	$s = \text{souplesse}$	$M = \text{masse}$

aboutissent aux mêmes équations pour la description du fonctionnement de montages équivalents. Cette méthode permet ainsi de ramener le calcul de ces filtres à l'utilisation des formules connues des filtres électriques. Mais comme celles-ci sont établies pour des éléments concentrés, les quadripôles mécaniques devraient être constitués d'éléments idéaux, de masses n'occupant qu'un point de l'espace et de ressorts n'ayant aucune inertie. Pratiquement, dans des constructions stables et d'un usinage relativement facile, ces conditions ne sont jamais réalisées. Il faudra donc généralement adapter les valeurs obtenues pour des éléments idéaux aux éléments réels. Cette approximation n'est exacte souvent que dans une bande limitée de fréquences: elle n'exprimera par exemple pas les vibrations d'une verge sur des harmoniques supérieurs.

Une autre méthode consiste à calculer les phénomènes mécaniques tels qu'ils se présentent pour arriver aux formules de dimensionnement des éléments en fonction des caractéristiques de filtrage recherchées. Elle ne permet pas l'utilisation de formules existantes, mais livre des résultats plus proches de la réalité que la première méthode. C'est cette méthode que nous employerons pour l'étude d'un filtre appelé «filtre électromécanique en échelle». [1]

## II. Partie mécanique

Ce filtre se compose d'une, deux ou trois cellules mécaniques (fig. 1). La transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement est effectuée aux deux extrémités du système vibrant par deux transformateurs électromagnétiques. Les oscillations provoquées à une extrémité se transmettent sous forme d'ondes transversales le long des

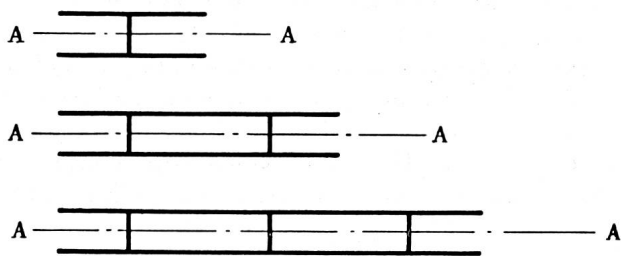


Fig. 1. Système vibrant des filtres électromécaniques en échelle. Filtres à 1, 2 et 3 cellules

différentes barres et leur énergie est soutirée à l'autre extrémité par une résistance de charge: si celle-ci est dimensionnée correctement (adaptée), il n'y a pas de réflexion.

La cellule de base est en forme de double T; on obtient ainsi une symétrie des masses et des forces qui réduit considérablement les réactions du support. Il suffit donc d'étudier une moitié du système en supposant l'axe de symétrie AA remplacé par une masse très grande où les barres transversales sont encastrées rigidement.

### 1. Filtres à une cellule

Avec le système de coordonnées de la fig. 2, l'équation différentielle d'une verge vibrant à la flexion est:

$$\frac{\delta^4 y}{\delta x^4} = -\frac{a b \rho}{J E} \cdot \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} \quad (1)$$

ou, si l'on suppose une vibration sinusoïdale:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = k^4 \cdot y \quad (2) \quad \text{où} \quad k^4 = \frac{a b \rho}{J E} \cdot \omega^2 \quad (3)$$

$a \cdot b$  = section de la verge  
 $\rho$  = densité du matériel  
 $J$  = moment d'inertie  
 $E$  = module d'élasticité  
 $\omega$  = fréquence circulaire

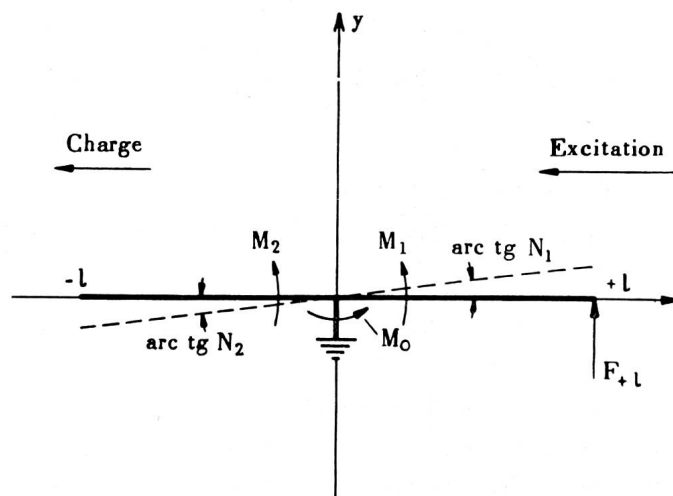


Fig. 2. Verge vibrant à la flexion. Système de coordonnées utilisé

Nous écrivons la solution générale sous la forme:  
 $y = (A \sin kx + B \cos kx + C \operatorname{Sh} kx + D \operatorname{Ch} kx) \cdot e^{j\omega t} \quad (4)$   
 Nous utilisons les trois premières conditions aux limites pour décrire la fixation élastique de la verge en son milieu, à l'origine du système de coordonnées.

	pour la partie gauche	pour la partie droite
$x = 0$	$y = 0$ $y' = N_2 \cdot e^{j\omega t}$ $y'' = \frac{M_2}{J E} \cdot e^{j\omega t}$	$y = 0$ $y' = N_1 \cdot e^{j\omega t}$ $y'' = \frac{M_1}{J E} \cdot e^{j\omega t}$

La quatrième condition exprime qu'aux extrémités il n'y a aucun moment dû à la réaction des transformateurs électromécaniques sur la verge.

	pour la partie gauche	pour la partie droite
$x = +l$	—	$y'' = 0$
$x = -l$	$y'' = 0$	—

Les constantes A, B, C et D prendront donc des valeurs différentes dans les deux moitiés de la verge. En les éliminant à l'aide des conditions aux limites, nous pouvons exprimer la vitesse  $v$  d'un point quelconque  $x$  de la verge et la force  $F$  agissant sur la section  $a \cdot b$  à cette même hauteur, en fonction de l'inclinaison maximum  $|N_1|$  (ou  $|N_2|$ ) et du moment

maximum  $|M_1|$  (ou  $|M_2|$ ) appliqué à la verge à la hauteur de l'appui. En effet

$$v = j\omega \cdot y \quad \text{et} \quad F = -JE \cdot y'''$$

Pour la partie gauche, nous obtenons:

$$v_x = \left\{ \frac{N_2}{k} (\sin hx \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Sh } kx) - \frac{M_2}{2JEk^2} \left[ (\cos kx - \text{Ch } kx) (\sin kl + \text{Sh } kl) + (\sin kx - \text{Sh } kx) (\cos kl + \text{Ch } kl) \right] \right\} \cdot \frac{e^{j\omega t} \cdot j\omega}{\sin kl + \text{Sh } kl} \quad (5)$$

$$F_x = - \left\{ N_2 k^2 (\sin kx \text{Ch } kl - \cos kx \text{Sh } kl) - \frac{M_2 k}{2JE} \left[ (\sin kx - \text{Sh } kx) (\sin kl + \text{Sh } kl) - (\cos kx + \text{Ch } kx) (\cos kl + \text{Ch } kl) \right] \right\} \cdot \frac{e^{j\omega t} \cdot JE}{\sin kl + \text{Sh } kl} \quad (6)$$

Pour la partie droite:

$$v_x = \left\{ \frac{N_1}{k} (\sin kx \cdot \text{Sh } kl + \sin kl \cdot \text{Sh } kx) - \frac{M_1}{2JEk^2} \left[ (\cos kx - \text{Ch } kx) (\sin kl + \text{Sh } kl) - (\sin kx - \text{Sh } kx) (\cos kl + \text{Ch } kl) \right] \right\} \cdot \frac{e^{j\omega t} \cdot j\omega}{\sin kl + \text{Sh } kl} \quad (7)$$

$$F_x = - \left\{ N_1 k^2 (\sin kl \text{Ch } kx - \cos kx \cdot \text{Sh } kl) - \frac{M_1 k}{2JE} \left[ (\sin kx - \text{Sh } kx) (\sin kl + \text{Sh } kl) + (\cos kx + \text{Ch } kx) (\cos kl + \text{Ch } kl) \right] \right\} \cdot \frac{e^{j\omega t} \cdot JE}{\sin kl + \text{Sh } kl} \quad (8)$$

Ce qui distingue ces équations de celles obtenues pour des vibrations longitudinales est l'introduction des fonctions hyperboliques et le fait que les variables indépendantes  $N$ ,  $M$  et les variables dépendantes  $v$ ,  $F$  ne sont pas de même nature.

Pour décrire le couplage entre les deux moitiés de la verge, nous exprimons la continuité de la pente à l'origine:

$$N_2 = N_1 \quad (9)$$

et la discontinuité du moment due au moment  $M_0$  de l'appui élastique:

$$M_2 = M_1 + M_0 \quad (10)$$

D'autre part, nous exigeons l'adaptation de la résistance de charge à l'impédance itérative (mécanique) de la cellule: cette condition est exprimée par le fait que l'impédance mesurée à l'entrée de la cellule chargée,  $\frac{F_{+l}}{v_{+l}}$  est égale à l'impédance de la charge

$$\frac{F_{-l}}{v_{-l}} \quad (11)$$

En utilisant le système des équations (5) à (11), nous trouvons comme inverse du rapport de transmission:

$$e^\gamma = e^{\beta + j\alpha} = \frac{v_{+l}}{v_{-l}} = \frac{F_{+l}}{F_{-l}} = \frac{1 + \sqrt{\theta}}{1 - \sqrt{\theta}} \quad (12)$$

où

$$\theta = \frac{\frac{M_0}{N_1} \cdot \frac{1}{2JEk} + \frac{2 \sin kl \cdot \text{Sh } kl}{\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl}}{\frac{M_0}{N_1} \cdot \frac{1}{2JEk} - \frac{\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl}{1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl}} \quad (13)$$

D'après la structure de la formule (12) nous voyons que si  $\theta$  est positif,  $e^\gamma$  est le quotient de deux quantités réelles.

$$e^\gamma = e^\beta > 1, \quad \alpha = 0, \quad \beta = \frac{1 + \sqrt{\theta}}{1 - \sqrt{\theta}} > 0$$

C'est la bande atténuée du filtre.

Si  $\theta$  est négatif,  $e^\gamma$  est le quotient de deux quantités complexes conjuguées.

$$e^\gamma = e^{j\alpha}, \quad \alpha = 2 \arctg \sqrt{-\theta}, \quad \beta = 0$$

C'est la bande passante.

Dans l'équation (13)  $S = -JE \cdot \frac{N_1}{M_0} = -\frac{\nu}{\lambda}$  est le coefficient de couplage entre les deux moitiés du filtre.

$-\frac{M_0}{N_1} = \lambda$  est le coefficient d'élasticité de la barre transversale.

$JE = \nu$  est une constante qui dépend de l'élasticité à la flexion des barres longitudinales.

Les filtres électromécaniques en échelle sont utilisés comme filtres à bande étroite, le couplage est donc lâche et  $S$  petit.

$\theta$  change de signe chaque fois que  $1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl$  ou  $\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl$  passent par 0, ceci indépendamment du couplage. Ces expressions définissent donc une des limites des bandes passantes. Si nous supprimons la résistance de charge, nous avons pour les fréquences correspondantes des oscillations stationnaires telles que dans le premier cas, on trouve

un ventre aux extrémités et dans le deuxième cas, un nœud. (Avec la résistance de charge adaptée, on n'a que des ondes progressives, sinon ce serait la preuve d'une réflexion, impossible par définition dans le cas d'une fermeture parfaite). L'impédance mécanique mesurée à l'entrée sera très basse (premier cas) ou très élevée (deuxième cas). Nous donnons

caractérisant un certain couplage, nous voyons que entre ab, cd, ef, gh et ik l'expression  $\theta$  est négative. Nous avons donc immédiatement les bandes passantes correspondantes à un couplage donné et inversement: les zones ombrées représentent l'ensemble des bandes possibles. La phase  $\alpha$  s'y déduit des équations (12) et (13):

Tableau II

Equation	Ordre de la racine					
	1	2	3	4	5	n
$1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl = 0$	1,875	4,694	7,855	10,996	14,137	$\sim (2n-1) \frac{\pi}{2}$
$\cos kl \text{ Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl = 0$	3,927	7,069	10,211	13,353	16,493	$\sim (4n+1) \frac{\pi}{4}$

dans le tableau II les premières valeurs de  $kl$  qui remplissent une des deux conditions. Pour un rang croissant, elles tendent rapidement vers les valeurs  $(2n-1) \frac{\pi}{2}$ , respectivement  $(4n+1) \frac{\pi}{4}$ .

L'autre limite des bandes passantes est donnée par la fréquence où le dénominateur ou le numérateur de  $\theta$  passe par 0.

$$-\frac{1}{2Sk} \frac{\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl}{1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl} = -\frac{1}{2Sk} + K = 0 \quad (14)$$

$$-\frac{1}{2Sk} + \frac{2 \sin kl \cdot \text{Sh } kl}{\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl} = -\frac{1}{2Sk} + H = 0 \quad (15)$$

La figure 3 nous donne les valeurs de  $K$  et  $H$  en fonction de  $kl = \mu \cdot \sqrt{\omega}$ . Si nous traçons l'hyperbole

$$\frac{1}{2Sk} = \frac{\lambda}{v} \cdot \frac{l}{2\mu} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega}}$$

$$1 + \cos \alpha = \left[ -\frac{1}{2Sk} (\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl) + 2 \sin kl \cdot \text{Sh } kl \right] \cdot 2 \frac{1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl}{(\sin kl + \text{Sh } kl)^2} \quad (16)$$

Si nous tenons compte du fait que les bandes sont étroites, nous pouvons remplacer les dénominateurs des expressions (14) et (15) par les premiers termes de leurs développements:

$$\frac{1}{2Sk} + \frac{1}{\Delta(kL)} = 0 \quad \text{ou} \quad S = -l \cdot \frac{\Delta f_0}{4f_0} \quad (17)$$

$f_0$  = limite supérieure de la bande considérée,

$\Delta f_0$  = différence de fréquence entre les deux limites,

$|\Delta f_0|$  = largeur de bande.

Comme  $\frac{S}{l} = \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{1}{l}$  est une constante, la largeur de

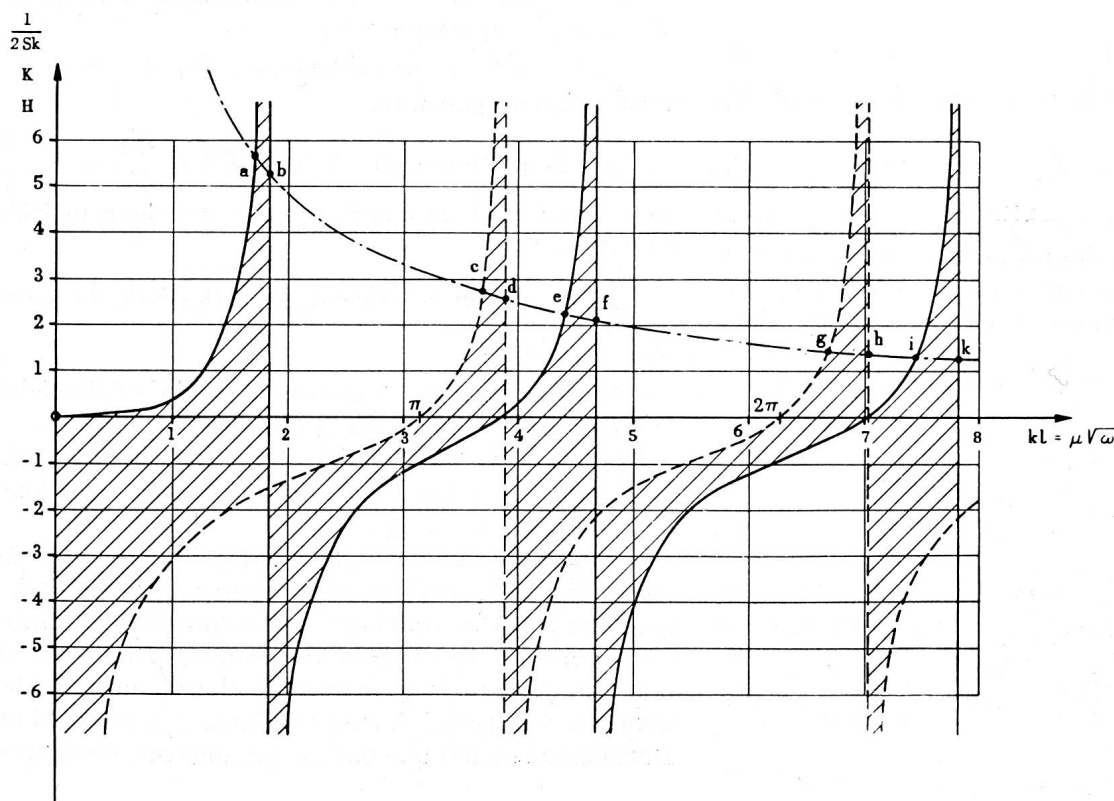


Fig. 3  
Détermination des bandes passantes. Les intervalles ab, cd, ef, gh et ik sont les bandes correspondant au couplage donné S. Les zones ombrées représentent l'ensemble des bandes possibles. Seule la zone inférieure ab est utilisée

$$\frac{1}{2Sk} = \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$$

$$K = \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$$

$$H = \text{---} \text{---} \text{---} \text{---}$$



bande relative  $\frac{\Delta f_0}{f_0}$  est la même pour tous les harmoniques. Dans les filtres en échelle, on n'utilise que la bande passante inférieure et on élimine les autres par l'adaptation, en choisissant le transformateur électromécanique approprié et la charge convenable.

L'impédance itérative du filtre se déduit des équations (5) à (11):

$$Z_0 = -\frac{JE}{j\omega} \cdot \frac{k^3}{\sqrt{\theta}} \cdot \frac{1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl}{\cos kl \cdot \text{Sh } kl - \sin kl \cdot \text{Ch } kl} \quad (18)$$

Cette expression se laisse aussi simplifier dans les bandes passantes:

dans les bandes impaires,

$$Z_{01} = \frac{JE}{2\omega_0^2} \cdot k_0^4 l \cdot \sqrt{\Delta\omega (\Delta\omega_0 - \Delta\omega)} = \frac{ab\varrho l}{2} \sqrt{\Delta\omega (\Delta\omega_0 - \Delta\omega)} \quad (19)$$

l'impédance itérative a la même allure que dans une cellule en T et dans les bandes paires,

$$Z_{02} = \frac{JE}{l} \cdot k_0^2 \frac{1 + \cos k_0 l \cdot \text{Ch } k_0 l}{\sin k_0 l \cdot \text{Sh } k_0 l} \cdot \frac{1}{\sqrt{\Delta\omega (\Delta\omega_0 - \Delta\omega)}} \quad (20)$$

elle a la même allure que dans une cellule en  $\pi$ .

Au milieu de la bande, le rapport des impédances dans les deux cas:

$$Z_{02} \left( \Delta\omega = \frac{\Delta\omega_0}{2} \right) \geq 80 \cdot Z_{01} \left( \Delta\omega = \frac{\Delta\omega_0}{2} \right)$$

Si le transformateur électromécanique fonctionne sur le principe d'un couplage de vitesse (par opposition à un couplage de force), il transformera convenablement les petites impédances des bandes impaires: pour les grandes impédances des bandes paires, il aura un rendement presque nul, et effectivement, ces fréquences n'apparaissent pas à la sortie du filtre.

## 2. Filtres à deux et à trois cellules

Il est possible de grouper plusieurs cellules en chaîne en les réunissant à leurs extrémités par des articulations ou, pratiquement, par des lames souples transmettant mal les moments de flexion. Mais une méthode plus élégante et plus simple pour la fabrication consiste à remplacer les barres intermédiaires et leur accouplement élastique par une unique barre de section constante (fig. 4). On peut toujours consi-

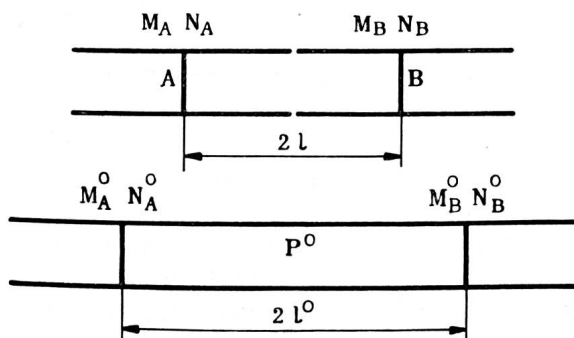


Fig. 4. Filtre à deux cellules

En haut: deux cellules couplées par une articulation  
En bas: deux cellules couplées par une barre élastique

dérer qu'une moitié de cette barre appartient à la première cellule et l'autre, à la deuxième: mais au point de jonction  $P^0$  le moment de flexion ne sera plus nul; pour en tenir compte, il faudra modifier la longueur  $2l$  et la section  $ab$ .

Pour trouver les nouvelles dimensions, nous comparons les deux systèmes: dans les deux cas nous calculons le moment et l'inclinaison en B en fonction du moment et de l'inclinaison en A. Le calcul est analogue à celui nous conduisant aux formules (5), (6), (7) et (8). Après suppression des termes négligeables en pratique, on arrive aux équations suivantes valables dans les bandes passantes et leurs environs:

$$\begin{cases} N_3 = -N_2 - \frac{M_2}{JE} \cdot l \cdot \frac{\Delta f}{f_0} \\ M_3 = -M_2 \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} N_3^0 = -N_2^0 - \frac{M_2^0}{J^0 E} \cdot l^0 \cdot \frac{\Delta f^0}{f_0^0} \\ M_3^0 = -M_2^0 \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} N_3^0 = -N_2^0 - \frac{M_2^0}{J^0 E} \cdot l^0 \cdot \frac{\Delta f^0}{f_0^0} \\ M_3^0 = -M_2^0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} N_3^0 = -N_2^0 - \frac{M_2^0}{J^0 E} \cdot l^0 \cdot \frac{\Delta f^0}{f_0^0} \\ M_3^0 = -M_2^0 \end{cases} \quad (24)$$

L'identité des coefficients dans les deux systèmes exige l'égalité des fréquences  $f_0$  et  $f_0^0$  (condition nécessaire pour les simplifications exécutées) et l'égalité des expressions:

$$\frac{l}{J} = \frac{l^0}{J^0} \quad (25)$$

Dans le 1<sup>er</sup> cas, les fréquences caractéristiques  $f_0$  sont données par les racines de l'équation  $1 + \cos kl \cdot \text{Ch } kl = 0$  dans le 2<sup>e</sup> cas, par les racines de l'équation  $1 - \cos 2k^0 l^0 \cdot \text{Ch } 2k^0 l^0 = 0$ .

Pour la première bande passante:

$$k_0 l = 1,875 \quad \text{et} \quad k_0^0 l^0 = 2,365$$

de l'équation (3) nous tirons:

$$f_0 = \frac{(1,875)^2}{2\pi\sqrt{12}} \cdot \frac{b}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\varrho}} = 0,161 \frac{b}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{\varrho}} \quad (26)$$

$$f_0^0 = \frac{(2,365)^2}{2\pi\sqrt{12}} \cdot \frac{b^0}{l^{0^2}} \sqrt{\frac{E}{\varrho}} = 0,257 \frac{b^0}{l^{0^2}} \cdot \sqrt{\frac{E}{\varrho}} \quad (27)$$

La deuxième condition s'écrit:

$$\frac{l}{b^3} = \frac{l^0}{b^{0^3}} \quad \text{car} \quad J = \frac{ab^3}{12} \quad (28)$$

La résolution de ces équations nous donne:

$$b^0 = 1,095 \cdot b \quad (29) \quad \text{et} \quad l^0 = 1,32 \cdot l \quad (30)$$

Deux cellules ont une atténuation ou une rotation de phase doubles de celles d'une seule cellule; pour trois cellules, les valeurs sont triples.

## III. Partie électrique

### 1. Transformateurs

L'énergie électrique est transformée en énergie mécanique et réciproquement, à l'aide de transformateurs électromagnétiques. Un aimant permanent fournit un champ magnétique visible en partie sur la figure 5: celui-ci suit les barres longitudinales

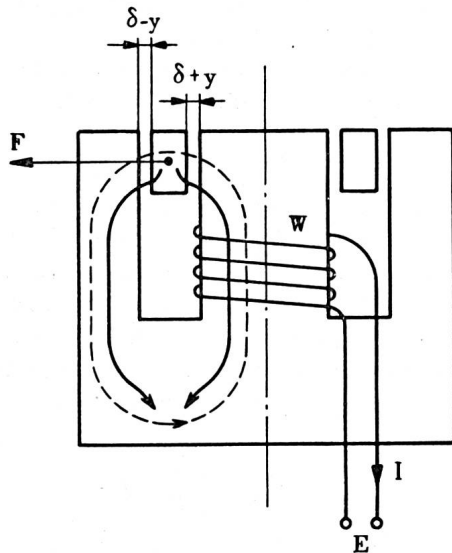


Fig. 5. Transformateur électromécanique  
 ———— Champ dû à l'aimant permanent  
 - - - - - Champ dû à l'excitation

du système vibrant, se divise à leurs extrémités, traverse un entrefer de section  $A$  et de longueur  $\delta \pm y$  variable avec la position des barres: il parcourt les tôles en  $W$ , puis le support (parallèle aux barres), pour se refermer par la pièce de fixation du système vibrant (fig. 9). L'induction correspondante dans l'entrefer est constante lorsque le système vibrant est immobile et vaut  $B_0$ . Une bobine d'excitation avec un nombre de spires  $w$  est parcourue par le courant  $I$  et crée un champ  $\frac{I w}{2 \delta}$  qui se superpose au champ constant: il s'ajoute dans un entrefer et se retranche dans l'autre, donnant naissance à une force différentielle qui agit sur la barre de la figure 5:

$$F = \frac{B_0 A w}{\delta} \cdot I = T \cdot I \quad (31)$$

Inversement, la position des barres modifie le rapport des lignes de force entre la branche centrale et les branches latérales des tôles en  $W$ . Le mouvement provoque un changement de flux dans la bobine, la tension induite est:

$$E = \frac{B_0 A w}{\delta} \cdot v = T \cdot v \quad (32)$$

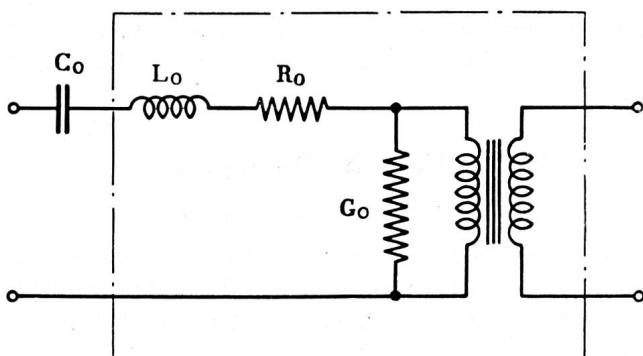


Fig. 6. Schéma équivalent du transformateur électromécanique

Dans le transformateur d'entrée,  $E$  est une force contre-électromotrice s'opposant au passage de  $I$ ; dans celui de sortie,  $E$  est une force électromotrice entraînant un courant  $I$  dans la résistance de charge. Un transformateur idéal fonctionnant d'après les équations (31) et (32) aurait un rapport de transformation des impédances:

$$Z_{el} = \frac{E}{I} = T^2 \cdot \frac{v}{F} = T^2 \cdot \frac{1}{Z_{mec}} \quad \text{où} \quad T = \frac{B_0 A w}{\delta}$$

Comme l'impédance itérative  $Z_{mec} \equiv Z_{ol}$  a la même allure que dans une cellule en  $T$  (19), celle mesurée aux bornes du transformateur,  $Z_{el}$  est semblable à l'impédance d'une cellule en  $\pi$ .

Notre transformateur est loin d'être idéal, il a une résistance et une self-induction  $L_0 = \frac{w^2 A \mu_0}{\delta}$  qui provoquent une chute de tension proportionnelle au courant; ce sont ces grandeurs qu'on mesure entre les

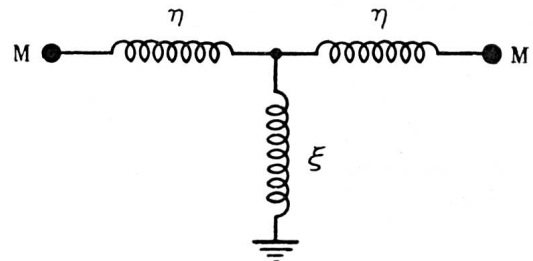


Fig. 7a. Equivalent mécanique du système vibrant avec éléments idéaux

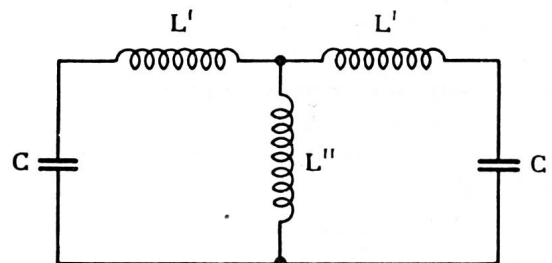


Fig. 7b. Equivalent électrique avec inductivité en  $T$

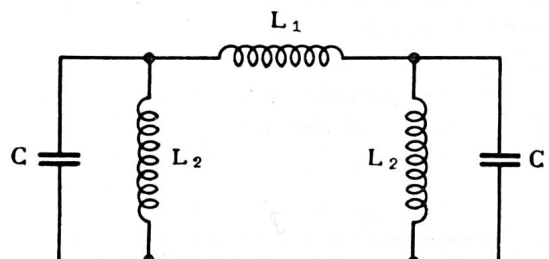


Fig. 7c. Equivalent électrique avec inductivité en  $\pi$

bornes d'entrée d'un filtre quand on bloque le système mécanique (ce qui revient à court-circuiter le secondaire du transformateur). On peut aussi tenir compte d'une conductance  $G_0$  pour exprimer les pertes dans le fer. L'inductance est annulée dans la bande passante par une capacité en série choisie de telle manière que le circuit résultant résonne à la fréquence  $f_0$ : cette capacité est à considérer comme partie inté-

grante du filtre (les tensions à l'entrée et la sortie du filtre doivent être mesurées avant, respectivement après le condensateur). Ce circuit contribue encore à éliminer les bandes passantes secondaires. L'équivalent électrique du transformateur est donné sur la figure 6.

### 2. Schéma électrique équivalent du système vibrant

Si nous remplaçons les éléments de la figure 2 par des éléments idéaux, nous obtenons la figure 7a; ce filtre peut se calculer de la même manière que l'original; il est toutefois plus simple et n'a qu'une bande passante. Nous indiquons sur le *tableau III*

Tableau III

	Filtre mécanique		Filtre électrique	
	Eléments réels fig. 3	Eléments idéaux fig. 7a	Inductivités en $T'$ fig. 7b	Inductivités en $\pi$ fig. 7c
$\omega_0^2$	$1,875^4 \cdot \frac{\nu}{abql^4}$	$\frac{1}{M \left( \frac{1}{\eta} + \frac{2}{\xi} \right)}$	$\frac{1}{C(L' + 2L'')}$	$\frac{1}{CL_2}$
$\Delta \omega_0$	$4 \omega_0 \frac{\nu}{\lambda l}$	$\omega_0 \frac{\eta}{\xi}$	$\omega_0 \frac{L''}{L'}$	$\omega_0 \frac{L_2}{L_1}$
$Z_{el}$	$T^2 \cdot 4$	$T^2$	1	1
$(\Delta \omega = \Delta \omega_{0/2})$	$abql \cdot \Delta \omega_0$	$M \cdot \Delta \omega_0$	$C \cdot \Delta \omega_0$	$C \cdot \Delta \omega_0$

$$T^2 C = M = \frac{abql}{4} = T^2 C$$

$$\frac{T^2}{L'} = \eta \cong 3,09 \cdot \frac{\nu}{l^3} = \frac{T^2}{L_2}$$

$$\frac{T^2}{L''} = \xi \cong 0,775 \cdot \frac{\lambda}{l^2} = \frac{L_1}{L_2^2} T^2$$

les valeurs des 3 grandeurs  $\omega_0$ ,  $\Delta \omega_0$  et  $Z_{el}$ , qui suffisent à définir les 3 éléments et toutes les caractéristiques de ces quadripôles. Nous les comparons aux valeurs calculées pour le filtre original à partir des relations (3), (17) et (19). En utilisant la 2<sup>e</sup> analogie électromécanique, nous voyons que le réseau 7b est l'équivalent électrique du système 7a; en

remplaçant les inductances en  $T$  par des inductances en  $\pi$ , nous retrouvons dans la figure 7c une structure de filtre connue.

Comme nous donnons dans tous ces cas l'impédance itérative électrique mesurée aux bornes, il est possible d'exprimer la valeur des éléments d'une structure en fonction des éléments correspondants des autres. L'identification des colonnes 1 et 4 ou 2 et 3 est aisée, mais on n'obtient une expression simple de 1 ou 4 en fonction de 2 ou 3 qu'au prix d'une approximation ( $L'' \ll L'$ ). L'utilisation de la 2<sup>e</sup> analogie électromécanique peut se justifier maintenant: dans la bande passante, le filtre actuel peut être remplacé par le réseau de la figure 7c seul, si l'on avait utilisé la 1<sup>re</sup> analogie (qui mène à la structure réciproque) il aurait fallu ajouter un transformateur inverseur d'impédance.

Un filtre à plusieurs cellules peut être remplacé par plusieurs cellules électriques en chaîne. L'équivalent complet d'un filtre à 3 cellules sera donc le réseau de la figure 8. Avec les formules données, il est maintenant possible de dimensionner un filtre, soit en partant directement des caractéristiques désirées, soit en remplaçant les éléments électriques d'un filtre déjà calculé par des éléments mécaniques.

## IV. Réalisation

### 1. Construction

L'illustration de la figure 9 donne une image du filtre complet (trois cellules) fabriqué par la maison Hasler S. A. à Berne. Le système vibrant est fixé en 1 ou 2 points (filtres à une ou plusieurs cellules) au support. La fixation est importante, car il faut éviter les réactions de l'appui et les résonances parasites, elle permet aussi la fermeture du circuit magnétique. Le matériel utilisé pour le système vibrant est de l'acier suédois. L'aimant, qui est encastré dans le support, est en alliage à haute rémanence. Le filtre en échelle se distingue d'autres filtres par son faible encombrement.

### 2. Accord des éléments

Lorsqu'on bloque une des extrémités du système vibrant, le filtre à une cellule a une résonance sur la fréquence médiane (ou nominale) de la bande pas-

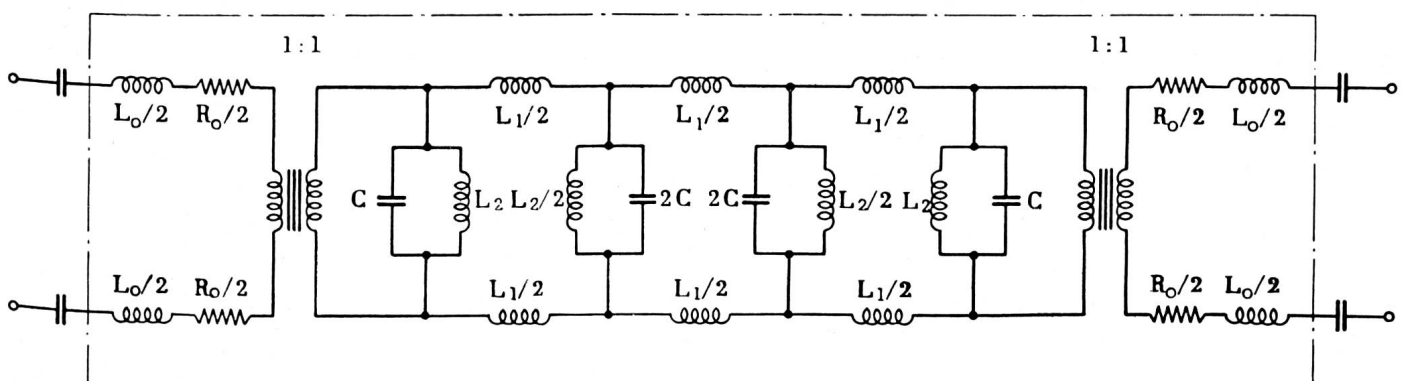


Fig. 8. Schéma équivalent d'un filtre à trois cellules complet



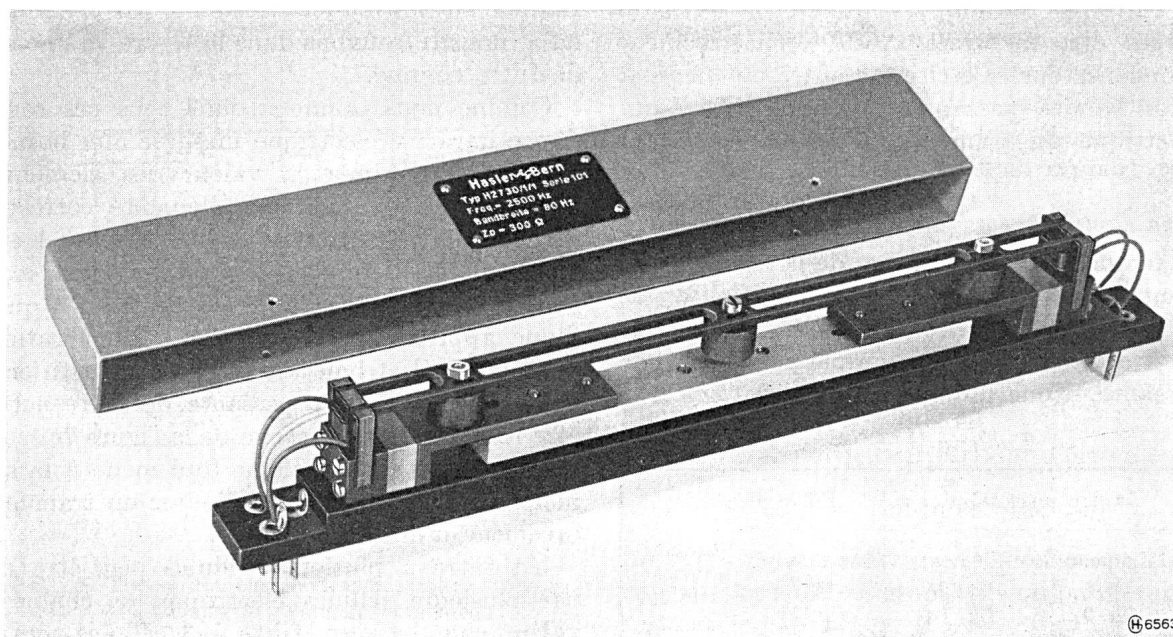


Fig. 9. Filtre en échelle à trois cellules

sante. Si le système reste libre et qu'on ne connecte aucune impédance de charge, il résonne (comme tout réseau à deux circuits accordés avec couplage serré) sur deux fréquences. A la fréquence supérieure, les deux extrémités oscillent en phase; cette résonance définit la limite supérieure de la bande passante et est naturellement indépendante du couplage des deux moitiés de cellule. A la fréquence inférieure, elles oscillent en opposition de phase et définissent la limite inférieure. Ceci est l'explication physique de l'équation (14).

Comme un blocage équivaut électriquement à un court-circuit, il est facile de faire ces calculs en se basant sur le schéma équivalent (fig. 7c). On contrôle par cette méthode la fréquence nominale et la largeur de bande.

On ajuste la fréquence nominale en enlevant du matériel aux barres longitudinales, soit à l'extrémité (diminuer  $M$ ), soit au pied (augmenter  $L_2$ ). Le dernier réglage se fait dans le système magnétique, car le champ a pour effet de diminuer le  $\eta$  apparent et, par suite, la fréquence de quelques dizaines de Hz.

On règle la largeur de bande en modifiant le couplage des deux moitiés de cellules; à cet effet, on varie les dimensions de deux ouvertures allongées qui se trouvent des deux côtés de la fixation et réduisent plus ou moins la rigidité de la barre transversale. Aux fréquences de coupure définies plus haut, le filtre a une augmentation de l'atténuation résiduelle d'environ 0,1 N s'il est correctement adapté.

Pour des filtres à plusieurs cellules, les procédés sont les mêmes, mais les résonances possibles sont plus nombreuses; pour un filtre à 3 cellules oscillant librement par exemple, ce seront les fréquences:

$$f_0, f_0 - \frac{\Delta f_0}{4}, f_0 - \frac{3 \Delta f_0}{4} \quad \text{et} \quad f_0 + \Delta f_0.$$

On ajuste l'impédance itérative en variant le nombre de spires des bobines d'excitation.

### 3. Pertes

La plus grande partie des pertes se produisent dans le transformateur électromécanique. Les pertes dans le cuivre dépendent du courant, celles dans le fer dépendent de la tension aux bornes. On diminue ces dernières en divisant les bouts des barres longitudinales ce qui y réduit les courants tourbillonnaires. Ces pertes correspondent donc à l'insertion aux deux extrémités d'un atténuateur en L (fig. 6), qui forme une partie de l'impédance de charge. Cette atténuation est constante dans toute la bande passante (0,2 à 0,5 N pour les deux transformateurs) et n'amène aucune distorsion d'amplitude ou de phase. Le filtre actuel ne se distingue d'un filtre idéal que par les pertes du système vibrant. Celles-ci sont faibles, ainsi qu'en témoigne la faible différence d'atténuation entre 1 et 3 cellules (0,05 à 0,1 N). Les courbes décrivant l'atténuation ou la rotation de phase en fonction de la fréquence se rapprochent des courbes théoriques (fig. 10).

### 4. Exécutions normales, exécutions limites

Un filtre électromécanique est caractérisé par le nombre de cellules, la fréquence nominale  $f_m$ , la largeur de bande  $\Delta f_0$  et l'impédance itérative  $Z_{ei}$ . Sa qualité est jugée d'après l'atténuation résiduelle  $b_0$  et la variation  $\pm \Delta b_0$  (fig. 11). La maison Hasler S. A. fabrique des filtres dont les caractéristiques sont les suivantes:

La gamme habituelle des fréquences  $f_m$  est de 1 à 4 kHz (exceptionnellement jusqu'à 12 kHz); elle est limitée vers le bas par les dimensions du système, vers le haut par les pertes dans les transformateurs. Nous considérons comme valeurs normales les har-

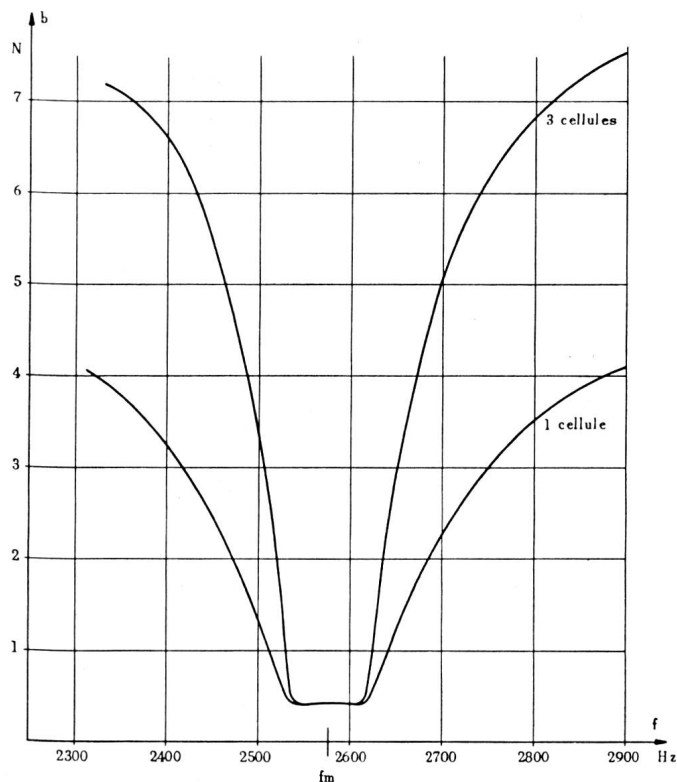


Fig. 10. Affaiblissement composite de filtres électromécaniques

moniques impairs de 60 Hz (recommandation du CCIT pour les fréquences de la télégraphie harmonique).

La largeur de bande habituelle varie de 20 à 200 Hz et l'impédance itérative de 20 à 3000  $\Omega$  (ohmique) dans la bande passante; l'entrée et la sortie peuvent avoir des valeurs différentes. Les valeurs normales sont  $\Delta f_0 = 80$  ou 120 Hz, respectivement 600  $\Omega$ .

La puissance maximum utilisable à la sortie est de 2 mW, lorsque la distorsion doit rester faible.

Le coefficient de température est inférieur à  $-2 \cdot 10^{-4}$ .

## V. Applications

Nous donnons quelques réalisations où les filtres électromécaniques ont une place importante.

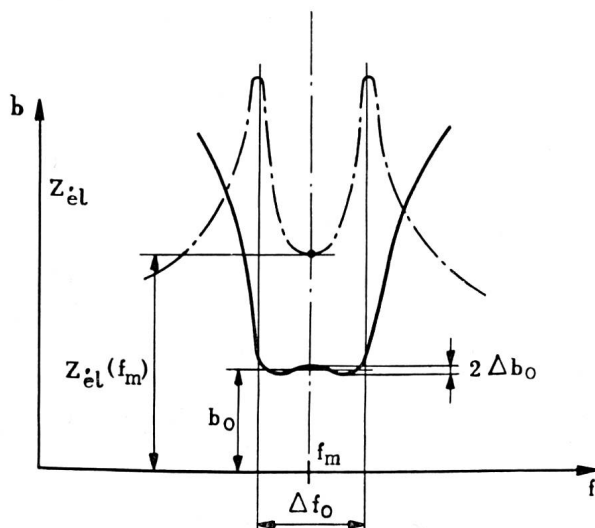


Fig. 11. Définition des grandeurs caractéristiques

### 1. Récepteur d'impulsions en téléphonie à fréquences porteuses [2]

Un filtre à une cellule est utilisé, d'une part, comme un quadripôle qui ne laisse passer que la fréquence d'appel, d'autre part, comme un dipôle [3] qui est intégré dans un pont fournissant un courant de verrouillage pour toutes les autres fréquences.

### 2. Télégraphie harmonique à simple courant

A l'émission, un filtre à une cellule donne après la modulation la forme arrondie désirée aux impulsions et diminue l'étalement du spectre des fréquences. A la réception, un filtre à trois cellules de 80 Hz de largeur de bande sépare les canaux distants de 120 Hz.

Il est intéressant de le comparer dans cette fonction aux filtres à bobine. Aux limites de la bande passante telles que nous les définissons (chapitre IV/2), l'atténuation résiduelle augmente de 0,1 N environ, alors que généralement on prend pour définition de cette bande la fréquence où elle a augmenté exactement de 0,35 N (parfois 0,7 N). Pour remplacer

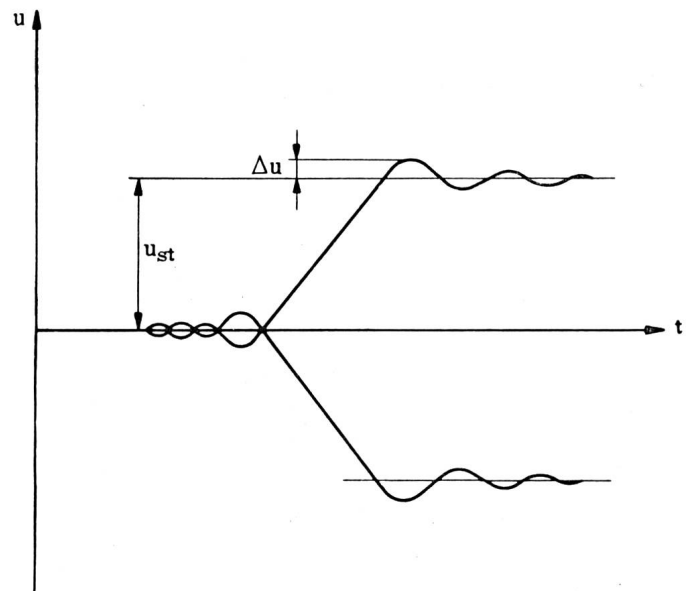


Fig. 12. Enveloppe de la réponse à un front d'impulsion rectangulaire

un filtre usuel par un filtre électromécanique, il faut donc prescrire une largeur de bande plus faible. De plus, l'atténuation résiduelle est presque constante dans la bande passante pour changer rapidement dans les bords (fig. 10); les impulsions reçues ont des oscillations excessives  $\Delta u$  (fig. 12) d'amplitude assez élevée. Dans les filtres à bobines au contraire, l'atténuation varie d'une manière continue dans la bande passante et les oscillations excessives sont faibles. La vitesse d'accroissement à mi-hauteur de l'impulsion est par conséquent plus faible dans le deuxième cas que dans le premier et les impulsions y sont plus sensibles aux tensions parasites.

Nous avons développé un correcteur d'impulsions qui les rétablit à la sortie du filtre de réception à leur durée à mi-hauteur de leur amplitude statique  $u_{st}/2$ . Pour des signaux d'une dynamique de 2 N les dis-

torsions d'une liaison complète restent dans les tolérances recommandées par le CCIT pour les signaux 1:1, 2:2, 1:6, 6:1 et le code d'examen à 50 Bds. Ces constatations et ces mesures correspondent assez bien à celles que la théorie nous livre pour le filtre-type qui laisse passer parfaitement une bande de fréquence et arrête complètement les autres et dont la variation de phase est linéaire. Ces mesures ont été faites sur un prototype à 6 canaux de la maison Hasler S. A. actuellement à l'essai et qui pourra être agrandi jusqu'à 24 canaux.

### 3. Télégraphie harmonique à double courant (Frequency-shift)

Un premier filtre à une cellule est utilisé à l'émission pour moduler la fréquence. Le couplage d'un étage oscillateur se fait par l'intermédiaire d'un filtre et d'un changeur de phase: suivant la phase commandée, la fréquence s'ajuste jusqu'à ce que les conditions d'entretien de l'oscillation soient remplies (gain et rotation de phase nuls le long de la boucle de couplage). Il est possible de varier la fréquence jusqu'à  $\pm 100$  Hz; la déviation de fréquence normale est  $\pm 35$  Hz.

A la réception, un filtre est utilisé pour séparer les canaux distants de 120 Hz. La fréquence variable

est convertie en tension variable par un discriminateur de fréquence. Ce dernier se compose d'un filtre à une cellule suivi d'un discriminateur de phase semblable au modulateur en anneau utilisé en téléphonie à fréquences porteuses. Directement à la sortie, nous avons une tension de  $\pm 2$  V pour la déviation de fréquence de  $\pm 35$  Hz.

Ces filtres sont encore des éléments précieux pour la signalisation et la commande à distance. Ces dernières années un nombre assez considérable en a été livré; ils ont donné toute satisfaction. Ils sont complétés dans leurs applications par les oscillateurs électromécaniques basés sur les mêmes principes et fournissant une fréquence très stable.

Adresse de l'auteur: André Marro, ing. dipl. EPF, Péroles 28, Fribourg.

### Bibliographie

- [1] Eidgenössisches Amt für geistiges Eigentum. Patentschrift Nr. 248 955, Klasse 112. Eingereicht am 7. Januar 1946. Veröffentlicht am 1. Mai 1948. [Franz Ott]. Elektromechanisches Bandfilter. Hasler Mitt." 5 (1946), 35...40.
- [2] F[rantz] Ott. Ein tonfrequenter Impulswandler. Hasler Mitt." 10 (1951), 49...52.
- [3] André Marro. Utilisation des filtres électro-mécaniques comme dipôles. Hasler Mitt." 10 (1951), 5...10.

## Hochfrequenzmesstechnik \*

Von W. Druey, Winterthur

621.317.029.5/6

**Zusammenfassung.** Es wird folgender Überblick über den heutigen Stand der Hochfrequenzmesstechnik vermittelt:

Die Übertragung einer Reihe von Messwerten über einen hochfrequenten Kanal durch rasche zyklische Umschaltung wird als Beispiel aus einem Grenzgebiet der eigentlichen Hochfrequenzmesstechnik beschrieben. Bei Behandlung der Strommessung wird unterschieden, ob die Stärke eines Stromes in einer betriebsmässigen Anordnung zu messen ist, oder ob es sich um einen Strom handelt, der einem bestimmten Zweck dient und ohne weiteres durch einen dünnen Leiter — Heizdraht eines Thermoelementes oder Bolometers — geschickt werden kann. Der Autor beschreibt die Spannungsmessung bei sehr hohen Frequenzen mittels thermischer Spezialdioden oder Kristallgleichrichtern, die gegebenenfalls in die Apparatur einzubauen sind. Für die Impedanzmessung erwähnt er unter anderem Brückenschaltungen, wofür als Beispiel eine Brücke, die bis 165 MHz verwendbar ist, angeführt wird. Auf die Messung bei Mikrowellen wird im Hinblick auf eine spätere, der Mikrowellentechnik zu widmende Hochfrequenztagung, nicht eingegangen. Dagegen wird die mit der Impedanzmessung verwandte Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten und des Verlustfaktors besprochen. Von der Ermittlung der Frequenz und der damit zusammenhängenden Zeitbestimmung werden die Grundlagen gestreift. Beim Kathodenstrahloszillographen für hohe Schreibgeschwindigkeit erwähnt der Autor das Problem der Verstärkung von Signalen, die ein breites Frequenzband bis zu sehr hohen Frequenzen beanspruchen. Mit Hilfe der additiven Verstärkung kann man heute bei Breitbandverstärkern mit der oberen Frequenzgrenze auf Werte kommen, die mittels multiplikativer Verstärkung nicht erreichbar sind.

**Résumé.** L'auteur donne l'aperçu suivant de l'état actuel de la métrologie dans le domaine des hautes fréquences.

La transmission d'une série de valeurs de mesure par un canal à haute fréquence, avec commutations cycliques rapides, est un exemple appartenant à un domaine marginal de la métrologie en hautes fréquences. En ce qui concerne la mesure des courants, l'auteur fait une distinction entre la mesure de l'intensité d'un courant d'exploitation et le cas d'un courant servant à un but déterminé et pouvant être envoyé sans autre par un conducteur de petit diamètre (fil de chauffe d'un couple thermo-électrique ou d'un bolomètre). Description de la mesure de la tension en très haute fréquence, à l'aide de diodes thermioniques spéciales ou de redresseurs à cristal qui doivent, cas échéant, être incorporés dans les circuits mêmes. Parmi les dispositifs destinés aux mesures d'impédance, il est mentionné à titre d'exemple un pont de mesure utilisable jusqu'à 165 MHz. Les mesures des ondes micrométriques sont laissées de côté, car ce sujet sera traité lors d'une future Journée de la haute fréquence, consacrée à la technique des ondes micrométriques. Par contre, la détermination des constantes diélectriques et du facteur de perte est examinée. Indication des principes de la détermination de la fréquence de la détermination correlative du temps. Pour des oscillographes cathodiques à grande vitesse d'enregistrement, il est fait mention de l'amplification des signaux qui occupent une large bande de fréquences, allant jusqu'à des fréquences très élevées. L'amplification dite additive est la méthode par laquelle on peut aujourd'hui atteindre des valeurs pour la limite de fréquence supérieure d'un amplificateur à large bande, impossibles à réaliser par l'amplification multiplicative.

Beim grossen Umfang, den die Hochfrequenztechnik, die Hochfrequenzmesstechnik im besonderen,

\*) Vortrag, gehalten an der 15. Hochfrequenztagung des SEV, vom 5. Oktober 1951 in Bern. Mit freundlicher Erlaubnis des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins entnommen dem Bulletin SEV 42 (1951), Nr. 25, S. 989...1000.

heute angenommen hat, werden Sie von mir nicht einen auch nur einigermaßen vollständigen Überblick erwarten. Gestatten Sie mir, dass ich Ihnen in erster Linie etwas vom heutigen Stand der Entwicklung berichte. Auch das kann nur sehr lückenhaft ge-