Über Einschaltvorgänge und Übertragungsmasse elektro-akustischer Systeme [Fortsetzung und Schluss]

Autor(en): **Stadlin, Rudolf**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri**

Band (Jahr): **25 (1947)**

Heft 5

PDF erstellt am: **29.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-875758

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Über Einschaltvorgänge und Übertragungsmasse elektro-akustischer Systeme

Von *Rudolf Stadlin*, Bern

621.392.094.2:621.395.8.081

(Fortsetzung und Schluss)

Lautsprecher

Bei Lautsprechern sind die Verhältnisse bedeutend verwickelter als bei Mikrophonen und sie entziehen sich in vielen Fällen der exakten mathematischen Behandlung. Bereits bei ihrer Konstruktion spielt die Empirie eine wesentliche Rolle. Aus diesen Gründen erschien es als vorteilhaft, die auftretenden Probleme anhand eines einfachen Einzelfalles zu erläutern. Als geeignetes Beispiel wurde der in einer Arbeit von H. Weber erwähnte Sprechkopf gewählt, da dieser noch am ehesten dem Idealfall einer atmenden Kugel entspricht.[13])

a) Versuchsanordnung

Als Versuchsobjekt diente folgender elektro-akustischer Vierpol:

Telephonrundspruchverstärker - Sprechkopf - 1 m Luft-entzerrtes Kondensatormikrophon + Vorverstärker. Der Teilvierpol Sprechkopf - Mikrophon wurde im schallgedämpften Raum aufgestellt, um Raumeinflüsse nach Möglichkeit zu vermeiden. Kleiner als 1 m konnte die Luftstrecke nicht gewählt werden, da die Eichung des Mikrophons ein ebenes Schallfeld voraussetzt. Bei den ersten Versuchen wurde der Sprechkopf an zwei Drähten aufgehängt, eine Anordnung, die sich aber nicht empfiehlt, da die Eigenresonanz dieser Aufhängevorrichtung die Versuche empfindlich stören kann. Am geeignetsten erwies sich die Montage auf einem Stativ, wie bei der Messung von Telephonmikrophonen.

b) Messung des Frequenzganges

Als Frequenzgang des Sprechkopfes kann gerade derjenige des oben beschriebenen Vierpols angesehen

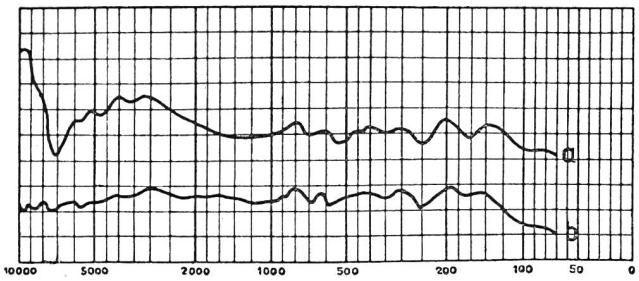

Fig. 13. Amplitudengänge des Sprechkopfes
a = ohne Filter
b = mit Filter
1 Teilstrich = 5 db

werden, da die übrigen Glieder des Uebertragungssystems im interessierenden Frequenzbereich genügend entzerrt sind, insbesondere im Vergleich zu der Grösse der Schwankungen des Sprechkopfübertragungsmasses. Als Sender diente ein Schwebungssummer der Firma Zellweger AG., Uster, als Empfänger ein Pegelschreiber Neumann. Das Resultat einer solchen Messung zeigt Fig. 13. Gleichzeitig ist ersichtlich, dass eine Filterung nach der bereits angegebenen Methode gute Resultate liefert.

c) Messung des Phasenganges

Die Messung des Phasenganges kann nur indirekt durchgeführt werden. Man misst den Phasengang des gesamten Vierpols und subtrahiert davon die Phasengänge der Verstärker und des Mikrophons.

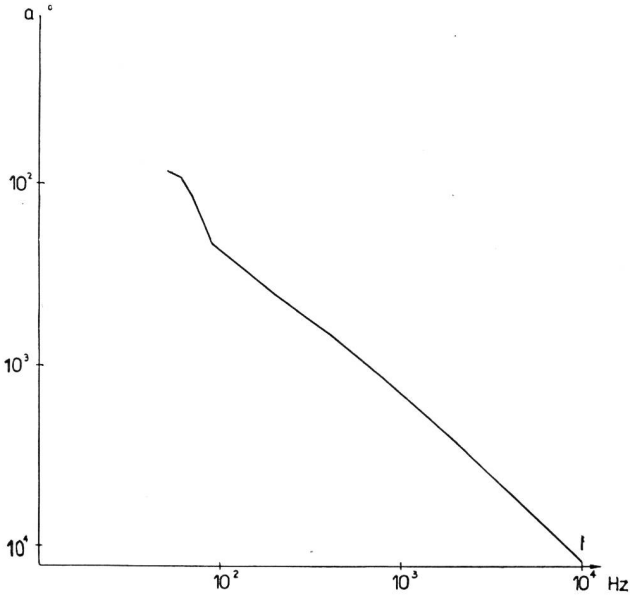

Fig. 14. Sprechkopf + 1 m Luft: Phasengang

So erhält man die Phasenverschiebung zwischen der Klemmenspannung des Sprechkopfes und dem Schalldruck in 1 m Abstand (Fig. 14). Dabei ist festzustellen, dass das System nicht quasistationär ist und bei hohen Frequenzen der Hauptanteil des Phasenganges auf die Luftstrecke entfällt. Dadurch werden die Feinheiten verwischt, insbesondere bei Verwendung eines logarithmischen Maßstabes bei der graphischen Darstellung. Da aber durch die Luft keine Dispersion, sondern nur eine Vergrösserung der Laufzeiten hervorgerufen wird, liegt der Gedanke nahe, diese Laufzeitzunahme ebenfalls zu subtrahieren, also nur die quasistationäre Uebertragungskomponente zu berücksichtigen. Dieses Vorgehen ist ohne weiteres gestattet im Falle einer punktförmigen Schallquelle. Hingegen stösst man auf

[13]) *H. Weber*. Telephonometrie. Techn. Mitt." PTT, 24. Jg., 1946, Nr. 1, S. 1.

Schwierigkeiten, wenn man diese Ueberlegung auf räumlich ausgedehnte Quellen anwenden will, da ein festes Schwingungszentrum im allgemeinen nicht existiert und somit die Laufstrecke als frequenzabhängige Grösse erscheint. Weil aber die Subtraktion einer konstanten Laufzeit keinen Einfluss auf die Formtreue der Uebertragung ausübt, empfiehlt es sich, eine mittlere Laufzeit zu bestimmen und durch ihren Abzug einen pseudoquasistationären Phasengang zu ermitteln, welcher die Feinheiten der Phasenübertragung deutlich zeigt.

Zur Messung dieser Laufzeit wurden zwei Methoden untersucht.

1. Photographische Methode (Fig. 15)

Die Wechselspannung gelangt vom Schwebungssummer in den Leistungsverstärker und von hier über ein im Ruhezustand geschlossenes Relais auf den Sprechkopf. Eine Abzapfung führt seine Klemmenspannung auf den einen Eingang eines Elektronenschalters, während dem andern die Ausgangsspannung des Sprechkopfes zugeführt wird. Der Ausgang des Elektronenschalters wird mit dem vertikalen Plattenpaar eines Kathodenstrahloszillographen verbunden. Das horizontale Plattenpaar bezieht seine Spannung aus einem arretierten Zeitablenkgerät[14]), dessen Prinzip an anderer Stelle bereits erörtert wurde.

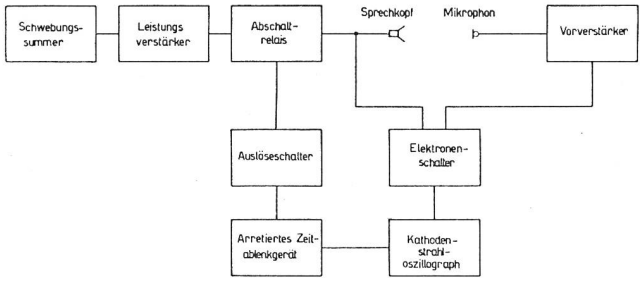

Fig. 15. Blockschema zur photographischen Laufzeitmessung

Ein Schalter dient zur gleichzeitigen Schliessung des Auslösekontaktes des Zeitablenkgerätes und Unterbrechung der Lautsprecherzuleitung mit dem Relais.

Der Messvorgang ist nun der folgende:

Im Ruhezustand ist der Lautsprecher im Betrieb, und an den Eingangsklemmen des Elektronenschalters liegen die Klemmenspannung des Sprechkopfes und die Ausgangsspannung des Vorverstärkers. Wird der Auslöseschalter betätigt, so beginnt der Kathodenstrahl zu laufen und zeichnet die beiden zu vergleichenden Spannungen übereinander auf. Das Relais unterbricht nach einer gewissen Verzögerungszeit den Lautsprecherstromkreis, und die zugehörige Spannungskurve auf dem Schirm des Oszillographen verschwindet. Die Mikrophonspannung jedoch wird um die Dauer der Laufzeit länger aufgezeichnet. Unter Benützung der Erregerfrequenz als Zeitmarke kann somit die Laufzeit direkt aus dem Oszillogramm herausgelesen werden. Die Messungen werden über das ganze Frequenzband erstreckt und dann der Mittelwert gebildet. Bei einzelnen Frequenzen ist das Abreissen der Mikrophonspannung etwas schwer festzustellen infolge des störenden Einflusses von Ausschwingvorgängen. Im erhaltenen Resultat ist natürlich auch die Laufzeit von Mikrophon und Vorverstärker enthalten, sie ist aber verglichen mit der Laufzeit der Luftstrecke vernachlässigbar klein.

2. Akustische „Flimmermethode" (Fig. 16)

Die Erregerspannung wird durch einen zwischen Schwebungssummer und Leistungsverstärker geschalteten Impulsmodulator periodisch unterbrochen. Die Steuerung des letzteren erfolgt mit Rechteckspannungen, die der Serieschaltung eines zweiten Schwebungssummers mit einem Rechteckspannungsgenerator entnommen werden. Die Speisung des Lautsprechers geschieht somit durch eine periodische Folge von Tonfrequenzimpulsen, die durch gleich lange Lücken unterbrochen werden. Klemmenspannung des Sprechkopfes und Ausgangsspannung des Vorverstärkers gelangen dann auf die beiden Eingänge des Phasenmessgerätes, nach Fig. 1, wo sie auf gleiche Grösse geregelt und überlagert werden. An die Stelle des Röhrenvoltmeters tritt ein Kopfhörer.

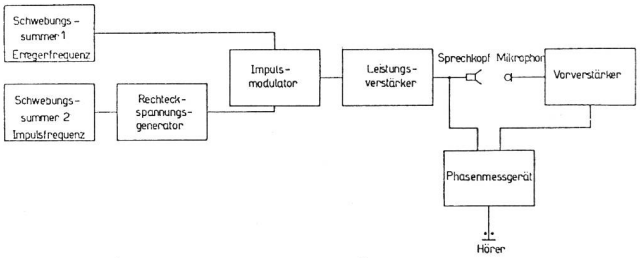

Fig. 16. Blockschema zur akustischen „Flimmermethode"

Im allgemeinen Falle werden die Impulse in beliebiger zeitlicher Verschiebung überlagert, und im Kopfhörer ist die Impulsfrequenz als Störgeräusch deutlich zu hören. Durch Variation der Impulsfrequenz kann man aber erreichen, dass die Impulse am Ausgang des Vorverstärkers in die Lücken derjenigen des Lautsprechers fallen. Das Störgeräusch beträgt dann ein Minimum, und die Laufzeit ist gleich der Impulsdauer. Die Messung kann aber nur gelingen, wenn die Einschwingvorgänge kurz sind und die Tonfrequenz bedeutend höher liegt als die Impulsfrequenz. Das Verfahren weist verschiedene schwere Nachteile auf:

Die Tonfrequenz ist durch die Grösse der Laufzeit nach unten beschränkt.

Bei den hohen Frequenzen treten die Einschwingvorgänge in sehr störender Weise auf, insbesondere die der Uebertrager.

Das Ohr ist als Organ zur Feststellung des Minimums des Störpegels schlecht geeignet.

Die Hörbarkeit des Störgeräusches hängt aber auch von der Phasenlage ab, in welcher die Tonfrequenz unterbrochen und eingeschaltet wird. Diesem Umstand ist nicht entgegenzutreten, da Ton- und Impulsfrequenz in keinem ganzzahligen Verhältnis zueinander zu stehen brauchen. An Stelle des Kopfhörers wurde auch versuchsweise ein Kathodenstrahloszillograph gesetzt. Aber auch auf optischem Wege ist die Koinzidenz der Impulse und ihrer Lücken nicht einwandfrei festzustellen. Aus diesen Gründen wurden die Laufzeitmessungen nur nach der photographischen Methode durchgeführt. Die Phasenverschiebung nach Fig. 14 wurde um die so erhaltene mittlere Laufzeit korrigiert. Das Resultat zeigt Fig. 17.

Allgemein ist zu den Phasenmessungen an Systemen mit grossen Laufzeiten zu bemerken, dass die Erregerfrequenz sehr genau bekannt sein muss. Deshalb wurde im vorliegenden Falle die Einstellung des Schwebungssummers ständig mit einem Frequenznormal von 1 kHz kontrolliert.

[14]) *W. Furrer* und *H. Weber*. Der Knall als physikalisches und mathematisches Problem. Techn. Mitt." PTT, 24. Jg., 1946, Nr. 6, S. 241.

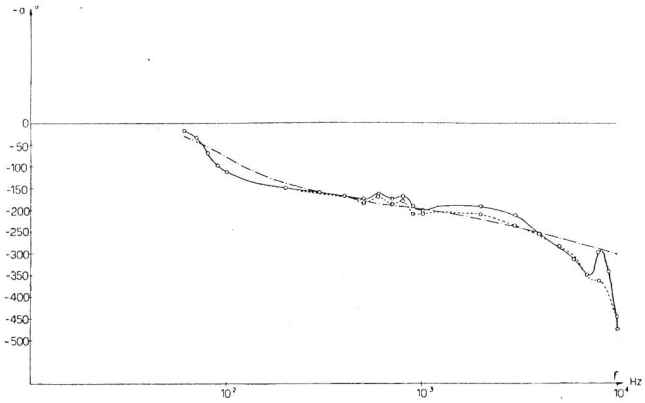

Fig. 17.
Sprechkopf: Phasengang nach Abzug der mittleren Laufzeit
——— ohne Filter
····· mit Filter
—·—·— Berechnung atmende Kugel

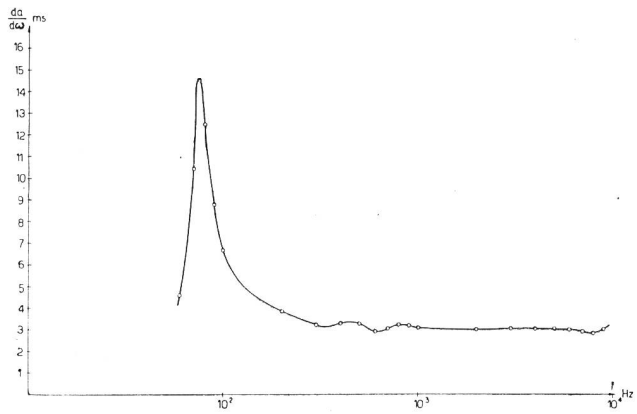

Fig. 18. Gruppenlaufzeit des Sprechkopfes + 1 m Luft

d) Approximation durch eine atmende Kugel

Ein akustischer Strahler kann mit guter Annäherung als atmende Kugel angesehen werden, solange seine Ausdehnung, verglichen mit der Wellenlänge, klein ist. Erst bei höheren Frequenzen treten Richtwirkungseffekte auf, welche starke Abweichungen vom Idealfall zur Folge haben. Unser Sprechkopf zeigt nun dieses ideale Verhalten bis zu 2 kHz und ist daher auch der rechnerischen Behandlung einigermassen zugänglich. Das Antriebssystem ist ein elektrodynamisches, wie das der Kolbendruckkammer. Deshalb sind die früher angegebenen Formeln ohne weiteres auf diesen Fall übertragbar.

Mit den entsprechenden Indizes schreibt sich Formel (8):

$$v_L = \frac{B_L\, U_{eL}\, p\, e^{pt}}{A_L\, p + (R_L + p\, L_L)\,(p^2 + 2\,\lambda_L\, p + \omega_{0L}^2)} \qquad (45)$$

Die Strahlungsimpedanz des Kugelstrahlers nullter Ordnung beträgt:

$$z\,(r_0) = \frac{\varrho_0\, c\, r_0\, p}{c + p\, r_0} \text{ [15]} \qquad (46)$$

Dabei bedeuten:

ϱ_0 Dichte der Luft im Ruhezustand
c Schallgeschwindigkeit
r_0 Radius der atmenden Kugel im Ruhezustand

Der entstehende Schalldruck berechnet sich nach der Formel:

$$P\,(r_0) = v_L \cdot z\,(r_0) \qquad (47)$$

Einsetzen ergibt: $P\,(r_0) =$

$$\frac{B_L\, U_{eL}\, \varrho_0\, c\, r_0\, p^2\, e^{pt}}{(c + p\, r_0)\,[A_L\, p + (R_L + p\, L_L)\,(p^2 + 2\,\lambda_L\, p + \omega_{0L}^2)]} \qquad (48)$$

Die Konstanten des Antriebssystems lassen sich aus dem Verlauf der Eingangsimpedanz bestimmen, nachdem R_L und L_L durch direkte Messung ermittelt worden sind. Als entsprechende atmende Kugel wird diejenige Kugel gewählt, deren Querschnitt gleich der Querschnittsfläche der Schallführung ist.

Numerische Berechnung ergibt: $r = 1{,}17$ cm.

Auf Grund von Formel (48) wurden die Kurven in Fig. 17 und 19 berechnet. Die Abweichungen bei tiefen Frequenzen sind auf Raumeinflüsse, diejenigen bei hohen auf Richtwirkungseffekte und Oberschwingungen der Membran zurückzuführen.

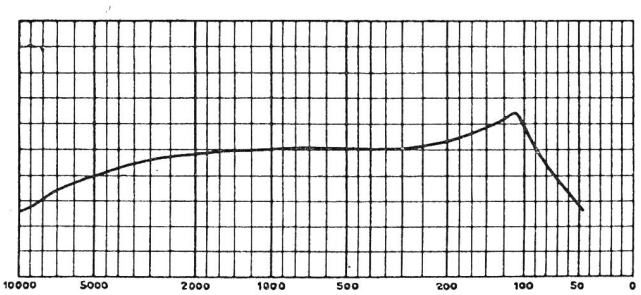

Fig. 19. Amplitudengang des Sprechkopfes: Approximation als atmende Kugel (1 Teilstrich = 5db)

e) Der Einschaltvorgang

Während im Falle des Kondensatormikrophons ein gewisser Vergleich mit dem Experiment noch möglich war, ist im Falle des Lautsprechers wegen der höheren Zahl von unbekannten Parametern eine Angleichung und Diskussion sehr kompliziert.

Die Uebertragungsfunktion errechnet sich wiederum in bekannter Weise mit der Laplacetransformation. Als Sprungfunktion der Lautsprecherspannung wählt man der Einfachheit halber den Einheitssprung. Auf diese Weise erhält man:

$$A\,(t) = \frac{B_L\, \varrho_0\, c\, r_0}{2\,\pi\, j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{p\, e^{pt}\, dp}{[A_L\, p + (R_L + p\, L_L)\,(p^2 + 2\,\lambda_L\, p + \omega_{0L}^2)]\,(c + p\, r_0)} \qquad (49)$$

[15]) *J. B. Crandall.* Theory of Vibrating Systems and Sound. London 1927.

Umgeformt und in der Laplacesymbolik geschrieben:

$$A(t) = \frac{B_L \varrho_0 c}{L_L} L^{-1} \frac{p}{\left[\frac{A_L}{L_L} p + \left(\frac{R_L}{L_L} + p\right)(p^2 + 2\lambda_L p + \omega_{0L}^2)\right]\left(p + \frac{c}{r_0}\right)} \tag{50}$$

Der Integrand ist eine gebrochene rationale Funktion und gestattet eine Partialbruchzerlegung. Zu diesem Zwecke benötigt man die Wurzeln der Gleichung 3. Grades.

$$\frac{A_L}{L_L} p + \left(\frac{R_L}{L_L} + p\right)(p^2 + 2\lambda_L p + \omega_{0L}^2) = 0 \tag{51}$$

Bei geringer Dämpfung ist der Cardan'sche Fall (periodisches System), bei grosser Dämpfung der Casus irreducibilis (aperiodisches System) zu erwarten. Die zahlenmässige Berechnung hat deshalb bereits an dieser Stelle einzusetzen. Nimmt man die Wurzeln als bereits bekannt an, so ist folgende Laplaceumkehrung vorzunehmen:

$$L^{-1} \frac{p}{\prod_{i=1}^{4} (p + p_i)} \tag{52}$$

Dabei sind die $p_{1,2,3}$ die negativen Lösungen der obgenannten Gleichung. p_4 ist eine Abkürzung für $\frac{c}{v_0}$.

Die Partialbruchzerlegung kann folgendermassen angesetzt werden:

$$\frac{p}{\prod_{i=1}^{4} (p + p_i)} = \sum_{i=1}^{4} \frac{A_i}{p + p_i} \tag{53}$$

Die A_i berechnen sich aus der Identität zu:

$$A_i = -\frac{p_i}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{4} (p_k - p_i)} \tag{54}$$

Die gewünschte Laplaceumkehrung lautet:

$$L^{-1} \frac{p}{\prod_{i=1}^{4} (p + p_i)} = \sum_{i=1}^{4} A_i e^{-p_i t} \tag{55}$$

Eingesetzt:

$$A(t) = \frac{B_L \varrho_0 c}{L_L} \left(\sum_{i=1}^{3} A_i e^{-p_i t} + A_4 e^{-\frac{c}{r_0} t} \right) \tag{56}$$

Dies ist auch gerade das Resultat im Falle des Casus irreducibilis der kubischen Gleichung, da hier die p_i reell und aus energetischen Gründen positiv ausfallen.

Im Falle einer Cardan'schen Lösung lauten die entsprechenden Werte:

$$p_1 = \alpha_1$$
$$p_2 = \alpha_2 + j\beta$$
$$p_3 = \alpha_3 - j\beta$$

Die Uebertragungsfunktion kann dann auf die folgende Form gebracht werden:

$$A(t) = \frac{B_L \varrho_0 c}{L_L} \left[C_1 e^{-\alpha_1 t} + C_2 e^{-\frac{c}{r_0} t} + B e^{-\alpha_2 t} \sin(\beta t - a) \right] \tag{57}$$

(57) dürfte den häufiger vorkommenden Fall darstellen. Im Gegensatz zum Kondensatormikrophon zeigt die numerische Berechnung, dass die Eigenschwingung bedeutend langsamer abklingt, als die additiven exponentiellen Anteile. Zeitkonstante und Periodendauer der Eigenschwingung besitzen ungefähr die gleiche Grössenordnung. Die Uebertragungsfunktion ist somit im wesentlichen eine stark gedämpfte harmonische Schwingung. In Wirklichkeit sind die Verhältnisse bedeutend verwickelter, da die schwach gedämpften Oberschwingungen der Lautsprechermembran den Ausgleichsvorgang ebenfalls beeinflussen.

Verstärker

Als drittes wichtiges Uebertragungsglied in elektroakustischen Systemen ist der Niederfrequenzverstärker zu betrachten. Zur Berechnung von Einschwingvorgängen bedarf man deshalb einer formelmässigen Darstellung seines Uebertragungsmasses. Leider kennt man in den meisten Fällen die Eigenschaften seiner Schaltelemente nicht, insbesondere was die Uebertrager und die schädlichen Kapazitäten anbelangt. Die Bestimmung dieser Grössen ist bei fertig verdrahteten Geräten ohne grobe Eingriffe im allgemeinen nicht möglich. Deshalb besteht das Bedürfnis, eine Approximation des Uebertragungsmasses aus gemessenem Amplituden- und Phasengang herzuleiten.

Näherungsweise darf man Niederfrequenzverstärker als Serieschaltung von widerstandsgekoppelten Röhrenstufen und Uebertragern betrachten. Daher sind vorerst die Uebertragungseigenschaften dieser Teilvierpole zu bestimmen.

a) Widerstandsgekoppelte Verstärkerstufe

S = Steilheit der Röhre
R_a = Anodenwiderstand
R_i = Innenwiderstand der Röhre
R_g = Gitterableitwiderstand
C = Kopplungskapazität
C_s = schädliche Kapazität

Es gilt die bekannte Formel:[16])

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{-S R_a}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i} + p C_s R_a\right)\left(1 + \frac{1}{p C R_g}\right)} \tag{58}$$

[16]) *M. J. O. Strutt.* Verstärker und Empfänger. Lehrbuch der drahtlosen Nachrichtentechnik. Berlin 1943.

Sie lässt sich in folgende Form bringen:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{K\mathrm{p}}{(\mathrm{p}+\alpha)(\mathrm{p}+\beta)} \tag{59}$$

Dabei bedingen α den Abfall des Amplitudenganges bei den tiefen Frequenzen, β denjenigen bei den hohen. K ist eine Konstante.

b) Uebertrager

Im betrachteten Frequenzband sind die Spulenwiderstände gegenüber den Induktanzen vernachlässigbar.

L_1, L_2 = Induktivitäten
R_1, R_2 = Sender- und Empfängerwiderstand
σ = Streukoeffizient

Nach den Gesetzen der Vierpoltheorie errechnet sich das Betriebsübertragungsmass zu:

$$g_B = \ln \frac{(\mathrm{p}\,L_1 + R_1)(\mathrm{p}\,L_2 + R_2) - \mathrm{p}^2(1-\sigma)\,L_1 L_2}{2\,\mathrm{p}\sqrt{1-\sigma}\,\sqrt{L_1 L_2}\,\sqrt{R_1 R_2}} \tag{60}$$

Auf Grund dieser Formel lässt sich die Spannungsübersetzung wieder darstellen als:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{K\,\mathrm{p}}{(\mathrm{p}+\alpha)(\mathrm{p}+\beta)} \tag{61}$$

α, β, K haben die gleiche Bedeutung wie in Formel (59).

c) Die Kettenschaltung

Der Verstärker bestehe nun aus n solchen Gliedern. Die Spannungsübersetzung errechnet sich als Produkt von n Funktionen der Art von (59). Abgesehen von einer unwesentlichen multiplikativen Konstante kann man also schreiben:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\mathrm{p}^n}{\prod\limits_{i=1}^{n}(\mathrm{p}+\alpha_i)(\mathrm{p}+\beta_i)} \tag{62}$$

d) Bestimmung der Koeffizienten aus dem gemessenen Phasengang

1. Bestimmung der α_i:

Bei tiefen Frequenzen sind nur die α_i für die Spannungsübersetzung massgebend, und man kann schreiben:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\mathrm{p}^n}{\prod\limits_{i=1}^{n}(\mathrm{p}+\alpha_i)} = \frac{\omega^n}{\prod\limits_{i=1}^{n}(\omega - \mathrm{j}\,\alpha_i)} \tag{63}$$

Für den Phasengang $-a(\omega)$ ergibt sich daraus:

$$\mathrm{tg}\,(-a) = \frac{\omega^{n-1}\sum\alpha_i - \omega^{n-3}\sum\alpha_i\,\alpha_k\,\alpha_l + - \cdots}{\omega^n - \omega^{n-2}\sum\alpha_i\,\alpha_k + - \cdots} \tag{64}$$

Substitutionen:

$$\begin{aligned} M_1 &= \sum \alpha_i \\ M_2 &= \sum \alpha_i\,\alpha_k \\ &\cdots\cdots \\ M_n &= \alpha_1\,\alpha_2 \cdots \alpha_n \end{aligned} \tag{65}$$

Eingesetzt:

$$\mathrm{tg}\,(-a) = \frac{M_1\,\omega^{n-1} - M_3\,\omega^{n-3} + - \cdots}{\omega^n - M_2\,\omega^{n-2} + - \cdots} \tag{66}$$

Einsetzen in n Punkten des untern Phasenastes ergibt n lineare Gleichungen 1. Grades in den Unbekannten M_i, die sich somit leicht ermitteln lassen. Die Grössen M_i sind aber zugleich die Koeffizienten einer Gleichung nten Grades mit den gesuchten α_i als Wurzeln:

$$\alpha^n - M_1\,\alpha^{n-1} + M_2\,\alpha^{n-2} - + \cdots + (-1)^n M_n = 0 \tag{67}$$

Man ersieht, dass für drei und weniger Uebertragungselemente die Koeffizienten α_i explizit erhalten werden können. Für mehr als drei Elemente approximiert man die Lösungen nach der Regula falsi.

2. Bestimmung der β_i:

Was für die tiefen Frequenzen über die α_i ausgesagt wurde, kann ohne weiteres auf die β_i im obern Frequenzband übertragen werden. Für den Phasengang erhält man in ähnlicher Weise:

$$\mathrm{tg}\,(-a) = \frac{-N_{n-1}\,\omega + N_{n-3}\,\omega^3 - + \cdots}{N_n - N_{n-2}\,\omega^2 + - \cdots} \tag{68}$$

Die β_i bestimmen sich als Lösungen der Gleichung:

$$\beta^n - N_1\,\beta^{n-1} + N_2\,\beta^{n-2} - + \cdots + (-1)^n N_n = 0 \tag{69}$$

e) Der Einschaltvorgang[17])

Die Uebertragungsfunktion errechnet sich in bekannter Weise zu:

$$A\,(t) = \mathrm{L}^{-1}\,\frac{\mathrm{p}^{n-1}}{\prod\limits_{i=1}^{n}(\mathrm{p}+\alpha_i)(\mathrm{p}+\beta_i)} \tag{70}$$

Ansatz der Partialbruchzerlegung:

$$\frac{\mathrm{p}^{n-1}}{\prod\limits_{i=1}^{n}(\mathrm{p}+\alpha_i)(\mathrm{p}+\beta_i)} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{A_i}{\mathrm{p}+\alpha_i} + \frac{B_i}{\mathrm{p}+\beta_i}\right) \tag{71}$$

[17]) *G. Krocker* und *S. Felgentreu*. Das Verhalten des Widerstands-Kapazitäts-gekoppelten Verstärkers bei Schaltvorgängen. Telegr.- und Fernsprech-Techn., 22. Jg., 1933, Nr. 11, S. 277.

Aus der Identität folgt:

$$\left.\begin{aligned} A_i &= \frac{(-\alpha_i)^{n-1}}{(\alpha_1-\alpha_i)\cdots(\alpha_{i-1}-\alpha_i)(\alpha_{i+1}-\alpha_i)\cdots(\alpha_n-\alpha_i)\prod\limits_{k=1}^{n}(\beta_k-\alpha_i)} \\ B_i &= \frac{(-\beta_i)^{n-1}}{(\beta_1-\beta_i)\cdots(\beta_{i-1}-\beta_i)(\beta_{i+1}-\beta_i)\cdots(\beta_n-\beta_i)\prod\limits_{k=1}^{n}(\alpha_k-\beta_i)} \end{aligned}\right\} \tag{72}$$

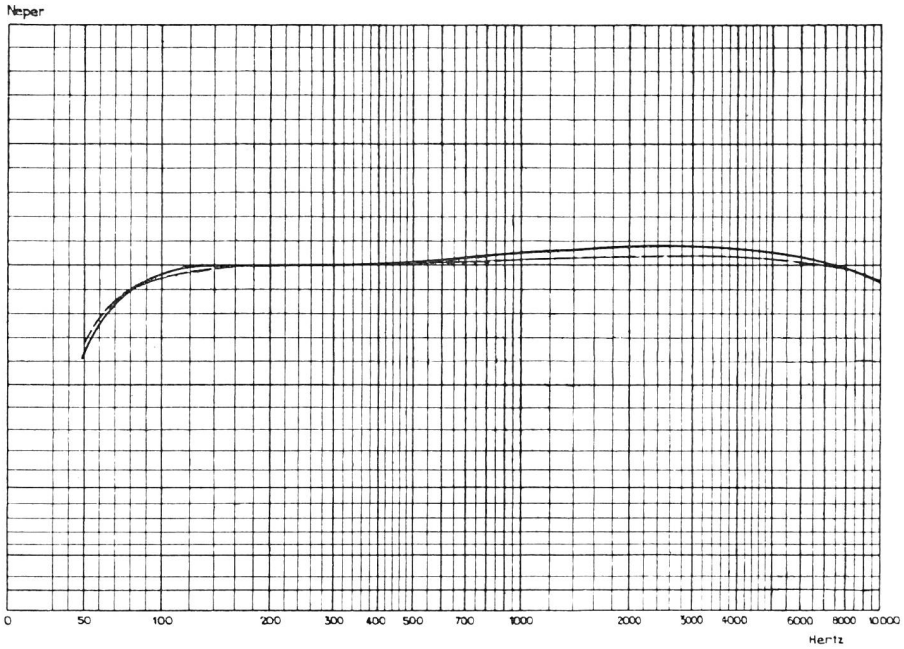

Fig. 20. Amplitudengang der Kettenschaltung Vorverstärker-Leistungsverstärker
———— Messung
— — — — Approximation durch 8 gleiche Glieder, 1 Teilstrich = 0,1 Neper

Damit erhält man für die Uebertragungsfunktion den Ausdruck:

$$A(t) = \sum_{i=1}^{n} (A_i e^{-\alpha_i t} + B_i e^{-\beta_i t}) \qquad (73)$$

Falls einige Koeffizienten α_i und β_i gleich sind, werden die Verhältnisse verwickelter und der formale Aufwand grösser. In diesem Falle ist der sofortige Uebergang zur numerischen Berechnung zu empfehlen.

f) Approximation mit Hilfe von Durchschnittswerten

Die Bestimmung der Koeffizienten nach der oben beschriebenen Art ist etwas umständlich. Bedeutend einfacher wird die Berechnung, wenn die α_i und die β_i unter sich gleich sind. Da aber das zu übertragende Frequenzband für alle Teilvierpole dasselbe ist, werden sich ihre Koeffizienten nicht sehr stark von einander unterscheiden. Deshalb kann man zur approximativen Berechnung

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = \alpha$$

und

$$\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_n = \beta$$

wählen, wobei α und β in gewissem Sinne Mittelwerte darstellen.

Die Spannungsübersetzung schreibt sich dann als

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p^n}{(p+\alpha)^n (p+\beta)^n} \qquad (74)$$

Dass die wirklichen Verhältnisse gut wiedergegeben werden, zeigen die Fig. 20 und 21.

Die Uebertragungsfunktion nimmt in diesem Falle die folgende Form an:

$$A(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{p^{n-1} e^{pt}}{(p+\alpha)^n (p+\beta)^n} dp \qquad (75)$$

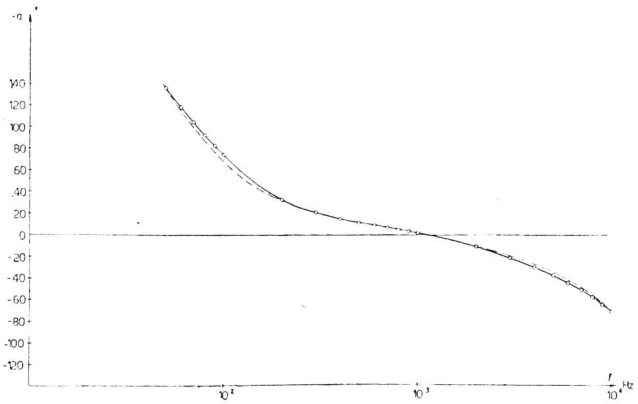

Fig. 21. Phasengang der Kettenschaltung Vorverstärker-Leistungsverstärker
———— Messung
— — — — Approximation durch 8 gleiche Glieder

Der Integrationsweg kann um die Singularitätsstellen $-\alpha$ und $-\beta$ zusammengezogen werden.

$$A(t) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{-\alpha} \frac{e^{pt} p^{n-1} dp}{(p+\alpha)^n (p+\beta)^n} + \frac{1}{2\pi j} \oint_{-\beta} \frac{e^{pt} p^{n-1} dp}{(p+\alpha)^n (p+\beta)^n} \qquad (76)$$

Zur Abkürzung schreibt man:

$$A(t) = J_{-\alpha} + J_{-\beta}$$

$J_{-\alpha}$ und $J_{-\beta}$ sind analog gebaut, so dass man nach Berechnung von $J_{-\alpha}$ unmittelbar auch $J_{-\beta}$ angeben kann.

Der Integrand kann als Funktion von $p + \alpha$ dargestellt werden.

$$J_{-\alpha} = \frac{e^{-\alpha t}}{2\pi j} \oint_{-\alpha} \frac{e^{(p+\alpha)t}\,[(p+\alpha)-\alpha]^{n-1}\,dp}{(p+\alpha)^n\,[(p+\alpha)+(\beta-\alpha)]^n} \tag{77}$$

Es sind nun folgende Reihenentwicklungen vorzunehmen:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{1}{[(p+\alpha)+(\beta-\alpha)]^n} &= \frac{1}{(\beta-\alpha)^n} \sum_{\mu=0}^{\infty} (-1)^\mu \binom{n+\mu+1}{\mu} \frac{(p+\alpha)^\mu}{(\beta-\alpha)^\mu} \\
[(p+\alpha)-\alpha]^{n-1} &= \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n-1}{k} \alpha^k (p+\alpha)^{n-k-1} \\
e^{(p+\alpha)t} &= \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(p+\alpha)^\nu t^\nu}{\nu!}
\end{aligned}\right\} \tag{78}$$

Eingesetzt:

$$J_{-\alpha} = \frac{e^{-\alpha t}}{(\beta-\alpha)^n} \cdot \frac{1}{2\pi j} \oint_{-\alpha} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\infty} (-1)^{k+\mu} \frac{t^\nu}{\nu!} \frac{\alpha^k}{(\beta-\alpha)^\mu} \binom{n-1}{k} \binom{n+\mu-1}{\mu} (p+\alpha)^{\mu+\nu-k-1}\,dp \tag{79}$$

Nach der Funktionentheorie gilt:

$$\frac{1}{2\pi j} \oint_{-\alpha} (p+\alpha)^m\,dp = \begin{cases} 1 & m = -1 \\ 0 & m \neq -1 \end{cases} \tag{80}$$

Der Integrand liefert also nur Beiträge für

$$\mu + \nu - k - 1 = -1$$

oder

$$\mu = k - \nu$$

Dabei kann v nur noch von o bis k laufen, was ergibt:

$$J_{-\alpha} = \frac{e^{-\alpha t}}{(\beta-\alpha)^n} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \left(\frac{\alpha}{\beta-\alpha}\right)^k \sum_{\nu=0}^{k} (-1)^\nu \binom{n+k-\nu-1}{k-\nu} (\beta-\alpha)^\nu \frac{t^\nu}{\nu!} \tag{81}$$

Der Summenausdruck stellt ein Polynom vom Grade (n—1) dar und man kann schreiben:

$$J_{-\alpha} = \frac{e^{-\alpha t}}{(\beta-\alpha)^n} \sum_{\nu=0}^{n-1} A_\nu t^\nu \tag{82}$$

Die Koeffizienten A_ν berechnen sich nach der Formel:

$$A_\nu = \frac{(-1)^\nu (\beta-\alpha)^\nu}{\nu!} \sum_{k=\nu}^{n-1} \binom{n-1}{k} \binom{n+k-\nu-1}{k-\nu} \left(\frac{\alpha}{\beta-\alpha}\right)^k \tag{83}$$

Analog folgt:

$$J_{-\beta} = \frac{e^{-\beta t}}{(\alpha-\beta)^n} \sum_{\nu=0}^{n-1} B_\nu t^\nu \tag{84}$$

mit

$$B_\nu = \frac{(-1)^\nu (\alpha-\beta)^\nu}{\nu!} \sum_{k=\nu}^{n-1} \binom{n-1}{k} \binom{n+k-\nu-1}{k-\nu} \left(\frac{\beta}{\alpha-\beta}\right)^k \tag{85}$$

Die Uebertragungsfunktion lautet:

$$A(t) = \frac{e^{-\alpha t}}{(\beta-\alpha)^n} \sum_{\nu=0}^{n-1} A_\nu t^\nu + \frac{e^{-\beta t}}{(\alpha-\beta)^n} \sum_{\nu=0}^{n-1} B_\nu t^\nu \tag{86}$$

Durch die Annahme gleicher Verstärkerelemente gehen hiernach je n Exponentialfunktionen in eine einzige über, welche multiplikativ mit einem Polynom (n—1)ten Grades verbunden ist.

Die hier verwendete Rechnungsmethode ist die für Probleme mit mehrfachen Wurzeln übliche. Doetsch gibt in seinem Buche eine auf diesem Wege erhaltene allgemeine Formel zur Berechnung solcher Fälle an. Indessen erwies sich ihre Anwendung auf den vorliegenden Spezialfall als schwieriger, als das oben beschriebene Vorgehen.

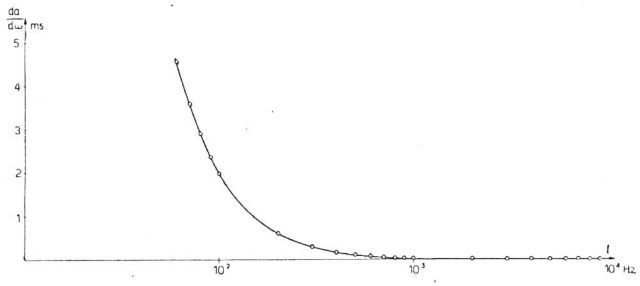

Fig. 22. Gruppenlaufzeit der Kettenschaltung Vorverstärker-Leistungsverstärker

Elektro-akustische Systeme

Als Prototyp eines elektro-akustischen Systems darf folgende Kettenschaltung gelten:

Kondensatormikrophon-Verstärker-Lautsprecher.

Die Leitungen seien ideal und werden deshalb vernachlässigt.

Die Elemente dieser Kette sind nun Vierpole, deren Uebertragungsmasse bekannt sind.

Nach den Gesetzen der Vierpoltheorie lässt sich sofort aussagen:

Der Gesamtamplitudengang ist gleich der Summe der Einzelamplitudengänge.

Der Gesamtphasengang ist gleich der Summe der Einzelphasengänge.

Der Gesamtübertragungsoperator ist gleich dem Produkt der Einzelübertragungsoperatoren.

Daraus folgt:

Die Gesamtübertragungsfunktion ist das Faltungsprodukt des Einheitssprunges mit den Einzelübertragungsfunktionen. Man kann sich ohne weiteres unter Verzicht des formalen Aufwandes einer expliziten Berechnung ein Bild der Uebertragungsfunktion machen.

Wie gezeigt wurde, sind die einzelnen Uebertragungsoperatoren gebrochene rationale Funktionen. Bei der Produktbildung bleibt diese Eigenschaft erhalten. Die vorhandenen Pole bleiben in ihrer Vielheit bestehen, falls nicht der sehr unwahrscheinliche Fall eintritt, dass die Singularitätsstellen zweier oder aller Einzelübertragungsoperatoren teilweise oder ganz zusammenfallen. Unter Ausschluss dieses seltenen Sonderfalles besitzt die Partialbruchzerlegung die gleichen Nenner, und die Gesamtübertragungsfunktion ergibt sich als lineares Aggregat der in den Einzelübertragungsfunktionen enthaltenen Funktionen. In Fällen, wo zwei verschiedene trigonometrische Funktionen gleicher Kreisfrequenz in einer einzigen vereinigt wurden, tritt eine Phasenverschiebung auf. Die Kenntnis der Eigenschaften der einzelnen Uebertragungselemente lässt also unmittelbar Schlüsse auf das Verhalten der Kettenschaltung zu.

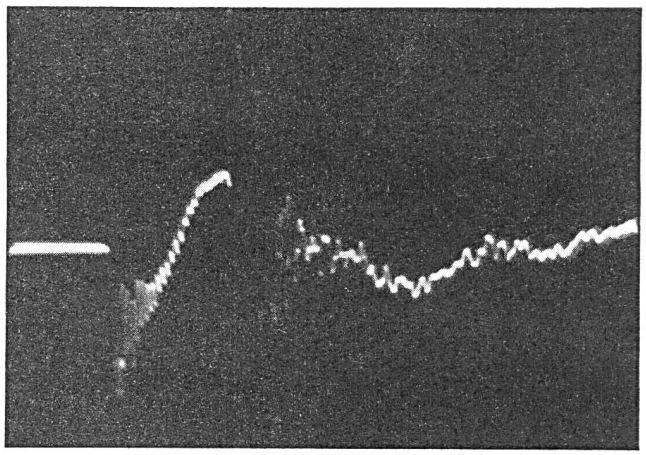

Fig. 23. Übertragungsfunktion eines elektro-akustischen Systems, bestehend aus Kondensatormikrophon-Verstärker-Lautsprecher. (33 mm = 10 msek.)

Fig. 23 zeigt die Uebertragungsfunktion eines entzerrten Systems, bestehend aus Kondensatormikrophon, Vorverstärker, Leistungsverstärker und Sprechkopf. Die kleinen Oszillationen sind Oberschwingungen der Lautsprechermembran. Das System besitzt im interessierenden Frequenzbereich gesamthaft Laufzeitdifferenzen, welche kleiner als 10 Millisekunden sind, was auf Grund von Hörversuchen als zulässig bezeichnet werden darf.

Mein besonderer Dank gebührt der Generaldirektion PTT für die Möglichkeit, in der Abteilung für Versuche und Forschung arbeiten zu können und den Herren PD W. Furrer, Ing. H. Weber, und Prof. Dr. H. König für die Anregung zu dieser Arbeit und ihre Unterstützung im Laufe der Entwicklung.

Musikübertragungsanlagen mit individueller Programmwahl in Spitälern, Sanatorien, Hotels und Appartementhäusern

Von *E. Beutler*, Bern 621.395.97

Ueber die Gesundheitsschulung im Krankenhaus entnehmen wir einem gleichlautenden Artikel der Veska-Zeitschrift[1]) folgende interessante Stelle:

«Es gehört zu den wichtigsten Aufgaben des Krankenhausdienstes, den Patienten auch seelisch zu pflegen. Der niedergedrückte Kranke besitzt eine die Heilung hemmende Disposition. Vielfach wird ein Patient, insbesondere wenn er aus seiner Gesundheit und dem tätigen Alltag plötzlich herausgerissen ist, allein schon die ihm ungewohnte Atmosphäre des Krankenhauses leicht als deprimierend empfinden. Deshalb besteht die bekannte Tendenz, das Einspinnen des Kranken in seine Leiden von

[1]) VESKA-Zeitschrift. Offizielles Organ des Verbandes Schweiz. Krankenanstalten (VESKA), 2. Jg., 1938, Nr. 6, S. 150.