

<b>Zeitschrift:</b>	Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung
<b>Band:</b>	19 (1941)
<b>Heft:</b>	6
<b>Artikel:</b>	Erzwungenen elektromagnetische Schwingungen am Ellipsoid und an der Kugel bei zonaler Anregung : vorläufige Mitteilung
<b>Autor:</b>	Metzler, E.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-873340">https://doi.org/10.5169/seals-873340</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 29.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# TECHNISCHE MITTEILUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON DER SCHWEIZ. TELEGRAPHEN- UND TELEPHON-VERWALTUNG

# BULLETIN TECHNIQUE

PUBLIÉ PAR L'ADMINISTRATION DES TÉLÉGRAPHES ET DES TÉLÉPHONES SUISSES

# BOLLETTINO TECNICO

PUBBLICATO DALL'AMMINISTRAZIONE DEI TELEGRAFI E DEI TELEFONI SVIZZERI



**Inhalt — Sommaire — Sommario:** Erzwungene elektromagnetische Schwingungen am Ellipsoid und an der Kugel bei zonaler Anregung. — Eine ferngesteuerte Radioempfangsanlage. — Der Zweiseilchen-Impulsschreiber ohne Verstärker. L'impulso-graphe à deux circuits enregistreurs sans amplificateur. — Statistique téléphonique mondiale à fin 1939. — Telephonanschlüsse in Berggebieten. — Die Rolle der technischen Bibliothek. — Verschiedenes. Divers: Telegraphenstangen. — Un nuovo film sul telefono. — Des fils téléphoniques engins de culture physique. — Elektroakustik an der E. T. H. — Du temps où les fils téléphoniques obscurcissaient les rues. — Télédifusion. — Die Störungsstelle. — Werbung überall! — Exploitation de la télévision. — Aus den Kindertagen der Trambahnen. — Zur Geschichte des Kohlepapiers. — Eine, wo uf der Höchi isch. — L'automobiliste novice et les monteurs du téléphone. — Experiments in einer Fabrik für Telephonapparate. — 750 Jahre Bern. — Fachliteratur. Littérature professionnelle: Neuerwerbungen der Bibliothek der Telegraphenverwaltung. Nouvelles acquisitions de la bibliothèque de l'administration des télégraphes. Nuovi acquisti della biblioteca dell'amministrazione dei telegrafi. — An unsere Abonnenten. A nos Abonnés. Ai nostri Abbonati. — Personalnachrichten. Personnel. Personale: Ehrung des Generaldirektors der PTT.

## Erzwungene elektromagnetische Schwingungen am Ellipsoid und an der Kugel bei zonaler Anregung.

Vorläufige Mitteilung.

E. Metzler.

Die Umformung der Maxwellschen Feldgleichungen auf krummlinige orthogonale Koordinaten führte verhältnismässig früh, am Stande und an der damaligen Entwicklung praktischer Untersuchungen elektromagnetischer Schwingungen gemessen, zur exakten Formulierung und theoretischen Lösung des Schwingungsproblems an geometrisch und elektrisch wohldefinierten Körpern. Die notwendige Separierbarkeit der entstehenden Differentialgleichungen, d. h. der *Schwingungsgleichung*, ergab sich für elliptische Koordinaten und ihre Grenzfälle, d. s. die Kugel und das Paraboloid. So liegen denn im Zeitraum bis etwa 1910 eine Reihe klassischer Arbeiten über den Gegenstand vor, die, ausgehend von der Schwingungsgleichung, sich z. B. befassen mit den elektromagnetischen Schwingungen am leitenden *Ellipsoid*, *Paraboloid* (M. Abraham) und an der *Kugel* (G. Mie, P. Debye).

Allen diesen Arbeiten ist eigen, dass keine inneren Energiequellen auftreten; es handelt sich also um *Eigenschwingungsprobleme* oder solche, bei denen der betrachtete Körper den räumlichen Verlauf eines einfallenden *fremden Feldes* beeinflusst. Offenbar sah man gewisse Schwierigkeiten in der Problemstellung bei vorhandenen *inneren Energiequellen* und die Diff. Gl.-Methode war durch die bekannten Arbeiten im Prinzip gewissermassen ausgeschöpft.\*)

Die Technik aber arbeitet mit Hochfrequenzgeneratoren, die den Strahlergebnissen fortwährend Energie zuführen. In einer grundlegenden Arbeit über „die Greensche Funktion der Schwingungs-

gleichung“ (Jahresbericht der D. Math. Vereinigung 21, 1912) legte A. Sommerfeld die Richtlinien fest, welche für die Behandlung des Schwingungsproblems bei vorhandenen Quellen massgebend sein müssen. Insbesondere führte er den Ausdruck  $e^{j\chi R}/R$  als *Greensche Funktion* des *unbegrenzten dreidimensionalen Gebietes* ein. In der Tat werden die retardierten elektromagnetischen *Potentiale*, die eine besondere Form der Maxwellschen Feldgleichungen darstellen, quellenmässig mit Hilfe der Funktion  $e^{j\chi R}/R$  dargestellt.

An Arbeiten über das Strahlungsproblem unter Zuhilfenahme der retardierten Potentiale (oder, was bis auf die Zeitableitung dasselbe ist, des *Hertzschen Vektors*) hat es in neuerer Zeit nicht gefehlt. Hier verdienen besonders die exakten Untersuchungen der *Eigenschwingungen* durch Hallén, wobei die Koordinatenbeschränkung wegfällt, besondere Beachtung. Allerdings lassen auch die neuesten Arbeiten eine konkrete systematische Berücksichtigung der Wirkung innerer eingeprägter Kräfte vermissen. Von den modernen, meist im Zusammenhang mit *technischen Problemen* aufgefassten Arbeiten wird, soweit dies nötig ist, in einer in Vorbereitung befindlichen Veröffentlichung die Rede sein. Fragen, welche von grosser Wichtigkeit sind, bleiben so konkret abzuklären. Wir erwähnen z. B. das Nahfeld, den Strahlungswiderstand, das Reziprozitätsprinzip u. a. m.

### I.

Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, das Problem des durch *innere eingeprägte Kräfte* erregten

\*) In neuester Zeit sind besonders Hohlräumschwingungen mittels der Diff. Gl.-Methode vielfach behandelt worden.

Strahlers auf exakter Grundlage zu untersuchen.\*). Im folgenden seien einige grundsätzliche Resultate angegeben; eine eingehende Darstellung der Gedankengänge soll durch die in Vorbereitung befindliche Veröffentlichung erfolgen.

Wesentlich für die Untersuchung ist die Erweiterung der 2. Maxwellschen Feldgleichung durch die Hinzunahme einer *inneren eingeprägten Kraft*.

$$\text{rot } (\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_i^{(e)}) = - \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \mathfrak{B}$$

Ausgehend von den Feldgleichungen in rotationssymmetrischen, elliptischen Koordinaten mit den Bezeichnungen von Abraham  $u, v, w$  definieren wir den Strahlungsraum  $u_0 \leq u \leq \infty$  mit den Konstanten  $\varepsilon_a, \mu_a$  und einen elektrisch leitenden Innenraum, gegeben durch  $e \leq u \leq u_0$  ( $\sigma, \varepsilon_i, \mu_i$ ). Das den Innenraum darstellende Ellipsoid (Symmetrie um die Hauptachse) möge durch die Hyperboloidfläche  $v = v_s$  unterteilt werden. In dieser Schnittfläche wirke die eingeprägte Kraft  $\mathfrak{E}_i^{(e)}$ . Wir treffen sofort die weitere Verfügung (deren Zulässigkeit die Rech-

nung erweist), dass der Innenraum aus einer dünnen, leitenden Schale ( $\sigma, \varepsilon_i, \mu_i$ ) und einem Hohlraum ( $\varepsilon, \mu$ ) besteht. Die Dicke der Schale kann von der Größenordnung der doppelten Eindringtiefe der Schwingungen angenommen werden, aber jedenfalls so, dass sie diese etwas übertrifft, d. h. die Wellen dringen nicht bis zur inneren Grenzfläche vor und stören sich gegenseitig nicht, wenn man auch die Schwingungen des Hohlraums in Betracht zieht. Weiter setzt man den inneren Widerstand des die Kraft  $\mathfrak{E}_i^{(e)}$  erzeugenden Generators als verschwindend klein voraus, demgemäß auch die *Kopplung* über den Generator zwischen den notwendigerweise auftretenden *Schwingungen des Hohlraumes* und dem *Aussenfeld* vernachlässigbar klein wird. Die Zeitabhängigkeit sei durch den Faktor  $e^{-i\omega t}$  gegeben ( $\omega$  Kreisfrequenz der Generatorenspannung). Das rotationssymmetrische Feld ist charakterisiert durch  $\mathfrak{E}_w = \mathfrak{H}_u = \mathfrak{H}_v = 0$ . Bezeichnet man wie üblich die magnetische Umlaufspannung mit  $M$ , so lauten nun die Diff.Gl. für den Innen- bzw. Außenraum symbolisch geschrieben:

$$(1) \quad (u^2 - e^2) M_{uu} + (1 - y^2) M_{yy} + x_i^2 (u^2 - e^2 y^2) M_i = \begin{cases} - \frac{4\pi\sigma\mu_i - j\varepsilon_i\mu_i\omega}{c} (u^2 - e^2 \eta_s^2) \rho_s \text{rot } \mathfrak{E}_i^{(e)} & v = e\eta_s \\ 0 & v \neq v_s \end{cases}$$

$$(u^2 - e^2) M_{uu} + (1 - y^2) M_{yy} + x_a^2 (u^2 - e^2 y^2) M_a = 0$$

( $e$  bedeutet in diesem Zusammenhang die lin. Exzentrizität)

Die Einführung der Verhältniszahl  $y = \frac{v}{e}$  als neue Veränderliche an Stelle der reellen Hyperbelhalbachse  $v$  brachte den Vorteil, dass ohne Schwierigkeiten der Grenzübergang  $e \rightarrow 0$  vollzogen werden kann.

Der weitere Rechnungsgang soll kurz skizziert werden.

$$\text{da} \quad \text{rot } ((\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_i^{(e)}) + j\frac{\omega}{c} \mathfrak{A}) = 0 \quad \text{oder: } \text{rot } (\mathfrak{E} + j\frac{\omega}{c} \mathfrak{A}) = \begin{cases} \text{rot } \mathfrak{E}_i^{(e)} & y = \eta_s \\ 0 & y \neq \eta_s \end{cases}$$

gilt  $\int \text{rot } (\mathfrak{E} + j\frac{\omega}{c} \mathfrak{A}) \, df = - \oint \text{grad } \varphi \, ds + \oint \mathfrak{E}_i^{(e)} \, ds = 0 + E_0$  (E M K des Generators).

Das *skalare Potential*  $\varphi$  setzt sich zusammen aus zwei Teilstücken, herrührend von der Ladungsverteilung auf  $u_0$  beidseitig der Erregungszone  $y = \eta_s$ .  $\varphi$  erleidet ferner beim Durchgang durch  $\eta_s$  einen Sprung von der Grösse der Generator E M K. Wegen  $\text{div } \mathfrak{A} = - \frac{1}{c} \frac{d\varphi}{dt}$  schliessen wir, dass

$\mathfrak{A}$  selbst stetig verläuft, dagegen in  $\eta_s$  einen „Knick“

\*) Kurz vor der Fertigstellung dieser Mitteilung machte mich Hr. Prof. Dr. F. Tank freundlichst auf eine Arbeit (in drei Aufsätzen) von J. A. Stratton und L. J. Chu, erschienen im „Journal of applied physics“, March 1941, aufmerksam. In dieser Arbeit findet sich eine Problemstellung ähnlich der unsrern mit dem grundsätzlichen Unterschied allerdings, dass die Autoren die Verbindung der exakten Feldgleichungen mit den angenommenen eingeprägten Kräften über die besondere Form des Ohmschen Gesetzes  $i = (\mathfrak{E} + \mathfrak{E}_i^{(e)}) \sigma$  herzustellen suchen; dabei entstehen Schwierigkeiten in Form divergenter Reihen. In unserem Fall dagegen führt die Berücksichtigung der Fremdkräfte über die 2. Feldgleichung zur Diff. Gl. der Greenschen Funktion für den Innenraum.

aufweist, der einen Sprung der Ableitung  $\mathfrak{A}_y$  bedingt, dies alles in Uebereinstimmung mit dem Verhalten der Funktion  $M_i(u, y)$  in  $y = \eta_s$ .

Zur Separierung und Lösung von (1) darf mit Rücksicht auf die geringe Dicke der Schale rechts  $u$  durch einen festen Wert, wir wählen den Parameter der äusseren Grenzfläche  $u_0$ , ersetzt werden.

Die *Grenzbedingungen* an der äusseren Trennfläche  $u_0$  verlangen den *stetigen Übergang von*  $\mathfrak{E}_{\text{tang}}$  und  $\mathfrak{H}$ , ferner entsteht eine *Flächendivergenz*  $\text{div } \mathfrak{D} = 4\pi q$ , mit  $q = -\frac{1}{j\omega} I'$ , wo  $I$  den Gesamtleitungsstrom bedeutet. In den singulären Punkten  $y = \pm 1$  muss überdies  $M$  wegen der notwendigen Endlichkeit der Feldkräfte genügend stark verschwinden.

Die Separierung von (1) führt nun für den Innenraum bzw. Außenraum auf die beiden Diff. Gleichungen. (Im Außenraum ist auch (3) homogen.)

$$(2) \quad \frac{d^2 \mathcal{H}}{d u^2} + \left( \frac{x^2 u^2 - \lambda}{u^2 - e^2} \right) \mathcal{H} = 0$$

$$(3) \quad \frac{d^2 \mathcal{E}}{d y^2} + \left( \frac{\lambda - x^2 e^2 y^2}{1 - y^2} \right) \mathcal{E} = \begin{cases} -k (u_0^2 - e^2 \eta_s^2) \rho_s \operatorname{rot} \mathfrak{E}_i^{(e)} & y = \eta_s \\ 0 & y \neq \eta_s \end{cases}$$

$$\text{Innenraum: } x_i = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon_i \mu_i \omega^2 + j 4 \pi \sigma \mu_i \omega}$$

$$\text{Aussenraum: } x_a = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$$

$$k = \frac{4 \pi \sigma \mu_i - j \varepsilon_i \mu_i \omega}{c}$$

mit dem Produktansatz:  
 $M = \mathcal{H}(u) \mathcal{E}(y)$

Die Lösungen der homogenen Diff. Gl. (3) bilden bei den vorgeschriebenen Randbedingungen ein orthogonales Funktionensystem mit den Eigenwerten  $\lambda_n$ . Die Lösungen von (2) und (3) lassen sich allgemein durch Reihenentwicklungen darstellen; sie gehen insbesondere für  $e = o$  in die bekannten, der Kugel eigentümlichen Funktionen über. Zur Lösung der un-

homogenen Diff. Gl. (3) kann der Parameter  $\lambda = 0$  (was sicher kein Eigenwert ist) gesetzt werden.\*)

## II

Zum Zweck einer übersichtlichen Darstellung durch bekannte tabellierte Funktionen geben wir als Beispiel die Lösung für  $e = o$ . Die Diff. Gl. (2) und (3) lauten dann für die Eigenfunktionen

$$(2') \quad \frac{d^2 \mathcal{H}_n}{d u^2} + \left( x^2 - \frac{\lambda_n}{u^2} \right) \mathcal{H}_n = 0 \quad (3') \quad \frac{d^2 \mathcal{E}_n}{d y^2} + \frac{\lambda_n}{1 - y^2} \mathcal{E}_n = 0$$

$$\text{mit } \int_{-1}^{+1} \frac{\mathcal{E}_n \mathcal{E}_m}{1 - y^2} dy = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases}$$

Die Eigenfunktionen zu (3') sind  $(1 - y^2) \frac{d P_n(y)}{d y}$  mit  $\lambda = n(n+1)$ . Die zugehörigen Lösungen von (2') sind  $\mathcal{H}_n = u^{\frac{1}{2}} C_{n+\frac{1}{2}}(x u)$ , unter  $P_n(y)$  die Legendreschen Polynome, unter  $C_{n+\frac{1}{2}}(x u)$  eine zunächst beliebige Zylinderfunktion verstanden.

$$\text{Aussenfeld: } M_a(u, y) = (1 - y^2) \sum_{n=0}^{\infty} (n) a_n u^{\frac{1}{2}} H^{(1)}_{n+\frac{1}{2}}(x_a u) \frac{d P_n(y)}{d y}$$

$$\text{Innenfeld: } M_i(u, y) = -2 \pi k u^2 \rho_s E_0 [cm^{-1}] e^{-j x_i (u - u_0)} \sqrt{1 - y^2} \sqrt{1 - \eta_s^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n) \frac{n + \frac{1}{2}}{n(n+1)} \frac{P_{n,1}(y) P_{n,1}(\eta_s)}{n(n+1)}$$

$$+ \sqrt{1 - y^2} \sqrt{\frac{u}{u_0}} \sum_{n=0}^{\infty} (n) b_n \frac{J_{n+\frac{1}{2}}(x_i u)}{J_{n+\frac{1}{2}}(x_i u_0)} P_{n,1}(y)$$

Entsprechend unserem Zeitansatz  $e^{-j \omega t}$  musste im Aussenfeld die erste Hankelsche Funktion gewählt werden (wir lassen den diesbezüglichen Index künftig weg). Das Innenfeld setzt sich aus der Reihendarstellung eines symmetrischen Kerns, d. h. der Greenschen Funktion zu (3) und einer zweiten Reihe mit unbestimmten Koeffizienten zusammen. Die Konvergenz der Reihen ist nach allgemeinen Entwicklungssätzen über Eigenfunktionen gesichert, in dessen hängt sie weitgehend von der erregenden Frequenz ab.

Die Konstante  $x_i$  des Innenfeldes hat die Zusammensetzung  $x_i = \frac{1}{c} \sqrt{\varepsilon_i \mu_i \omega^2 + j 4 \pi \sigma \mu_i \omega}$ , setzt man hohe Leitfähigkeit der Schale voraus, so darf geschrieben werden  $x_i \succ (1 + j) \frac{1}{c} \sqrt{2 \pi \omega \sigma \mu_i}$  und

entsprechend:  $k \succ \frac{4 \pi \sigma \mu_i}{c}$  (Vernachlässigung des Verschiebungsstromes im Metall). Die so vereinfachten Konstanten in den Ausdruck für  $M_i$  eingesetzt, lässt sofort den zu erwartenden starken Abfall der Schwingungsamplitude gegen das Schaleninnere erkennen (*Hauteffekt*). Die Ableitung der im Grundbereich  $-1 \leq y \leq +1$  stetigen Funktion  $M_i$  nach  $y$  macht entsprechend der eingeprägten EMK in  $y = \eta_s$  den vorgeschriebenen Sprung.

Nachdem man noch  $\operatorname{rot} \mathfrak{E}_i^{(e)}$  nach einem Grenzübergang durch die EMK des Generators ausgedrückt hat, lauten die vollständigen Lösungen für das Aussen- bzw. das Innenfeld in Gaußschen egs-Einheiten:

$$M_a(u_0, y) = M_i(u_0, y) \quad x^2 a \frac{\partial M_i}{\partial u} \Big|_{u=u_0} = x^2 i \frac{\partial M_a}{\partial u} \Big|_{u=u_0}$$

lassen sich nun auf einfache Weise die noch freien Entwicklungskoeffizienten  $a_n$  und  $b_n$  bestimmen. Dabei ist zu beachten, dass für komplexes, sehr gross werdendes Argument mit positiv imag. Bestandteil asymptotisch gesetzt werden kann:

$$\frac{J_{n+\frac{1}{2}}(x_i u)}{J'_{n+\frac{1}{2}}(x_i u)} = +j \text{ (Ableitung nach dem Argument.)}$$

\*) Für die numerische Berechnung der Eigenwerte  $\lambda_n$  liegen verschiedene Methoden vor (NIVEN, MACLAURIN, MOEGLICH). Man geht praktisch aus von den Lösungen mit  $\lambda_n = n(n+1)$  für  $x^2 e^2 = 0$  und untersucht das gestörte Eigenwertproblem. (Siehe hierzu: M. J. O. STRUTT „LAMEsche-MATHIEUsche und verwandte Funktionen in Physik und Technik“ Berlin, Springer 1932). Die gesuchten Eigenfunktionen werden dabei nach abgeleiteten LEGENDREschen Polynomen entwickelt, die Eigenwerte nach steigenden Potenzen des Störungsparameters  $x^2 e^2$ .

Indessen kann man  $\lambda_n = (x e)^2$  setzen und erhält so exakte partikuläre Eigenfunktionen der Diff. Gl. (3) als  $\cos(n - \frac{1}{2}) \pi y$  bzw.  $\sin(n - \frac{1}{2}) \pi y$  mit den Eigenwerten  $(n - \frac{1}{2})^2 \pi^2$  und  $(n \pi)^2$ . In der Nähe dieser Eigenwerte entwickelt man nach der Störungstheorie in FOURIER-Reihen. Auf diesen Umstand ist u. W. bis jetzt nicht hingewiesen worden.

Es ergeben sich:

$$b_n = 2\pi k u_0^2 E_0 / \text{cm}^{-1} \sqrt{1 - \eta_s^2} \sqrt{\frac{n + \frac{1}{2}}{n(n+1)}} \frac{P_{n,1}(\eta_s)}{n(n+1)} \cdot \frac{j x_i x_a^* H_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0) + x_i^* \left\{ x_a H'_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0) + \frac{1}{2u_0} H_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0) \right\}}{x_i^* \left\{ x_a H'_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0) + \frac{1}{2u_0} H_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0) \right\} - x_a^* \left\{ \frac{1}{2u_0} - j x_i \right\} H_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0)}$$

$$a_n = \frac{b_n - 2\pi k u_0^2 E_0 / \text{cm}^{-1} \sqrt{1 - \eta_s^2} \frac{n + \frac{1}{2}}{n(n+1)} \frac{P_{n,1}(\eta_s)}{n(n+1)}}{u_0^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}(x_a u_0)}$$

Zufolge der guten Leitfähigkeit der Schale ( $x_i \gg x_a$ ) lassen sich für die numerische Rechnung sofort wesentliche Vereinfachungen in diesen Koeffizienten-Ausdrücken erzielen.

### III

Damit ist nun das Feld im Innenraum und im Aussenraum vollständig bestimmt. Im Rahmen dieser Mitteilung weisen wir noch kurz auf einige physikalisch und in mancher Beziehung auch technisch wichtige Schlüsse hin, die sich auf Grund der vorliegenden Resultate durch einfache numerische Auswertung erzielen lassen.

1. Wählt man  $E_0 = 1$  (Volt), so ergibt Division durch den in  $\eta_s$  fliessenden Totalstrom ( $= M(u_0, \eta_s)$ ) den Scheineingangswiderstand oder m. a. W. die Strahlungsimpedanz  $Z_s$ . Die Resonanzstellen können graphisch ermittelt werden.

2. Die zugeführte Leistung vermindert um die ausgestrahlte Leistung (zu berechnen als  $\int S_n d\Omega$ : mit

$$S = \frac{c}{4\pi} [E \cdot H] \text{ über die Kugel mit sehr grossem}$$

Radius) ergibt die Verlustleistung im Leiter.

Es besteht eine interessante Reziprozität zwischen Ursache und Wirkung, wie aus der Symmetrie von  $M$  in  $y$  und  $\eta_s$  hervorgeht.

Eine technisch wichtige Verallgemeinerung der Idee der eingeprägten Einzelkraft ergibt sich, wenn  $\mathfrak{E}_i^{(e)}$  nicht als EMK eines Generators auftritt, sondern als lokalisierter Spannungsabfall, verursacht durch den passierenden Gesamtleitungsstrom an

einem *passiven Element* beliebiger Zusammensetzung (Belastung durch Induktivitäten, Kapazitäten und Widerstände). Der Rechnungsgang ist dem vorstehenden völlig analog, wobei allerdings (wenn man nicht freie Schwingungen untersucht) eine weitere Sprungfunktion für die Generatorzone hinzunehmen ist. (Ueber solche zusammengesetzte Funktionen vgl. z. B. Courant Hilbert, 2. Aufl., I, pag. 312.)

Die *Schwingungen des Hohlraumes*, deren Existenz wir bei den gemachten Voraussetzungen annehmen mussten, erhält man einfach durch Ansatz analog dem Aussenfeld, wobei die Hankelschen Funktionen durch gewöhnliche Besselsche Funktionen zu ersetzen sind, die Wellendichte errechnet sich aus  $\epsilon, \mu$ .

Ueberhaupt könnte die Behandlung der Schwingungen in Hohlräumen aller Art durch Einführung von Erregungszonen ähnlich dem gegebenen Beispiel u. U. hübsche Resultate zeitigen.

**Zusammenfassung.** Die Differentialgleichung durch innere eingeprägte Kräfte erzwungener elektrischer Schwingungen am verlängerten Rotationsellipsoid wird aufgestellt und für den Grenzfall der Kugel exakt gelöst. Die Erregungszone ist beliebig. Der erweiterte gleiche Ansatz gestattet auch, die Wirkung konzentrierter Belastungen (Induktivitäten, Kapazitäten, Widerstände) rechnerisch zu erfassen. Die Annahme eines fremden Außenfeldes ermöglicht mit entsprechendem Ansatz eine exakte Lösung des Empfangsproblems. An Stelle der aktiven Erregungszone tritt dann eine solche mit passiven Eigenschaften (Absorption im Empfänger). Ferner kann diese Art der Erregung auf Hohlräumschwingungen angewendet werden (Zylinder, Ellipsoid, Paraboloid, Kugel, Kegel usw.).

Eingegangen am 18. September 1941.

## Eine ferngesteuerte Radioempfangsanlage.

W. Rüegg, Bern.

621.398:621.396.722

### I. Allgemeines.

Einer Amtsstelle war es starker Bahn- und anderer Störungen wegen öfters nicht oder nur sehr schwer möglich, die gewünschten Radiosendungen zu empfangen. Wie Versuche ergaben, war es ähnlicher Verhältnisse wegen auch in der weiten Umgebung der Amtsstelle ausgeschlossen, einen störungsfreien Empfang zu verwirklichen, weil die aufzunehmenden Sender mit sehr geringer Feldstärke, verschiedenen Richtungen und stark verschiedenen Wellenlängen einfallen. Da eine Verlegung der Abhörstelle nicht in Frage kam, blieb nur übrig, die betreffenden Sendungen weit von der Amtsstelle entfernt an einem störfreien Ort aufzunehmen, sie dort zu verstärken und sie dann der fraglichen Amtsstelle zuzuführen.

Nachdem ein entsprechender Ort gefunden war, blieb die Frage der Uebertragungsart zu lösen übrig. Dabei war zu berücksichtigen, dass die Aufnahm-

apparatur an Ort und Stelle nicht bedient werden konnte und dass Stationen mit Sendefrequenzen zwischen 75 kHz und 7,5 MHz zu übertragen waren. Wegen der stark verschiedenen und zum Teil sehr hohen zu übertragenden Frequenzen schied eine einfache aperiodische hochfrequente Verstärkung und Uebertragung der aufzunehmenden Signale aus. Da aber auch Sender mit nicht immer genau gleicher Frequenz (umschaltbare, nicht durch Quarze gesteuerte Sender) abgehört werden sollen, kam auch, wenn der Empfänger nicht zu kompliziert und zu teuer werden sollte, eine niederfrequente Uebertragung nicht in Frage. Die Anlage wurde dann so ausgeführt, dass die aufzunehmenden Signale je mit einer weiten bestimmten Frequenz zu einer gut übertragbaren Zwischenfrequenz gemischt werden, die dann verstärkt, mit einer verhältnismässig grossen Bandbreite, der Abhörstelle zugeführt wird.