Erzwungenen elektromagnetische Schwingungen am Ellipsoid und an der Kugel bei zonaler Anregung : vorläufige Mitteilung

Autor(en): **Metzler, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri**

Band (Jahr): **19 (1941)**

Heft 6

PDF erstellt am: **29.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-873340

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

BERN, 1. XII. 1941 № 6 JAHRGANG - ANNÉE - ANNO XIX

TECHNISCHE MITTEILUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON DER SCHWEIZ. TELEGRAPHEN- UND TELEPHON-VERWALTUNG

BULLETIN TECHNIQUE

PUBLIÉ PAR L'ADMINISTRATION DES TÉLÉGRAPHES ET DES TÉLÉPHONES SUISSES

BOLLETTINO TECNICO

PUBBLICATO DALL'AMMINISTRAZIONE DEI TELEGRAFI E DEI TELEFONI SVIZZERI

Inhalt — Sommaire — Sommario: Erzwungene elektromagnetische Schwingungen am Ellipsoid und an der Kugel bei zonaler Anregung. — Eine ferngesteuerte Radioempfangsanlage. — Der Zweischleifen-Impulsschreiber ohne Verstärker. L'impulsographe à deux circuits enregistreurs sans amplificateur. — Statistique téléphonique mondiale à fin 1939. — Telephonanschlüsse in Berggebieten. — Die Rolle der technischen Bibliothek. — Verschiedenes. Divers: Telegraphenstangen. — Un nuovo film sul telefono. — Des fils téléphoniques engins de culture physique. — Elektroakustik an der E. T. H. — Du temps où les fils téléphoniques obscurcissaient les rues. — Télédiffusion. — Die Störungsstelle. — Werbung überall! — Exploitation de la télévision. — Aus den Kindertagen der Trambahnen. — Zur Geschichte des Kohlepapiers. — Eine, wo uf der Höchi isch. — L'automobiliste novice et les monteurs du téléphone. — Experimente in einer Fabrik für Telephonapparate. — 750 Jahre Bern. — Fachliteratur. Littérature professionnelle: Neuerwerbungen der Bibliothek der Telegraphenverwaltung. Nouvelles acquisitions de la bibliothèque de l'administration des télégraphes. Nuovi acquisti della biblioteca dell'amministrazione dei telegrafi. — An unsere Abonnenten. A nos Abonnés. Ai nostri Abbonati. — Personalnachrichten. Personnel. Personale: Ehrung des Generaldirektors der PTT.

Erzwungene elektromagnetische Schwingungen am Ellipsoid und an der Kugel bei zonaler Anregung.

Vorläufige Mitteilung.

E. Metzler.

Die Umformung der Maxwellschen Feldgleichungen auf krummlinige orthogonale Koordinaten führte verhältnismässig früh, am Stande und an der damaligen Entwicklung praktischer Untersuchungen elektromagnetischer Schwingungen gemessen, zur exakten Formulierung und theoretischen Lösung des Schwingungsproblems an geometrisch und elektrisch wohldefinierten Körpern. Die notwendige Separierbarkeit der entstehenden Differentialgleichungen, d. h. der *Schwingungsgleichung*, ergab sich für elliptische Koordinaten und ihre Grenzfälle, d. s. die Kugel und das Paraboloid. So liegen denn im Zeitraum bis etwa 1910 eine Reihe klassischer Arbeiten über den Gegenstand vor, die, ausgehend von der Schwingungsgleichung, sich z. B. befassen mit den elektromagnetischen Schwingungen am leitenden *Ellipsoid, Paraboloid (M. Abraham)* und an der *Kugel (G. Mie, P. Debye)*.

Allen diesen Arbeiten ist eigen, dass keine inneren Energiequellen auftreten; es handelt sich also um *Eigenschwingungsprobleme* oder solche, bei denen der betrachtete Körper den räumlichen Verlauf eines einfallenden *fremden Feldes* beeinflusst. Offenbar sah man gewisse Schwierigkeiten in der Problemstellung bei vorhandenen *inneren Energiequellen* und die Diff. Gl.-Methode war durch die bekannten Arbeiten im Prinzip gewissermassen ausgeschöpft.*)

Die Technik aber arbeitet mit Hochfrequenzgeneratoren, die den Strahlergebilden fortwährend Energie zuführen. In einer grundlegenden Arbeit über „die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung" (Jahresbericht der D. Math. Vereinigung 21, 1912) legte *A. Sommerfeld* die Richtlinien fest, welche für die Behandlung des Schwingungsproblems bei vorhandenen Quellen massgebend sein müssen. Insbesondere führte er den Ausdruck e^{jxR}/R als *Greensche Funktion* des *unbegrenzten dreidimensionalen Gebietes* ein. In der Tat werden die *retardierten elektromagnetischen Potentiale*, die eine besondere Form der Maxwellschen Feldgleichungen darstellen, quellenmässig mit Hilfe der Funktion e^{jxR}/R dargestellt.

An Arbeiten über das Strahlungsproblem unter Zuhilfenahme der retardierten Potentiale (oder, was bis auf die Zeitableitung dasselbe ist, des *Hertzschen Vektors)* hat es in neuerer Zeit nicht gefehlt. Hier verdienen besonders die exakten Untersuchungen der *Eigenschwingungen* durch *Hallén*, wobei die Koordinatenbeschränkung wegfällt, besondere Beachtung. Allerdings lassen auch die neuesten Arbeiten eine konkrete systematische Berücksichtigung der Wirkung innerer eingeprägter Kräfte vermissen. Von den modernen, meist im Zusammenhang mit *technischen Problemen* aufgefassten Arbeiten wird, soweit dies nötig ist, in einer in Vorbereitung befindlichen Veröffentlichung die Rede sein. Fragen, welche von grosser Wichtigkeit sind, bleiben so konkret abzuklären. Wir erwähnen z. B. das Nahfeld, den Strahlungswiderstand, das Reziprozitätsprinzip u. a. m.

I.

Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, das Problem des durch *innere eingeprägte Kräfte* erregten

*) In neuester Zeit sind besonders Hohlraumschwingungen mittels der Diff. Gl.-Methode vielfach behandelt worden.

Strahlers auf exakter Grundlage zu untersuchen.*) Im folgenden seien einige grundsätzliche Resultate angegeben; eine eingehende Darstellung der Gedankengänge soll durch die in Vorbereitung befindliche Veröffentlichung erfolgen.

Wesentlich für die Untersuchung ist die Erweiterung der 2. Maxwellschen Feldgleichung durch die Hinzunahme einer *inneren eingeprägten Kraft.*

$$\boxed{\text{rot}\ (\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_i^{(e)}) = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\mathfrak{B}}$$

Ausgehend von den Feldgleichungen in rotationssymmetrischen, elliptischen Koordinaten mit den Bezeichnungen von Abraham u, v, w definieren wir den Strahlungsraum $u_0 \leq u \leq \infty$ mit den Konstanten ε_a, μ_a und einen elektrisch leitenden Innenraum, gegeben durch $e \leq u \leq u_0$ $(\sigma, \varepsilon_i, \mu_i)$. Das den Innenraum darstellende Ellipsoid (Symmetrie um die Hauptachse) möge durch die Hyperboloidfläche $v = v_s$ unterteilt werden. In dieser Schnittfläche wirke die eingeprägte Kraft $\mathfrak{E}_i^{(e)}$. Wir treffen sofort die weitere Verfügung (deren Zulässigkeit die Rechnung erweist), dass der Innenraum aus einer dünnen, leitenden Schale $(\sigma, \varepsilon_i, \mu_i)$ und einem Hohlraum (ε, μ) besteht. Die Dicke der Schale kann von der Grössenordnung der doppelten Eindringtiefe der Schwingungen angenommen werden, aber jedenfalls so, dass sie diese etwas übertrifft, d. h. die Wellen dringen nicht bis zur inneren Grenzfläche vor und stören sich gegenseitig nicht, wenn man auch die Schwingungen des Hohlraums in Betracht zieht. Weiter setzt man den inneren Widerstand des die Kraft $\mathfrak{E}_i^{(e)}$ erzeugenden Generators als verschwindend klein voraus, demgemäss auch die *Kopplung* über den Generator zwischen den notwendigerweise auftretenden *Schwingungen des Hohlraumes* und dem *Aussenfeld* vernachlässigbar klein wird. Die Zeitabhängigkeit sei durch den Faktor $e^{-j\omega t}$ gegeben (ω Kreisfrequenz der Generatorspannung). Das rotationssymmetrische Feld ist charakterisiert durch $\mathfrak{E}_w = \mathfrak{H}_u = \mathfrak{H}_v = 0$. Bezeichnet man wie üblich die magnetische Umlaufspannung mit M, so lauten nun die Diff.Gl. für den Innen- bzw. Aussenraum symbolisch geschrieben:

$$(u^2 - e^2)\, M_{iuu} + (1 - y^2)\, M_{iyy} + \varkappa_i^2\, (u^2 - e^2 y^2)\, M_i = \begin{cases} -\dfrac{4\pi\sigma\mu_i - j\,\varepsilon_i\,\mu_i\,\omega}{c}\,(u^2 - e^2\eta_s^2)\,\rho_s\,\text{rot}\,\mathfrak{E}_i^{(e)} & v = e\eta_s \\ 0 & v \neq v_s \end{cases}$$

$$(1) \qquad (u^2 - e^2)\, M_{auu} + (1 - y^2)\, M_{ayy} + \varkappa_a^2\, (u^2 - e^2 y^2)\, M_a = 0$$

(e bedeutet in diesem Zusammenhang die lin. Exzentrizität)

Die Einführung der Verhältniszahl $y = \dfrac{v}{e}$ als neue Veränderliche an Stelle der reellen Hyperbelhalbachse v brachte den Vorteil, dass ohne Schwierigkeiten der Grenzübergang $e \to o$ vollzogen werden kann.

Der weitere Rechnungsgang soll kurz skizziert werden.

Die Singularität in $y = \eta_s$ bedingt einen Sprung der ersten Ableitung M_y in η_s entsprechend der eingeprägten Kraft und damit einen Sprung der Ladungsdichte beim Durchgang durch η_s. Die Funktion M selbst geht stetig durch η_s (der Generator in der Speisezone hat kein Aussenfeld, $\int div\, i\, dv = o$). Wir können, mit $\mathfrak{H} = \text{rot}\,\mathfrak{A}$ gesetzt, auch so überlegen:

da $$\text{rot}\left((\mathfrak{E} - \mathfrak{E}_i^{(e)}) + j\frac{\omega}{c}\mathfrak{A}\right) = 0 \qquad \text{oder:}\ \text{rot}\left(\mathfrak{E} + j\frac{\omega}{c}\mathfrak{A}\right) = \begin{cases} \text{rot}\,\mathfrak{E}_i^{(e)} & y = \eta_s \\ 0 & y \neq \eta_s \end{cases}$$

gilt $$\int \text{rot}\left(\mathfrak{E} + j\frac{\omega}{c}\mathfrak{A}\right) df = -\oint \text{grad}\,\varphi\, ds + \oint \mathfrak{E}_i^{(e)}\, ds = 0 + E_0 \ \text{(E M K des Generators).}$$

Das *skalare Potential* φ setzt sich zusammen aus zwei Teilpotentialen, herrührend von der Ladungsverteilung auf u_0 beidseitig der Erregungszone $y = \eta_s$. φ erleidet ferner beim Durchgang durch η_s einen Sprung von der Grösse der Generator E M K. Wegen $div\,\mathfrak{A} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{d\varphi}{dt}$ schliessen wir, dass $\mathfrak{A}$ selbst stetig verläuft, dagegen in η_s einen „Knick" aufweist, der einen Sprung der Ableitung $\mathfrak{A}_y$ bedingt, dies alles in Uebereinstimmung mit dem Verhalten der Funktion $M_i\ (u, y)$ in $y = \eta_s$.

Zur Separierung und Lösung von (1) darf mit Rücksicht auf die geringe Dicke der Schale rechts u durch einen festen Wert, wir wählen den Parameter der äusseren Grenzfläche u_0, ersetzt werden.

Die *Grenzbedingungen* an der äusseren Trennfläche u_0 verlangen den *stetigen Uebergang von* $\mathfrak{E}_{tang}$ und $\mathfrak{H}$, ferner entsteht eine *Flächendivergenz* $div\,\mathfrak{D} = 4\pi q$, mit $q = -\dfrac{1}{j\omega} I'$, wo I den Gesamtleitungsstrom bedeutet. In den singulären Punkten $y = \pm 1$ muss überdies M wegen der notwendigen Endlichkeit der Feldkräfte genügend stark verschwinden.

Die Separierung von (1) führt nun für den Innenraum bzw. Aussenraum auf die beiden Diff. Gleichungen. (Im Aussenraum ist auch (3) homogen.)

*) Kurz vor der Fertigstellung dieser Mitteilung machte mich Hr. Prof. Dr. F. Tank freundlichst auf eine Arbeit (in drei Aufsätzen) von J. A. Stratton und L. J. Chu, erschienen im „Journal of applied physics", March 1941, aufmerksam. In dieser Arbeit findet sich eine Problemstellung ähnlich der unsern mit dem grundsätzlichen Unterschied allerdings, dass die Autoren die Verbindung der exakten Feldgleichungen mit den angenommenen eingeprägten Kräften über die besondere Form des Ohmschen Gesetzes $i = (\mathfrak{E} + \mathfrak{E}_i^{(e)})\,\sigma$ herzustellen suchen; dabei entstehen Schwierigkeiten in Form divergenter Reihen. In unserem Fall dagegen führt die Berücksichtigung der Fremdkräfte über die 2. Feldgleichung zur Diff. Gl. der Greenschen Funktion für den Innenraum.

$$(2)\quad \frac{d^2\mathcal{H}}{du^2} + \left(\frac{\varkappa^2 u^2 - \lambda}{u^2 - e^2}\right)\mathcal{H} = 0 \qquad (3)\quad \frac{d^2\,\mathcal{E}}{dy^2} + \left(\frac{\lambda - \varkappa^2 e^2 y^2}{1 - y^2}\right)\mathcal{E} = \begin{cases} -k\,(u_0^2 - e^2\,\eta_s^2)\,\rho_s \operatorname{rot}\mathfrak{E}_i^{(e)} & y = \eta_s \\ 0 & y \neq \eta_s \end{cases}$$

Innenraum: $\varkappa_i = \frac{1}{c}\sqrt{\varepsilon_i\,\mu_i\,\omega^2 + j\,4\pi\,\sigma\,\mu_i\,\omega}$

Aussenraum: $\varkappa_a = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_a\,\mu_a}$

$$k = \frac{4\pi\,\sigma\,\mu_i - j\,\varepsilon_i\,\mu_i\,\omega}{c}$$

mit dem Produktansatz: $M = \mathcal{H}(u)\,\mathcal{E}(y)$

Die Lösungen der homogenen Diff. Gl. (3) bilden bei den vorgeschriebenen Randbedingungen ein orthogonales Funktionensystem mit den Eigenwerten λ_n. Die Lösungen von (2) und (3) lassen sich allgemein durch Reihenentwicklungen darstellen; sie gehen insbesondere für $e = o$ in die bekannten, der Kugel eigentümlichen Funktionen über. Zur Lösung der unhomogenen Diff. Gl. (3) kann der Parameter $\lambda = 0$ (was sicher kein Eigenwert ist) gesetzt werden.*)

II

Zum Zweck einer übersichtlichen Darstellung durch bekannte tabellierte Funktionen geben wir als Beispiel die Lösung für $e = o$. Die Diff. Gl. (2) und (3) lauten dann für die Eigenfunktionen

$$(2')\quad \frac{d^2\mathcal{H}_n}{du^2} + \left(\varkappa^2 - \frac{\lambda_n}{u^2}\right)\mathcal{H}_n = 0 \qquad (3')\quad \frac{d^2\,\mathcal{E}_n}{dy^2} + \frac{\lambda_n}{1-y^2}\,\mathcal{E}_n = 0 \quad \text{mit} \int_{-1}^{+1} \frac{\mathcal{E}_n\,\mathcal{E}_m}{1-y^2}\,dy = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases}$$

Die Eigenfunktionen zu (3') sind $(1-y^2)\,\frac{dP_n(y)}{dy}$ mit $\lambda = n\,(n+1)$. Die zugehörigen Lösungen von (2') sind $\mathcal{H}_n = u^{1/2}\,C_{n+1/2}\,(\varkappa\,u)$, unter $P_n(y)$ die Legendreschen Polynome, unter $C_{n+1/2}\,(\varkappa\,u)$ eine zunächst beliebige Zylinderfunktion verstanden.

Nachdem man noch *rot* $\mathfrak{E}_i^{(e)}$ nach einem Grenzübergang durch die E M K des Generators ausgedrückt hat, lauten die vollständigen Lösungen für das Aussen- bzw. das Innenfeld in Gaußschen cgs-Einheiten:

$$\text{Aussenfeld: } M_a\,(u, y) = (1 - y^2) \sum_{1}^{\infty} (n)\; a_n\,u^{1/2}\,H^{(1)}{}_{n+1/2}\,(\varkappa_a\,u)\,\frac{d\,P_n\,(y)}{dy}$$

$$\text{Innenfeld: } M_i\,(u, y) = -2\pi\,k\,u_0^2\,E_0\,[cm^{-1}]\,e^{-j\,\varkappa_i\,(u-u_0)}\sqrt{1-y^2}\,\sqrt{1-\eta_s^2}\;\sum_{1}^{\infty}(n)\,\frac{n+1/2}{n(n+1)}\,\frac{P_{n,1}\,(y)\,P_{n,1}\,(\eta^s)}{n\,(n+1)}$$

$$+\sqrt{1-y^2}\,\sqrt{\frac{u}{u_0}}\,\sum_{1}^{\infty}(n)\;b_n\,\frac{J_{n+1/2}\,(\varkappa_i\,u)}{J_{n+1/2}\,(\varkappa_i\,u_0)}\,P_{n,1}\,(y)$$

Entsprechend unserem Zeitansatz $e^{-j\omega t}$ musste im Aussenfeld die erste Hankelsche Funktion gewählt werden (wir lassen den diesbezüglichen Index künftig weg). Das Innenfeld setzt sich aus der Reihendarstellung eines symmetrischen Kerns, d. h. der Greenschen Funktion zu (3) und einer zweiten Reihe mit unbestimmten Koeffizienten zusammen. Die Konvergenz der Reihen ist nach allgemeinen Entwicklungssätzen über Eigenfunktionen gesichert, indessen hängt sie weitgehend von der erregenden Frequenz ab.

Die Konstante $\varkappa_i$ des Innenfeldes hat die Zusammensetzung $\varkappa_i = \frac{1}{c}\sqrt{\varepsilon_i\mu_i\,\omega^2 + j\,4\pi\,\sigma\,\mu_i\,\omega}$, setzt man hohe Leitfähigkeit der Schale voraus, so darf geschrieben werden $\varkappa_i \succ (1+j)\,\frac{1}{c}\sqrt{2\pi\,\omega\,\sigma\,\mu_i}$ und entsprechend: $k \succ \frac{4\pi\,\sigma\,\mu_i}{c}$ (Vernachlässigung des Verschiebungsstromes im Metall). Die so vereinfachten Konstanten in den Ausdruck für M_i eingesetzt, lässt sofort den zu erwartenden starken Abfall der Schwingungsamplitude gegen das Schaleninnere erkennen *(Hauteffekt)*. Die Ableitung der im Grundbereich $-1 \leq y \leq +1$ stetigen Funktion M_i nach y macht entsprechend der eingeprägten E M K in $y = \eta_s$ den vorgeschriebenen Sprung.

Aus den Grenzbedingungen: $\mathfrak{E}_{tang}$ und $\mathfrak{H}$ stetig, die sich in M so ausdrücken:

$$M_a\,(u_0, y) = M_i\,(u_0, y) \qquad \varkappa^2{}_a\,\frac{\partial M_i}{\partial u_{u=u_0}} = \varkappa^2{}_i\,\frac{\partial M_a}{\partial u_{u=u_0}}$$

lassen sich nun auf einfache Weise die noch freien Entwicklungskoeffizienten a_n und b_n bestimmen. Dabei ist zu beachten, dass für komplexes, sehr gross werdendes Argument mit positiv imag. Bestandteil asymptotisch gesetzt werden kann:

$$\frac{J_{n+1/2}\,(\varkappa_i\,u)}{J'_{n+1/2}\,(\varkappa_i\,u)} = +\,j \text{ (Ableitung nach dem Argument.)}$$

*) Für die numerische Berechnung der Eigenwerte λ_n liegen verschiedene Methoden vor (NIVEN, MACLAURIN, MOEGLICH). Man geht praktisch aus von den Lösungen mit $\lambda_n = n\,(n+1)$ für $\varkappa^2\,e^2 = 0$ und untersucht das gestörte Eigenwertproblem. (Siehe hierzu: M. J. O. STRUTT „LAMEsche-MATHIEUsche und verwandte Funktionen in Physik und Technik" Berlin, Springer 1932). Die gesuchten Eigenfunktionen werden dabei nach abgeleiteten LEGENDREschen Polynomen entwickelt, die Eigenwerte nach steigenden Potenzen des Störungsparameters $\varkappa^2\,e^2$.

Indessen kann man $\lambda_n = (\varkappa\,e)^2_n$ setzen und erhält so exakte partikuläre Eigenfunktionen der Diff. Gl. (3) als cos $(n - 1/2)\,\pi\,y$ bzw. sin $n\,\pi\,y$ mit den Eigenwerten $(n-1/2)^2\,\pi^2$ und $(n\,\pi)^2$. In der Nähe dieser Eigenwerte entwickelt man nach der Störungstheorie in FOURIER-Reihen. Auf diesen Umstand ist u. W. bis jetzt nicht hingewiesen worden.

Es ergeben sich:

$$b_n = 2\pi k u_0^2 E_0 [cm^{-1}] \sqrt{1-\eta_s^2} \sqrt{\frac{n+\frac{1}{2}}{n(n+1)}} \frac{P_{n,1}(\eta_s)}{n(n+1)} \cdot \frac{j\varkappa_i \varkappa_a^2 H_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0) + \varkappa_i^2 \left\{\varkappa_a H'_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0) + \frac{1}{2u_0} H_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0)\right\}}{\varkappa_i^2 \left\{\varkappa_a H'_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0) + \frac{1}{2u_0} H_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0)\right\} - \varkappa_a^2 \left\{\frac{1}{2u_0} - j\varkappa_i\right\} H_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0)}$$

$$a_n = \frac{b_n - 2\pi k u_0^2 E_0 [cm^{-1}] \sqrt{1-\eta_s^2} \frac{n+\frac{1}{2}}{n(n+1)} \frac{P_{n,1}(\eta_s)}{n(n+1)}}{u_0^{\frac{1}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}(\varkappa_a u_0)}$$

Zufolge der guten Leitfähigkeit der Schale $(\varkappa_i \gg \varkappa_a)$ lassen sich für die numerische Rechnung sofort wesentliche Vereinfachungen in diesen Koeffizienten-Ausdrücken erzielen.

III

Damit ist nun das Feld im Innenraum und im Aussenraum vollständig bestimmt. Im Rahmen dieser Mitteilung weisen wir noch kurz auf einige physikalisch und in mancher Beziehung auch technisch wichtige Schlüsse hin, die sich auf Grund der vorliegenden Resultate durch einfache numerische Auswertung erzielen lassen.

1. Wählt man $E_0 = 1$ (Volt), so ergibt Division durch den in η_s fliessenden Totalstrom $(= M(u_0, \eta_s))$ den Scheineingangswiderstand oder m. a. W. die *Strahlungsimpedanz* Z_s. Die Resonanzstellen können graphisch ermittelt werden.
2. Die *zugeführte Leistung* vermindert um die *ausgestrahlte Leistung* (zu berechnen als $\int \mathfrak{S}_n \, df$: mit $\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}\,\mathfrak{H}]$ über die Kugel mit sehr grossem Radius) ergibt die *Verlustleistung* im Leiter.

Es besteht eine interessante *Reziprozität* zwischen Ursache und Wirkung, wie aus der Symmetrie von M in y und η_s hervorgeht.

Eine technisch wichtige *Verallgemeinerung* der Idee der *eingeprägten Einzelkraft* ergibt sich, wenn $\mathfrak{E}_i^{(e)}$ nicht als EMK eines Generators auftritt, sondern als lokalisierter Spannungsabfall, verursacht durch den passierenden Gesamtleitungsstrom an einem *passiven Element* beliebiger Zusammensetzung (Belastung durch Induktivitäten, Kapazitäten und Widerstände). Der Rechnungsgang ist dem vorstehenden völlig analog, wobei allerdings (wenn man nicht freie Schwingungen untersucht) eine weitere Sprungfunktion für die Generatorzone hinzuzunehmen ist. (Ueber solche zusammengesetzte Funktionen vgl. z. B. Courant Hilbert, 2. Aufl., I, pag. 312.)

Die *Schwingungen des Hohlraumes*, deren Existenz wir bei den gemachten Voraussetzungen annehmen mussten, erhält man einfach durch Ansatz analog dem Aussenfeld, wobei die Hankelschen Funktionen durch gewöhnliche Besselsche Funktionen zu ersetzen sind, die Wellendichte errechnet sich aus ε, μ.

Ueberhaupt könnte die Behandlung der Schwingungen in Hohlräumen aller Art durch Einführung von Erregungszonen ähnlich dem gegebenen Beispiel u. U. hübsche Resultate zeitigen.

Zusammenfassung. *Die Differentialgleichung durch innere eingeprägte Kräfte erzwungener elektrischer Schwingungen am verlängerten Rotationsellipsoid wird aufgestellt und für den Grenzfall der Kugel exakt gelöst. Die Erregungszone ist beliebig. Der erweiterte gleiche Ansatz gestattet auch, die Wirkung konzentrierter Belastungen (Induktivitäten, Kapazitäten, Widerstände) rechnerisch zu erfassen. Die Annahme eines fremden Außenfeldes ermöglicht mit entsprechendem Ansatz eine exakte Lösung des Empfangsproblems. An Stelle der aktiven Erregungszone tritt dann eine solche mit passiven Eigenschaften (Absorption im Empfänger). Ferner kann diese Art der Erregung auf Hohlraumschwingungen angewendet werden (Zylinder, Ellipsoid, Paraboloid, Kugel, Kegel usw.).*

Eingegangen am 18. September 1941.

Eine ferngesteuerte Radioempfangsanlage.

W. Rüegg, Bern.

621.398:621.396.722

I. Allgemeines.

Einer Amtsstelle war es starker Bahn- und anderer Störungen wegen öfters nicht oder nur sehr schwer möglich, die gewünschten Radiosendungen zu empfangen. Wie Versuche ergaben, war es ähnlicher Verhältnisse wegen auch in der weitern Umgebung der Amtsstelle ausgeschlossen, einen störungsfreien Empfang zu verwirklichen, weil die aufzunehmenden Sender mit sehr geringer Feldstärke, verschiedenen Richtungen und stark verschiedenen Wellenlängen einfallen. Da eine Verlegung der Abhörstelle nicht in Frage kam, blieb nur übrig, die betreffenden Sendungen weit von der Amtsstelle entfernt an einem störfreien Ort aufzunehmen, sie dort zu verstärken und sie dann der fraglichen Amtsstelle zuzuführen.

Nachdem ein entsprechender Ort gefunden war, blieb die Frage der Uebertragungsart zu lösen übrig. Dabei war zu berücksichtigen, dass die Aufnahmeapparatur an Ort und Stelle nicht bedient werden konnte und dass Stationen mit Sendefrequenzen zwischen 75 kHz und 7,5 MHz zu übertragen waren. Wegen der stark verschiedenen und zum Teil sehr hohen zu übertragenden Frequenzen schied eine einfache aperiodische hochfrequente Verstärkung und Uebertragung der aufzunehmenden Signale aus. Da aber auch Sender mit nicht immer genau gleicher Frequenz (umschaltbare, nicht durch Quarze gesteuerte Sender) abgehört werden sollen, kam auch, wenn der Empfänger nicht zu kompliziert und zu teuer werden sollte, eine niederfrequente Uebertragung nicht in Frage. Die Anlage wurde dann so ausgeführt, dass die aufzunehmenden Signale je mit einer weitern bestimmten Frequenz zu einer gut übertragbaren Zwischenfrequenz gemischt werden, die dann verstärkt, mit einer verhältnismässig grossen Bandbreite, der Abhörstelle zugeführt wird.