

Zeitschrift: Cartographica Helvetica : Fachzeitschrift für Kartengeschichte

Herausgeber: Arbeitsgruppe für Kartengeschichte ; Schweizerische Gesellschaft für Kartographie

Band: - (1998)

Heft: 18

Artikel: Zwei Konstruktionsmethoden von Verzerrungsgitter zur Untersuchung alter Karten

Autor: Forstner, Gustav

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-9958>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Zwei Konstruktionsmethoden von Verzerrungsgittern zur Untersuchung alter Karten

In Heft 17 von *Cartographica Helvetica* wurde eine Arbeit über die graphischen Darstellungen von Fehlern alter Landkarten veröffentlicht.¹ Sie berücksichtigte besonders die Verwendung der Verzerrungsgitter seit ihrer Einführung durch Hermann Wagner gegen Ende des 19. Jahrhunderts. In der Hoffnung, dieser anschaulichen Methode der Fehlerdarstellung eine weitere Verbreitung zu verschaffen, werden nachfolgend zwei einfache Methoden zur Konstruktion dieser Gitter erklärt. Da eine Darstellung der Berechnungsmethoden für die Gitter den Rahmen dieser Arbeit weit überschreiten würde, werden diese Verfahren nur kurz beschrieben. Interessenten für diese Methoden können die entsprechenden Unterlagen beim Verlag *Cartographica Helvetica* beziehen.

Die Konstruktion von Verzerrungsgittern

Zwei Verfahren zur Bestimmung der Linienzüge von Verzerrungsgittern werden anhand eines Beispieles erklärt. Im Beispiel werden, um die Überschaubarkeit zu wahren, nur 12 kartenidentische Punktpaare alt/neu verwendet (Abb. 1). Die Bestimmung der Koordinaten dieser Punkte (Tab. 1) ist nicht unbedingt erforderlich, vereinfacht aber die weiter unten beschriebene Ermittlung des Massstabes der alten Karte. Handelt es sich um die Untersuchung topographischer Karten, so werden die Ist-Werte am besten als Gauss-Krüger-Koordinaten ermittelt, wozu sich Karten mit dem Aufdruck dieses Systems im Massstab 1:200 000 gut eignen. Es handelt sich hierbei um ein quadratisches Koordinatensystem, in dem sich Entfernungn besonders einfach berechnen lassen. Aus den alten Karten überträgt man die Punkte auf ein transparentes Millimeterpapier und legt ein rechtwinkliges Koordinatensystem in Süd-Nord-Richtung mit beliebigem Ursprung fest. Steht ein Digitiser zur Verfügung, werden die Tischkoordinaten entsprechend weiterverwendet. Im Beispiel liegt damit beiden «Karten» ein rechtwinkliges Koordinatensystem zugrunde, das in Kilometern bzw. Millimetern skaliert ist. Die Benennung der Achsen in den folgenden Abbildungen entspricht der im Gauss-Krüger-Koordinatensystem üblichen Bezeichnung der Abszisse mit Y und der Ordinate mit X. Die Darstellungen der Beispiele sind nicht massstabgetreu. Für die Untersuchung wurde die Linie $X=10 \text{ km}$ gewählt, deren Verzerrungen, wie sie sich bei verschiedenen

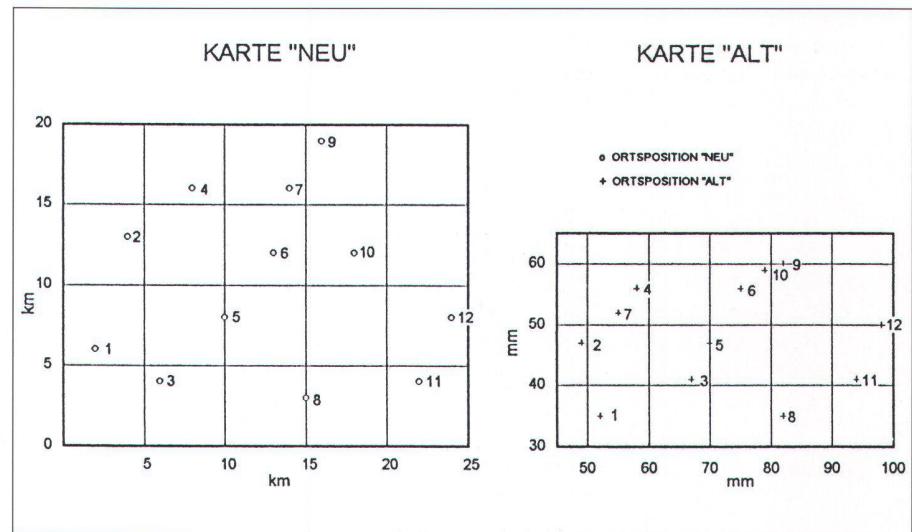


Abb. 1: Beispiel kartenidenter Ortspositionen zur Demonstration verschiedener Konstruktions-techniken von Verzerrungsgittern.

Pkt. Nr.	Ausgangskoordinaten				Berechnung der Stützpunkte der Verzerrungslinie		
	X Höhe neu km	Y Seite neu km	X' Höhe alt mm	Y' Seite alt mm	10-X Höhe neu km	(10-X)/M Höhe alt mm	Verz.-Linie Höhe alt mm
1	6,0	2,0	35,0	52,0	4,0	8,2	43,2
2	13,0	4,0	47,0	49,0	-3,0	-6,2	40,8
3	4,0	6,0	41,0	67,0	6,0	12,3	53,3
4	16,0	8,0	56,0	58,0	-6,0	-12,3	43,7
5	8,0	10,0	47,0	70,0	2,0	4,1	51,1
6	12,0	13,0	56,0	75,0	-2,0	-4,1	51,9
7	16,0	14,0	52,0	55,0	-6,0	-12,3	39,7
8	3,0	15,0	35,0	82,0	7,0	14,4	49,4
9	19,0	16,0	60,0	82,0	-9,0	-18,5	41,5
10	12,0	18,0	59,0	79,0	-2,0	-4,1	54,9
11	4,0	22,0	41,0	94,0	6,0	12,3	53,3
12	8,0	24,0	50,0	98,0	2,0	4,1	54,1

Tab. 1: Koordinaten der Punkte der Versuchsanzordnung in Karte «neu» und «alt» sowie Berechnung der Stützpunktkoordinaten der Verzerrungslinie $X = 10 \text{ km}$ in Abb. 6 und 7 mit Hilfe des in Tab. 2 ermittelten Massstabes $M = 1:486\,732$.

Konstruktions- und Punktauswahlmethoden ergeben, in den folgenden Abbildungen dargestellt werden.

Es wird jedoch darauf hingewiesen, dass sich bei höheren Anforderungen an die Genauigkeit mit dieser Methode nur topographische Karten bearbeiten lassen. Bei Karten, die sich über grössere Gebiete erstrecken, treten bei der Verebnung dieses Gebietes zwangsläufig Verzerrungen auf, die komplizierte Analyseverfahren erfordern. Die Beschreibung eines solchen Verfahrens findet sich in einer Untersuchung der Germania-Karte von Mercator durch Mesenburg (1994).²

Geometrische Konstruktion von Verzerrungsgittern – Proportionalteilungsmethode

Die geometrische Konstruktion von Verzerrungsgittern hat zwar den Vorteil, dass sie ohne jede Berechnung durchgeführt werden kann, ist aber ziemlich zeitaufwendig. Der Grundgedanke ist, die Verbindungslinien zweier identifizierter Punkte der alten Karte, die beiderseits der zu untersuchenden Linie liegen, im gleichen Verhältnis zu teilen, wie deren Verbindung in der modernen Karte durch die zu untersuchende Linie geteilt wird. Zur Konstruktion der Stützpunkte ei-

ner Verzerrungslinie werden daher beiderseits dieser Linie in einer modernen Karte paarweise, von dieser Linie nicht «zu weit» entfernte Punkte gesucht, die auch auf der alten Karte eindeutig identifiziert werden können. Es wird sich dabei hauptsächlich um Ortspositionen handeln, aber auch charakteristische Punkte des hydrographischen Netzes oder Berge können verwendet werden, sofern deren Positionen auch auf der alten Karte eindeutig festgelegt sind.

Die paarweise zusammengehörigen Punkte A und B der «Karte neu» werden dann durch eine Hilfslinie, die die zu untersuchende Linie a-a im Punkt C schneidet, miteinander verbunden (Abb. 2). Um die Strecke A'B' der «Karte alt» im gleichen Verhältnis wie AC : CB zu teilen werden, wie im rechten Teilbild gezeigt, die Punkte A' und B' miteinander verbunden. Vom Punkt B' aus wird nun unter einem beliebigen Winkel eine Hilfslinie eingezeichnet und auf ihr die Längen b und c, entsprechend BC und BA der «Karte neu», mittels Zirkel abgetragen. Die Gerade B'DE entspricht damit in ihren Längenverhältnissen der Linie BCA. Der Punkt E wird nun mit dem Punkt A' verbunden und die zu dieser Hilfslinie parallele Linie durch D gibt in ihrem Schnittpunkt mit A'B' den Punkt C', der der gesuchte Stützpunkt der Verzerrungslinie a'-a' ist. Sollten sich die geometrischen Verhältnisse auf der modernen Karte als ungünstig erweisen, so kann man mit einer Umkehrung des oben beschriebenen Verfahrens zuerst eine längere Hilfslinie mit proportionaler Teilung konstruieren und diese dann, mit ihrer neuen Länge, als Hilfslinie auf die alte Karte übertragen.

Unterschiedliche Auswahlkriterien der zur Konstruktion herangezogenen Punkte können den Verlauf der Verzerrungslinie beeinflussen (Abb. 3 und 4). Im grossen Diagramm links sind jeweils die Stützpunkte und die sich aus ihnen ergebende Verzerrungslinie in der «Karte alt» dargestellt, das kleine rechte Teilbild zeigt jeweils die entsprechenden Linien und die zur Konstruktion verwendeten Punkte in der «Karte neu». Der Verlauf der Verzerrungslinie ist durch die 3 Stützpunkte dargestellt, die sich aus der Beschränkung der für die Konstruktion herangezogenen Punkte auf einen Streifen von nur 5 km beiderseits der Linie X = 10 km ergeben (Abb. 3). Bezieht man aber alle 12 Punkte in die Konstruktion mit ein, was in unserem Beispiel alle Punkte innerhalb eines 10 km breiten Streifens über und unter der zu untersuchenden Linie bedeutet, so ergibt sich ein etwas unterschiedlicher Kurvenverlauf (Abb. 4). Damit soll gezeigt werden, dass die Auswahl der Punkte, die zur Konstruktion herangezogen werden, in den meisten Fällen zwar nicht die allgemeine Tendenz des Kurvenzuges, wohl aber den Verlauf der Linien im Detail beeinflusst. In der Praxis der Konstruktion zeigt sich aber auch, dass mit der Entscheidung, wie

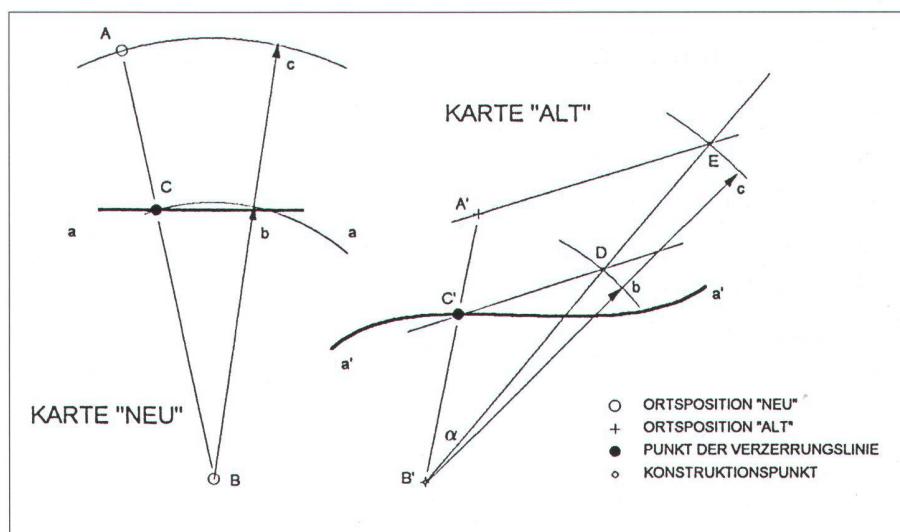


Abb. 2: Geometrische Konstruktion des Stützpunktes einer Verzerrungslinie in alten Karten.

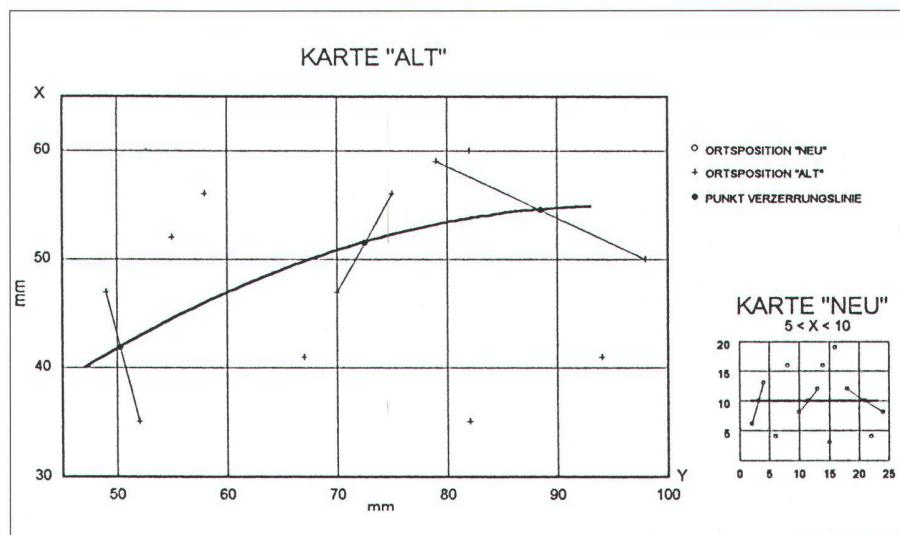


Abb. 3: Geometrische Konstruktion der Gitterlinie X = 10 km mit Punkten im Streifen 5 < X < 15 km. Das rechte Teilbild zeigt die für die Konstruktion verwendeten Punkte in der Karte «neu».

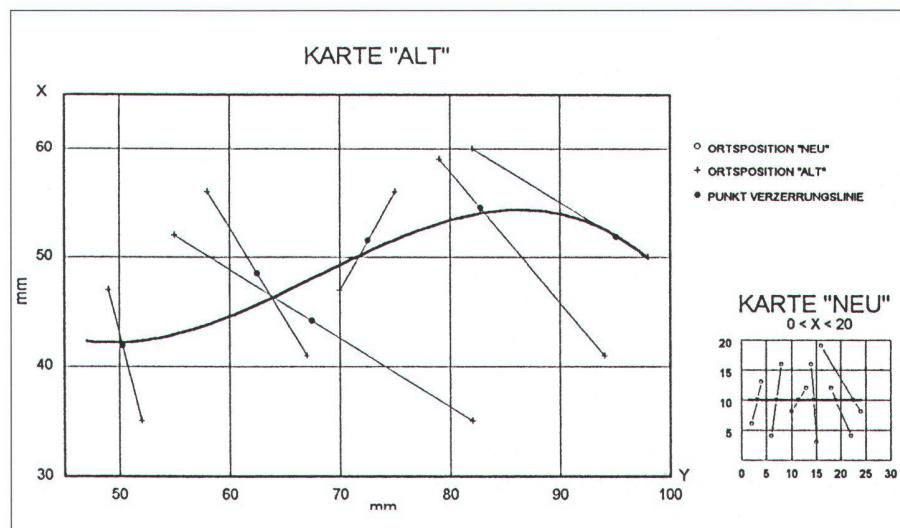


Abb. 4: Geometrische Konstruktion der Gitterlinie X = 10 km mit Punkten im Bereich 0 < X < 20 km. Das rechte Teilbild zeigt die für die Konstruktion verwendeten Punkte in der Karte «neu».

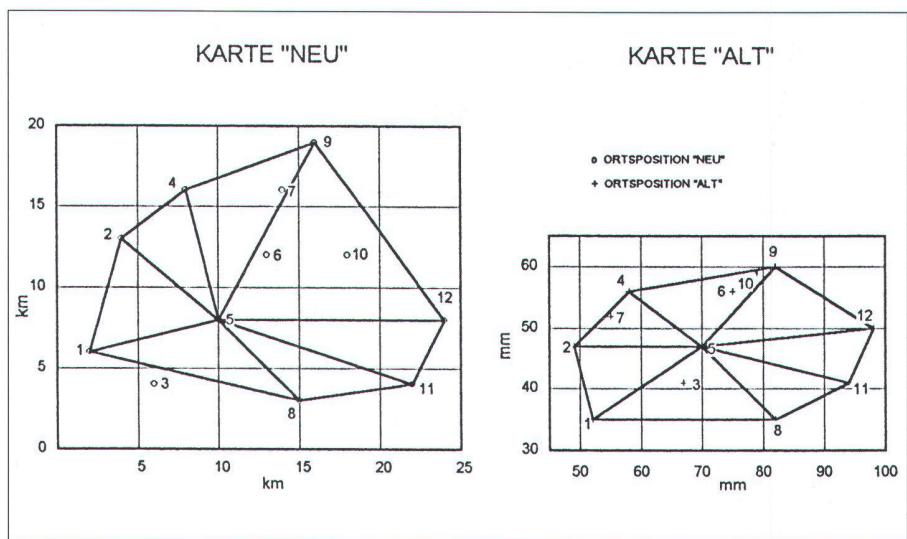


Abb. 5: Polygone zur Massstabsberechnung in den Karten «alt» und «neu».

Karte «neu»				Karte «alt»			
Entf. Pkt/Pkt Nr.	Tang. Distanz km	Entf. Pkt/Pkt Nr.	Radial Distanz km	Entf. Pkt/Pkt Nr.	Tang. Distanz mm	Entf. Pkt/Pkt Nr.	Radial Distanz mm
1/2	7,28	5/1	8,25	1/2	12,4	5/1	21,6
2/4	5,00	5/2	7,81	2/4	12,7	5/2	21,0
4/9	8,54	5/4	8,25	4/9	24,3	5/4	15,0
9/12	13,60	5/9	12,53	9/12	18,9	5/9	17,7
12/11	4,47	5/12	14,00	12/11	9,8	5/12	28,2
11/8	7,07	5/11	12,65	11/8	13,4	5/11	24,7
8/1	13,34	5/8	7,07	8/1	30,0	5/8	17,0
Summe Gesamt	59,31		70,55		121,6		145,2
		129,86 km			266,8 mm		
				M berechnet	M Angabe		
Massstab Tangential:				1:487747	1:490 000		
Massstab Radial:				1:485 882	1:490 000		
Massstab Polygonvermessung gesamt:				1:486 732	1:490 000		

Tab. 2: Berechnung des mittleren Massstabes der Karte «alt» aus den Werten einer Polygonvermessung.

weit entfernte Punkte noch zur Bestimmung der Stützpunkte herangezogen werden sollen, ein stark subjektives Element in die Konstruktion der Gitterlinien eingeht.

Konstruktion von Verzerrungsgittern mit Hilfe eines mittleren Kartenmassstabes

Im Unterschied zur geometrischen Konstruktion werden hier nicht die Verbindungslien von beiderseits der zu untersuchenden Linie liegenden Punktpaaren betrachtet, sondern die Lotdistanzen zwischen den einzelnen Punkten und dieser Linie. Dies führt, gegenüber der geometrischen Konstruktion, zu einer Verdoppelung der Stützpunkte der Verzerrungslinie.

Bei dieser Methode wird zuerst der mittlere Massstab im Sinne eines aus mehreren Messungen im alten Kartenbild «ermittelten» Massstabs bestimmt. Eine Nachmessung der Massstabsleiste oder des graduierten Rahmens ist nicht empfehlenswert. Dies setzt einerseits die Kenntnis der vom Kartographen angenommenen Meilenlänge oder des Erd-

radius und der Projektionsmethode voraus. Andererseits weisen die Ergebnisse, vor allem wenn verschiedene Vorlagen zusammengesetzt oder die Gradgitter erst später über bereits vorhandene Karten gezeichnet wurden, oft beträchtliche Unterschiede zu den aus Entfernungsmessungen direkt bestimmten bzw. aus Koordinatentransformationen berechneten Massstäben auf. Die Verwendung der heute üblichen Werte für die Meilen- oder Gradlängen ist – bei der Untersuchung älterer Karten – nicht sinnvoll.

Eine Methode zur Massstabsermittlung, die den Vorteil hat, dass die ermittelten Ist-Werte – bei entsprechender Punktauswahl – meist auch für die Untersuchung mehrerer Karten verwendet werden können und dass sowohl Radial- als auch Tangentialentfernnungen berücksichtigt werden, ist die bereits 1879 von Rudolf Wolf vorgeschlagene, aber praktisch kaum verwendete Methode der Polygonvermessung.³ Die Methodik der Massstabsberechnung aus der Polygonvermessung ist für unser Beispiel aufgelistet (Tab. 2 rechter Teil) und die Lage der für die Berechnung verwendeten Distanzen ist gra-

phisch dargestellt (Abb. 5). Bei praktischen Untersuchungen können die Unterschiede zwischen den Massstäben – die bei Vermessung des Kartenbildes und des Gradrahmens bzw. der Massstabsleiste festgestellt werden, wie oben erwähnt, oder die sich bei der Berechnung von Koordinatentransformationen ergeben – die hier auftretenden Differenzen beträchtlich überschreiten. Die Unterschiede der verschiedenen Massstabszahlen, die bei den Massstabsbestimmungen an allen alten Karten immer mehr oder minder ausgeprägt auftreten, zeigen aber auch, dass für solche Karten nur stark gerundete Massstabsangaben, wie sie in der zweiten Spalte unter der Tabelle angeführt werden, sinnvoll sind.⁴ Für weitere Berechnungen sollten aber die genauen Werte verwendet werden. Eine andere Methode wäre die Vermessung einer grösseren Anzahl von Ortsentfernungen, die aber auch möglichst gleichmässig über die untersuchte Kartenfläche verteilt sein sollten. Weiters ist dabei darauf zu achten, dass nicht bestimmte Richtungen bei der Auswahl der Vermessungslinien bevorzugt werden. Wegen der Tendenz mancher früherer Kartographen, ausserhalb des Kartenbildes liegende Orte noch am Kartenrahmen unterzubringen, sind solche Distanzen zu eliminieren, wenn deren Massstab zu sehr vom Mittelwert abweicht.

Nach der Bestimmung des mittleren Massstabes werden nun wieder beiderseits der zu untersuchenden Linie nicht «zu weit» von dieser entfernt gelegene Punkte gesucht, die auch auf der alten Karte eindeutig identifiziert werden können. Die Lotabstände dieser Punkte zur Linie werden in der «Karte neu» gemessen und mit dem mittleren Massstab auf die Verhältnisse der «Karte alt» umgerechnet (Tab. 1 rechter Teil). Die so gewonnenen Längen im Massstab der alten Karte werden von den entsprechenden Punkten in der alten Karte aus abgetragen und ergeben so die Stützpunkte der verzerrten Gitterlinie (Abb. 6 und 7). Im rechten, kleinen Teilbild sind jeweils die zur Konstruktion herangezogenen Punkte und Lotlinien mit ihren Lagen in der «Karte neu» eingetragen. Der recht deutliche Unterschied zwischen den beiden Linienzügen wird wieder durch die unterschiedliche Breite des Streifens, in dem die Punkte zur Konstruktion herangezogen werden, verursacht. Die beiden oben beschriebenen Konstruktionen ergeben, je nach Anzahl und Lage der Punkte, ein mehr oder weniger ausgeprägtes Streuband von Stützpunkten, die in der «Karte neu» alle auf einer Geraden liegen. Da normalerweise diese Punkte nur konstruiert oder mit einem Taschenrechner berechnet wurden, können sie zur Berechnung von Ausgleichspolynomen digitalisiert und in entsprechenden Programmen weiter verarbeitet werden. Meist werden die Verzerrungslinien aber von Hand aus so in das Streuband gelegt, dass diese Linien die Punkte möglichst gut repräsentieren.

Hinweise zur Berechnung von Verzerrungsgittern

In den letzten Jahren wurden zwei Methoden zur Berechnung von Verzerrungsgittern entwickelt. Da aber eine genaue Erklärung dieser Vorgehensweisen über den Rahmen dieser Arbeit hinausgeht, kann hier nur auf die Grundgedanken, die für ein Verständnis des Berechnungsablaufes erforderlich sind, eingegangen werden.

Voraussetzung für die Berechnung eines Verzerrungsgitters ist die Digitalisierung von möglichst gleichmäßig über die zu untersuchende Fläche verteilten kartenidenten Ortspositionen der modernen und alten Karte. Sind die ausgewählten Punkte auf der modernen Karte in Gauss-Krüger-Projektion auf mehrere Meridianstreifen verteilt oder liegen sie in geographischen Koordinaten vor, so müssen diese Koordinaten auf jene des Hauptstreifensystems umgerechnet werden - Formeln bei Hristow (1955)⁵ oder bei Hubeny (1953)⁶. Bei grösseren Entferungen der am Rande liegenden Punkte vom Mittelmeridian ist jedoch abzuschätzen, ob der Fehler, der sich aus der Verebnung der Kugeloberfläche zwangsläufig ergibt, im Vergleich mit den Fehlern der alten Karte noch als geringfügig betrachtet werden kann.

Um die weiter oben gezeigten subjektiven Einflüsse der Punkteauswahl bei der Konstruktion von Verzerrungsgittern auszuschalten und die Konstruktion zu objektivieren, wurde am Lehrstuhl für Kartographie und Reproduktionstechnik der Technischen Universität München eine Methode zur Berechnung der Gitterlinien entwickelt, bei der der Einfluss aller digitalisierten Punkte der Karte auf jeden Gitterstützpunkt mit berücksichtigt wird. Da die beiden Punktfelder in unterschiedlichen Koordinatensystemen vorliegen, wird das Feld der alten Karte mittels einer Ähnlichkeitstransformation in das Koordinatensystem der modernen Karte übergeführt - leichtverständliche Erklärung der Koordinatentransformationen bei Grossmann (1969)⁷ oder Albert (1987)⁸. Die Ortslagendifferenz zwischen den jeweils paarweise zusammengehörigen Punkten alt/neu, die jetzt beide in Gauss-Krüger-Koordinaten vorliegen, stellt den Punktfehler dar, also die gerichtete Verbindungsline zwischen den Punkten, den Fehlervektor. Die S-N- und W-E-Komponenten der Fehlervektoren werden als Koordinatenfehler bezeichnet, die nach der Methode Finsterwalder/Weis gewichtet zur Berechnung der Verzerrungslinien verwendet werden. Um Punktverwechslungen, Ziffernstürze oder Fehlauschreibungen zu eliminieren, sollten die Koordinaten- oder Punktfehler mit Hilfe eines Ausreissertests überprüft werden.⁹ Dann sind für alle dabei anfallenden Ortspositionen die Uraufschreibungen und andere Fehlerquellen zu kontrollieren. Die echten Fehler der alten Karten sollten je-

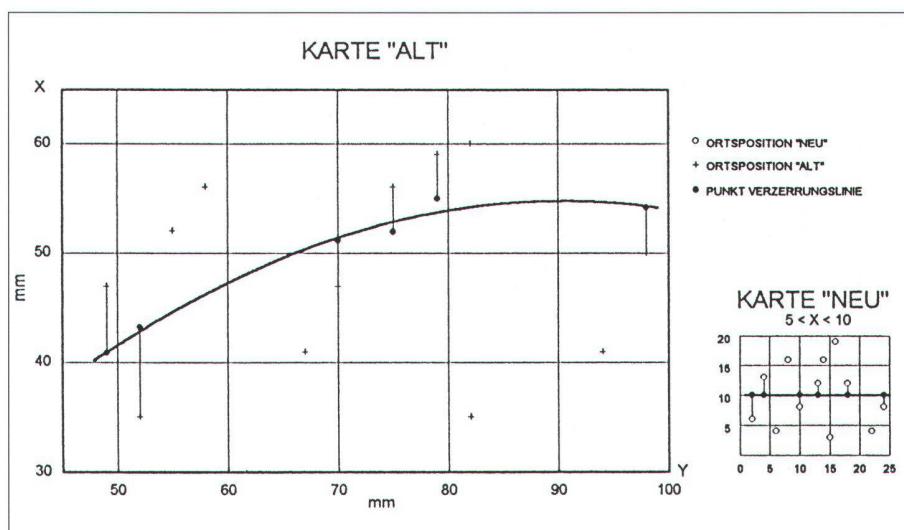


Abb. 6: Konstruktion der Gitterlinie $X = 10 \text{ km}$ aus den Lotabständen der Punkte unter Benutzung des mittleren Massstabes, verwendete Punkte im Bereich $5 < X < 15 \text{ km}$. Das rechte Teilbild zeigt die Lotabstände in der Karte «neu».

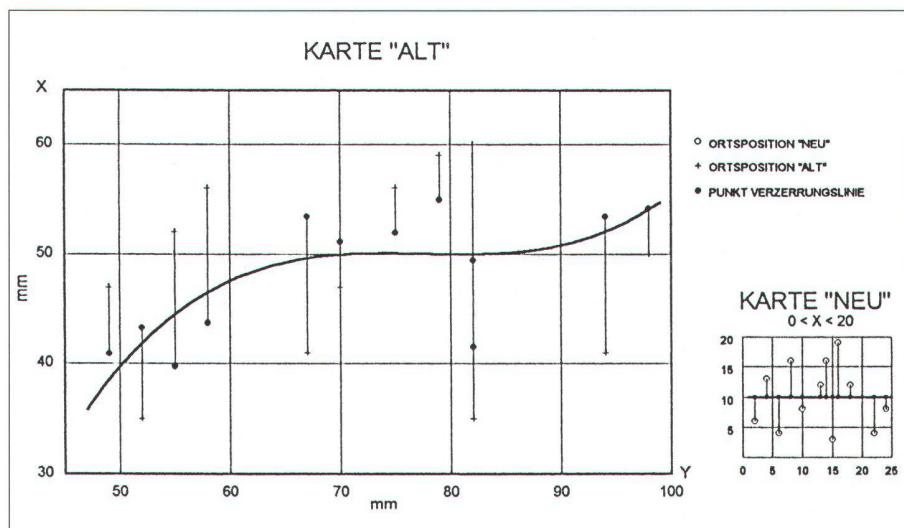


Abb. 7: Konstruktion der Gitterlinie $X = 10 \text{ km}$ aus den Lotabständen der Punkte unter Benutzung eines mittleren Massstabes, verwendete Punkte im Bereich $0 < X < 20 \text{ km}$. Das rechte Teilbild zeigt die Lotabstände in der Karte «neu».

doch, soweit möglich, in die weiteren Berechnungen miteinbezogen werden. Bei den vorher behandelten Konstruktionsmethoden wurden die Stützpunkte der Verzerrungslinien durch Betrachtung der geometrischen Verhältnisse zwischen diesen Punkten und der Gitterlinie bestimmt. Im Gegensatz dazu geht man bei der Berechnungsmethode nach Finsterwalder/Weis (1985)¹⁰ davon aus, dass die Lagefehler jedes Punktes der Karte einen bestimmten Einfluss auf die Verzerrung aller Stützpunkte der Gitterlinien ausüben. Dieser summierte Einfluss der Koordinatenfehler aller Punkte wird dann unter der Voraussetzung, dass näher an der Linie liegende Punkte einen stärkeren Einfluss als weiter entfernte ausüben, für die Gitterstützpunkte in Form von Verzerrungsvektoren berechnet - die Formeln zur Berechnung der Verzerrungsvektoren finden sich bei Weis auf Seiten 9-12. Die Verbindung der Spitzen dieser Verzerrungsvektoren, gegebenenfalls durch eine Splinefunktion, ergibt dann die gesuchte Linie

des Verzerrungsgitters. Die Berechnungen lassen sich, unter Verzicht auf die volle Automatisierung der Gittererstellung, gegenüber dem Programm von Weis stark vereinfachen und mit einem PC durchführen. Bei den Gitterberechnungen treten manchmal so starke Verzerrungen der Kurvenzüge auf, dass sie sich mit den Nachbarlinien überschneiden oder scharfe Zacken bilden. Die Ursachen dieser Unregelmässigkeiten sind stark fehlerhafte Punktlagen in nächster Nähe eines Gitterstützpunktes, die infolge der Gewichtung die Verzerrungsvektoren mit den Fehlervektoren fast identisch werden lassen. Da solche Regionen völlig unübersichtlich werden können, müssen die Gitterstützpunkte, die stark vom allgemeinen Trend des Linienganges abweichen, eliminiert werden. Die andere Möglichkeit - die Ortspositionen, die die Verzerrung verursachen, zu eliminieren - ist aufwendiger und führt zu etwa den gleichen Ergebnissen. Die beiden folgenden Abbildungen (Abb. 8 und 9) zeigen die Auswahl der Gitterlinien

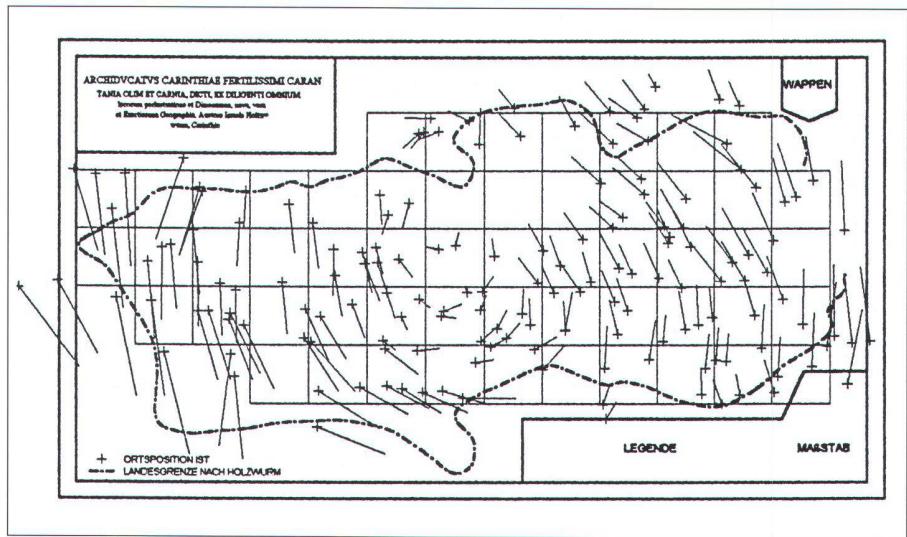


Abb. 8: Auslegung des Verzerrungsgitters der Karte Israel Holzwurms in Abb. 9 mit den heutigen Ortspositionen und Fehlervektoren nach einer 3-Parametertransformation.

und das entsprechende Verzerrungsgitter einer Karte des Erzherzogtums Kärnten, berechnet nach Finsterwalder/Weis. Sie wurde 1616 vom landschaftlichen Ingenieur Israel Holzwurm¹¹ herausgegeben. Ein Teil der Auflage wurde in die *Annales Carinthiae* von Hieronymus Megiser (1554/55–1619) und die *Topographia Provinciarum Austriae cararum* Matthäus Merians (1593–1650), neben dessen eigener Karte, eingebunden. Es existieren jedoch auch Einzelblätter. Bei dieser Karte handelt es sich um eine verkleinerte Version der Originalkarte von 1612, die aber als verloren gilt. Diese Karte weist gegenüber jener Gerard Mercators wesentliche Verbesserungen auf. Für das Gebiet Kärntens beträgt der mittlere Punktfehler, nach einer 4-Parametertransformation, nur mehr $\pm 2,9$ km, verglichen mit $\pm 7,9$ km bei Mercator. Trotzdem blieb sie merkwürdigweise während des ganzen 17. Jahrhunderts von den Kartographen, die weiterhin die Mercatorkarte als Vorlage verwendeten, völlig unbeachtet. Erst ab dem 18. Jahrhundert diente sie – bis nach der Josephinischen Militäraufnahme – als Vorlage für fast alle kartographischen Arbeiten über Kärnten.

Für die Berechnung des Verzerrungsgitters wurden 160 möglichst gleichmäßig über das Kartenbild verteilte Ortspositionen ausgewählt und digitalisiert. Die Ist-Positionen der Orte mit den Fehlervektoren und den heutigen Verlauf des zu Untersuchung ausgewählten Gitters mit einer Maschenweite von 15 km wird dargestellt (Abb. 8). Es ist offensichtlich, dass trotz der gewählten irregulären Form des Gitters in den Hochgebirgsgegenden verschiedene Linien über längere Strecken durch weitgehend nicht abgesicherten Gebiet verlaufen. Der Abstand der Stützpunkte wurde mit 5 km gewählt, was die Berechnung von 330 Verzerrungsvektoren erforderte. Infolge der guten inneren Genauigkeit der Karte mussten für die Zeichnung des Verzerrungsgitters keine Stützpunkte eliminiert werden.

Die Fehlervektoren zeigen die Punktlagefehler der Gesamtkarte nach einer 3-Parametertransformation, das heißt, es erfolgten zwei Translationen, die die Schwerpunkte der beiden Punktesysteme zur Deckung brachten, und eine Angleichung des Massstabes. Der Orientierungsfehler von $11^\circ 45'$ gegen den Uhrzeigersinn (die Stützpunkte der Verzerrungslinien weisen nach linearer Regression eine mittlere Steigung von $11^\circ 08'$ auf) wurde nicht ausgeglichen, um die charakteristische Ostverdrehung dieser Karte zu zeigen. Eine Erklärung für diesen starken Orientierungsfehler konnte nicht gefunden werden. Die oft beobachtete Verdrehung von Karten des 16. Jahrhunderts gegen den Uhrzeigersinn wird meist der damals herrschenden und nicht kompensierten östlichen Abweichung der Magnettadel zugeschrieben. Eine solche Erklärung trifft aber in diesem Fall nicht zu. Kepler beobachtete etwa 1595 in Graz eine Ostdisklination von bereits weniger als $6^\circ 12'$ und diese muss in den folgenden Jahren noch weiter abgenommen haben, da sich die Agone¹³ zu jener Zeit von Osten her dem dargestellten Gebiet näherte.¹⁴

Die im Bild dargestellten Punktlagefehler sind jedoch insofern irreführend, als sie, wie leicht zu erkennen ist, eine starke Komponente des oben beschriebenen Orientierungsfehlers enthalten. Für das Gebiet Kärntens vermindert sich dieser Fehler durch den zusätzlichen Rotationsausgleich der 4-Parametertransformation von $\pm 8,0$ km auf $\pm 2,9$ km. Das bedeutet aber auch, dass die 3-Parametertransformation für bestimmte Zwecke gut verwendbar ist, sich aber nicht zur Berechnung von Masszahlen für die Beschreibung der inneren Genauigkeit einer Karte eignet. Das aus den 160 Ortslagen berechnete Verzerrungsgitter ist über der Karte Holzwurms dargestellt (Abb. 9). Ein anderer Weg zur Berechnung von Gitterstützpunkten wurde in der Diplomarbeit von Krengel (1997) beschrieben.¹⁵ Man kann

dieses Berechnungsverfahren als die numerische Variante der weiter oben beschriebenen, rein geometrischen Konstruktion von Gitterstützpunkten betrachten. Mit den Bezeichnungen der Abb. 2 ergibt sich die Strecke $B'C' = BC * B'A' / BA$, mit der der Gitterstützpunkt auf der Verbindungslinie $B'A'$ festliegt. Die Berechnungen wurden mit dem Programm BAV-Graph durchgeführt. Eine Berechnung der Stützpunkte nach diesem Verfahren scheint, ohne entsprechende Programme, sehr zeitaufwendig zu sein. Die Voraussetzungen des Verfahrens gleichen jenen, die bei der geometrischen Konstruktion der Verzerrungslinien besprochen wurden.

Diskussion des Verfahrens

Bei der Konstruktionen von Verzerrungsgittern werden – um die Fehler der alten Karten sichtbar zu machen – die Netze moderner Karten wie Meridiane und Parallelkreise, die Gitter von Gauss-Krüger-Koordinaten oder auch andere beliebigen Linien von Interesse in die alten Karten übertragen («backwards gridding»). Die sich dabei ergebenden Krümmungen und Verdrehungen der Linien, sowie die daraus resultierende Verzerrung der Netzmaschen, lassen Rückschlüsse auf die Fehler der alten Karten zu. Eine gewisse Unsicherheit bei der Konstruktion der Verzerrungsgitter ergibt sich aus den notwendigen Annahmen hinsichtlich der Massstabskonstanz der alten Karten. Bei der geometrischen Konstruktion von Verzerrungsgittern wird stillschweigend beiderseits der zu untersuchenden Gitterlinie und entlang der Verbindungslinie zweier Ortspositionen ein Bereich mit konstantem Massstab vorausgesetzt. Da dieser in den alten Karten nicht gegeben ist, ist die Forderung, dass die Punkte «nicht zu weit» von der Gitterlinie entfernt sein dürfen, teilweise auch dadurch bedingt, die Fehler – die sich aus der Inkonstanz des Massstabes ergeben – in Grenzen zu halten. Dieses «nicht zu weit entfernt» lässt sich nur insofern objektivieren, als ein Punkt, der zur Konstruktion einer Linie herangezogen wird, näher an dieser Gitterlinie liegen soll als an der benachbarten. Das heißt, der Abstand von der Linie darf nicht grösser sein als der halbe Gitterabstand. Es hängt aber natürlich von der Auslegung des Gitters ab, ob dieser Maximalabstand, im Interesse einer aussagekräftigen Konstruktion, überhaupt ausgenutzt werden kann.

Erfolgt die Konstruktion mit Hilfe eines mittleren Massstabes, so wird vorausgesetzt, dass dieser über den gesamten Untersuchungsbereich konstant ist. Eine Annahme, die noch weniger zutrifft als diejenige für die geometrische Konstruktion. Dazu kommt noch, dass man in der modernen Karte eine Lotdistanz bestimmt und diese in der alten Karte in der gleichen Richtung abgetragen wird. Diese Vertikal- oder Horizontallinie schliesst aber mit der Kurve einen beliebi-

gen, vom Kurvenverlauf abhängigen Winkel ein und steht damit nicht senkrecht auf die Tangente im Stützpunkt. Außerdem würde in der alten Karte die Richtung der Lotlinie selbst wieder verzerrt werden. Es ist also zu erwarten, dass das Ergebnis dieser Methode etwas ungenauer sein wird als bei der rein geometrischen Konstruktion. Und sie eignet sich besser zur Untersuchung neuerer Karten, die (da sie oft schon auf Vermessungen beruhen) kleinere Fehler aufweisen. Andererseits sind die Ungenauigkeiten bei älteren Karten aber meist so gross, dass dieses Vorgehen – wenn es sich darum handelt, sich ohne grossen Aufwand einen Überblick über die Anlage von Karten zu verschaffen – ohne weiteres gerechtfertigt erscheint.

Ein zweites Problem stellt die Verteilung der identifizierbaren Punkte über die zu untersuchende Fläche dar. Praktisch gibt es kaum Punkte, die direkt auf den Gitterlinien liegen, so dass man zu den oben beschriebenen Hilfskonstruktionen für den Gitterverlauf greifen muss. Während man im Flachland aber davon ausgehen kann, dass zumindest (bis zu einem gewissen Grad) eine statistische Verteilung der identifizierbaren Punktpaare um die zu untersuchende Linie gegeben ist, ist dies in gebirgigen Gegenden nicht der Fall. Hier ergibt sich entlang der Linien jeweils eine Häufung der Punkte, wenn Becken und Täler durchlaufen werden, während in den Hochgebirgslagen kaum identifizierbare Punkte auftreten. Dies hängt auch damit zusammen, dass auf alten Karten Berge und Übergänge nur wenig berücksichtigt wurden und, wenn sie eingetragen wurden, nicht genau zu lokalisieren sind. Dies führt dann bei den geometrischen Konstruktionen dazu, dass zur Festlegung solcher Linienzüge entweder weiter entfernte Punkte herangezogen werden müssen, was die Annahme des konstanten Massstabes beiderseits der Linien stark strapaziert, oder dass die Linienzüge über grössere Distanzen ohne Absicherung interpoliert werden. Praktisch ergibt die ungleichmässige Verteilung der Konstruktionspunkte einerseits, dass auf engstem Gebiet mit vielen Punkten starke Verzerrungen auftreten können, während andererseits in Gebieten mit nur wenigen Punkten eine Glätte der Kurven und damit eine Güte der Karte vorgetauscht wird, wie sie gerade in gebirgigen Regionen, die normalerweise wesentlich grössere Fehler aufweisen als die Tal- und Beckenlagen, nie erreicht werden konnte.

Auch bei der Berechnung der Gitter nach der Methode Finsterwalder/Weis besteht die Möglichkeit, inter- und extrapolierte Linien durch Regionen zu berechnen, wo sie durch keine Punkte in der Nähe mehr abgesichert sind oder sogar ausserhalb des Kartentrahmens zu liegen kommen. Diese Kurvenzüge nähern sich nämlich vom letzten abgesicherten Stützpunkt aus nur langsam der untersuchten Linie. Das Gitter wird in diesen Gebieten dann ebenfalls einen weit-

gehend fehlerfreien Verlauf vortäuschen. Dies geschieht auch in Regionen, wo die Punkte zwar nahe der Linie, aber weit voneinander liegen. Den Veröffentlichungen von Gittern sollte daher eine Übersichtskizze des untersuchten Gebietes mit den zur Konstruktion herangezogenen heutigen Punktpositionen sowie den Gitterlinien beigelegt werden, um einen Überblick über die Absicherung der Verzerrungslinien zu ermöglichen (vgl. hier Abb. 8).

Bei näherer Betrachtung von Verzerrungsgittern stellt sich noch die Frage, ob es nicht wünschenswert wäre, auch den oft sehr charakteristischen Orientierungsfehler des Kartenbildes im Verzerrungsgitter zu berücksichtigen, wobei allerdings im Falle des Über-einanderkopierens die direkte Vergleichbarkeit der Netzmassen leidet. Dies erfordert

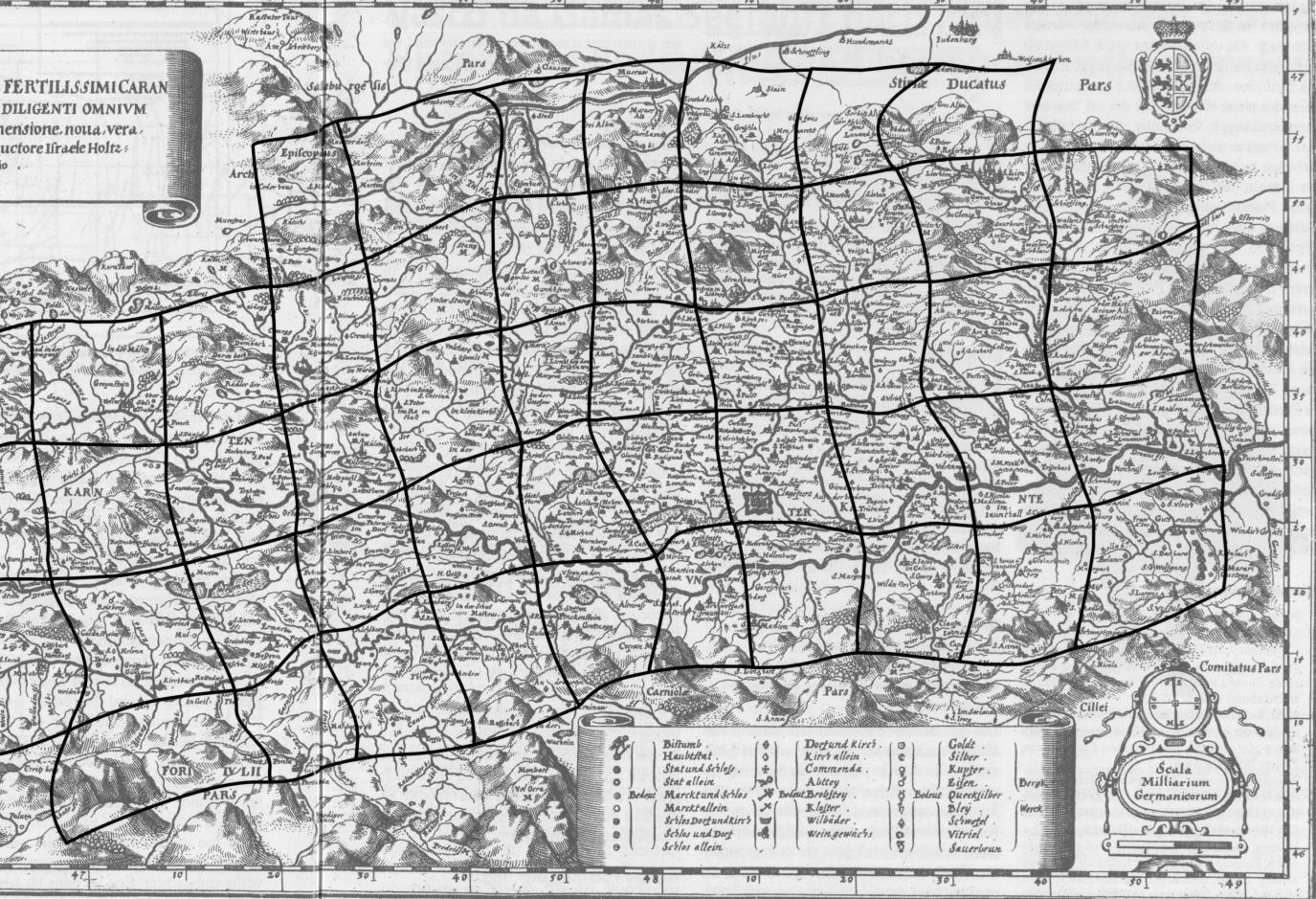


Abb. 9: Verzerrungsgitter der Holzwurm-Karte Kärntens von 1616 mit 15 km Maschenweite.

dabei ausgeschieden werden, kann nicht in Regeln gefasst werden, da sie stark vom Verhältnis des Umfangs des dargestellten Gebiets zur lokalen Fehlerquelle abhängen. Es ist aber anzunehmen, dass Gitter für Karten ausgedehnterer Gebiete bessere Ergebnisse liefern, da dort nur grossräumige Verzerrungen berücksichtigt werden. Bei topographischen Karten gehen aber schon relativ kleine Fehler, wie z.B. ein verdrehter kleiner Flusslauf mit den entsprechenden Lagefehlern der in diesem Tal liegenden Ortschaften, stark in die Darstellung ein. Liegen zwei Punkte mit stark gegenläufigen Fehlervektoren nahe der untersuchten Linie und werden, beim Fehlen geeigneter Spline-Funktionen, Gitterstützpunkte mit sehr geringem Abstand berechnet, so kann es sogar zu einer Schleifenbildung in der Verzerrungslinie

kommen. Der einfachste Weg, um in solchen Fällen das Gesamtbild des Verzerrungsgitters wieder übersichtlicher zu gestalten ist, wie schon oben erwähnt, die Eliminierung der betreffenden Gitterstützpunkte. Bis zu einem gewissen Grad können auch quantitative Schlüsse aus einem Verzerrungsgitter gezogen werden. Sind zum Beispiel die Netzmassen des Verzerrungsgitters in einem bestimmten Bereich gegenüber ihren heutigen Gegenstücken stark vergrössert, so weist die alte Karte dort einen grösseren Lokalmassstab auf, der sich durch Planimetrieren der Netzmassen berechnen lässt.¹⁶ Insgesamt gesehen geben die Verzerrungsgitter einen guten Überblick über die Anlage einer alten Karte. Andrews (1975) zählt sie aber nicht unberechtigt zur Metakartographie.¹⁷ Auf Grund der – wie oben gezeigt

– nicht völlig objektiven Punktauswahl und Konstruktionsmethoden dürfen aus Verzerrungsgittern keine zu weit reichenden quantitativen Schlüsse gezogen werden. Dies insbesondere dann nicht, wenn die Linienzüge durch benachbarte Punkte nur schwach absichert sind.

Zusammenfassung

Verzerrungsgitter sind ein Hilfsmittel, um einen Überblick über die Anlagefehler der alten Karten zu erhalten. Das Konzept der geometrischen Konstruktion bzw. der Konstruktion mit Hilfe eines mittleren Massstabes von Verzerrungsgittern stellt bewusst die Anschaulichkeit vor die Reproduzierbarkeit des Ergebnisses. Eine völlig objektive Konstruktion der Gitter ist mit diesen Me-

thoden nicht möglich, da die Auswahl der Punkte, die in die Konstruktion einer bestimmten Linie mit eingebunden werden oder auch das Ausscheiden stark fehlerhafter Punkte, subjektiv erfolgt. Sie ist aber auch aus Gründen der fehlenden Massstabskonstanz der alten Karten und der oft äusserst unregelmässigen Verteilung der identifizierbaren Punkte nicht erreichbar. Vor allem in Gebieten mit nur wenigen geeigneten Punkten besteht die Tendenz, auch weiter entfernte Punkte zur Konstruktion mit heranzuziehen oder über weitere Strecken zu interpolieren und so das Ergebnis zu verfälschen. Diese Probleme treten auch in geringem Umfang bei der Berechnung von Verzerrungsgittern auf. Da diese Berechnungen weitgehend automatisch ablaufen ist aber darauf zu achten, dass die Gitter nur für solche Gebiete ausgegeben werden, die ausreichend durch in der Nähe der Linien gelegene Punkte abgesichert sind. Alle Gitterlinien lassen sich, wenn auch nicht in ihrer Tendenz, so doch in Einzelheiten durch frei wählbare Parameter beeinflussen. Vor jeder weiteren Auswertung von aus solchen Gittern abgeleiteten Daten ist daher die Frage zu prüfen, ob deren Absicherung ausreicht, um weitergehende Schlüsse zu erlauben.

Anmerkungen

- 1 Forstner und Oehrli (1998).
- 2 Mesenburg, Peter: *Germaniae Universalis – Die Genauigkeit der Darstellung Europas durch Gerhard Mercator im Jahre 1585*. In: *Gerhard Mercator, Europa und die Welt*. Red. Ruth Löffler et al. Duisburg, 1994. S. 221–234.
- 3 Wolf, Rudolf: *Geschichte der Vermessungen in der Schweiz als Historische Einleitung zu den Arbeiten der schweizer geodätischen Commission*. Zürich, 1879. S. 6 Anm. 5–7.
- 4 Wagner, Hermann: *Der Kartenmaßstab. Historisch-kritische Betrachtungen*. In: *Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin* 49, 1 (1914) S. 1–34 und 49, 2 (1914) S. 81–117 [Schluss fehlt].
- 5 Hristow, W.K.: *Die gaußschen und geographischen Koordinaten auf dem Ellipsoid von Krassowsky*. Berlin, 1955. S. 152 und 215–236.
- 6 Hubeny, Karl: *Isotherme Koordinatensysteme und konforme Abbildungen des Rotationsellipsoïdes*. Wien, 1953. (*Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen* Sonderheft 13). S. 87–91.
- 7 Grossmann, Walter: *Grundzüge der Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate nebst Anwendungen in der Geodäsie*. Berlin, Heidelberg, New York, 1969. S. 311–317.
- 8 Albert, Peter: *Koordinatentransformationen in der Ingenieurgeodäsie, Teil I und II*. In: *Vermessungstechnik* 35 (1987) S. 242–244 und 313–315.
- 9 Heck, B: *Ein- und zweidimensionale Ausreißertests bei der ebenen Helmert-Transformation*. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen* 110, 10 (1985) S. 461–471.
- 10 Weis (1985).
- 11 Israel Holzwurm (†1617), Bürger von Strassburg und Villach, Ingenieur im Dienst der Landstände. Kreczi, Hans: *Kepler, Holzwurm und die oberösterreichische Landkarte*. In: *Beiträge zur Linzer Stadtgeschichte* 1 (1947) S. 15–21.
- 12 Balmer, Heinz: *Beiträge zur Geschichte der Erkenntnis des Erdmagnetismus*. Aarau, 1956. S. 122 und 407.
- 13 Linie gleicher astronomischer und magnetischer Nordrichtung, auch als Nullisogone bezeichnet.
- 14 Bemmelen, Willem van: *De Isogonen in de XVIde en XVIIde Eeuw*. Diss. Utrecht, 1893, zi-

- tiert nach Günther, Siegmund: *Handbuch der Geophysik* 1. 2. Auflage. Stuttgart, 1897. S. 541–542.
- 15 Krengel, Michael: *Methoden der Genauigkeitsuntersuchung von Altkarten am Beispiel der Berlin-Blätter des Schulenburg-Schmettauschen Kartenwerkes*. Diplomarbeit. Berlin, 1997. S. 31–35.
 - 16 Eckert, Max: *Die Kartenwissenschaft* 1. Berlin, Leipzig, 1921. S. 316–318.
 - 17 Andrews, J[ohn] H[arwood]: *Motive and Method in Historical Cartometry*. Vortrag. 6th International Conference on the History of Cartography, Greenwich, United Kingdom, 7.–11. September 1975. [Typoskript]. Metakartographie: Begriff der theoretischen Kartographie; Untersuchung der Aussagefähigkeit der Karte im Vergleich zu nicht kartographischen Ausdrucksmiteln. Neumann, Joachim (Hrsg.): *Enzyklopädisches Wörterbuch Kartographie in 25 Sprachen*. München, 1997. Nr. 1.7.

Literatur

- Forstner, Gustav; Oehrli Markus: *Graphische Darstellungen der Untersuchungsergebnisse alter Karten und die Entwicklung der Verzerrungsgitter*. In: *Cartographica Helvetica* 17 (1998) S. 35–43. [Enthält im Anhang eine ausführliche Bibliographie zu graphischen Fehlerdarstellungen alter Karten. In den auf S. 42–43 aufgeführten Publikationen wird meistens mehr oder weniger detailliert ebenfalls auf die technischen Aspekte der Verzerrungsgitter eingegangen].
- Weis, Ingrid: *Automatische Erstellung von Verzerrungsgittern alter Karten*. Diplomarbeit. München, 1985.

Résumé:

Deux méthodes pour la construction des grilles de distorsion pour évaluer les cartes anciennes

Les grilles de distorsion constituent un moyen auxiliaire pour donner une vue générale des erreurs de position sur les cartes anciennes. Le principe de la construction géométrique des grilles de distorsion ou de leur construction à l'aide d'une échelle moyenne place sciemment la clarté de la représentation avant la possibilité de reproduction du résultat. Une construction totalement objective des grilles avec ces méthodes n'est pas possible, car le choix des points qui interviennent dans la construction d'une ligne quelconque ou l'élimination de points fortement entachés d'erreur est subjectif. Cette objectivité ne peut non plus pas être atteinte en raison de l'inconstance de l'échelle des anciennes cartes et de la répartition souvent très irrégulière des points identifiables. Il est tentant, dans les zones avec peu de points appropriés, d'utiliser des points très éloignés pour la construction ou d'interpoler sur de longues distances, ce qui fausse le résultat. Ces problèmes apparaissent aussi dans une moindre mesure lors de calculs de grilles de distorsion. Comme ces calculs se font en général automatiquement, il faut prendre garde à ce que les grilles ne soient tracées que dans les zones où les points sont suffisamment nombreux à proximité des lignes. Toutes les lignes des grilles sont influencées, si ce n'est dans leur tendance, du moins

dans leur particularité, par des paramètres que l'on peut choisir librement. Avant d'évaluer les résultats obtenus à l'aide de ces grilles, il convient d'examiner si leur fiabilité est suffisante pour en tirer des conclusions valables.

Summary:

Two methods for constructing distortion grids for the analysis of old maps

Distortion grids are a means by which a general impression of the orientation and accuracy of old maps can be obtained. The concept of the geometric construction, or, in other words, the construction using a standard scale of the distortion grids, placed emphasis on the appearance of the results rather than the ability to reproduce them. A completely objective construction of the grids is not possible since the choice of points used for a particular line, or even the elimination of inaccurate points, is subjective. Furthermore, a constant scale factor is usually lacking in old maps, and the distribution of points which can be identified is often very irregular. Especially in areas with few suitable points, the tendency to use distant points or to interpolate points over long stretches further distorts the results. These problems also arise in the computation of distortion grids, however not as strongly. Because these computations are usually automatic, it is important that the grids are defined only for areas with a sufficient number of points along the lines.

All grid lines can be influenced – not so much in their tendency, but in their details – by the free choice of parameters. Before additional analysis of data derived from such grids are carried out, the data should be checked up on its reliability to see if further conclusions may be drawn.

Gustav Forstner, Dipl.-Ing.

Peter-Tunnergasse 17
A-8605 Kapfenberg