

Zeitschrift: Cahiers d'archéologie romande
Herausgeber: Bibliothèque Historique Vaudoise
Band: 10 (1977)

Artikel: L'industrie lithique de la station littorale d'Yvonand : (exemple d'étude de typologie analytique)
Autor: Voruz, Jean-Louis / Jeanneret, Roland / Gallay, Alain
Kapitel: 6: Étude de la structure modale : (ordres typologiques)
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-835627>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 29.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

CHAPITRE SIX: ETUDE DE LA STRUCTURE MODALE

(ORDRES TYPOLOGIQUES)

6.1. DONNEES ET TABLEAU DES SEQUENCES STRUCTURALES

L'outillage est considéré selon les modes de retouche, toutes les informations complémentaires étant momentanément abandonnées : simple (S), abrupt (A), plat (P), écaillé (E), burin (B), surélevé (SE). Ces modes se répartissent comme suit :

6.1.1. Séquence structurale des modes de retouche

Niv. 8 :	<u>S</u>	<u>P</u>	A	E	B	SE	N (Total)	Moyenne
	32	11	7	3	0	0	53	53/6 = 8,83
Niv. 6 :	<u>S</u>	<u>A</u>	<u>P</u>	E	B	SE	N	
	15	12	11	4	1	0	43	43/6 = 7,17
Niv. 4 :	<u>S</u>	<u>A</u>	P	E	B	SE	N	
	22	11	5	3	0	0	41	41/6 = 6,83
Effectifs théoriques :	S 69	A 30	P 27	E 10	B 1	SE 0	Effectif total = 137	

Les moyennes d'effectifs pour chaque couche permettent de définir des catégories majeures, qui ont un effectif supérieur à la moyenne, et des catégories mineures d'effectif inférieur à la moyenne. Ainsi, S et P pour le niv. 8, S, A et P pour le niv. 6 et S et A pour le niv. 4 sont les catégories majeures. On remarque tout de suite la prédominance de la catégorie S et l'inversion de P à A; l'évolution au cours de l'occupation de la station d'Yvonand 4 se fait dans le sens d'une augmentation de la retouche Abrupte au détriment de la retouche Plate. Il est déjà intéressant de mettre ce fait en évidence; mais le mouvement peut être encore mieux explicité par des «ruptures» reportées sur un «tableau des séquences structurales».

6.1.2. Ruptures selon le critère ordinal

Ces «ruptures» se définissent comme suit :

«Les séries monotones décroissantes formées par les séquences structurales présentent des discontinuités, des ruptures qui différencient des groupements de catégories». (Laplace 1974, p. 11). Pour découvrir un critère pertinent définissant ces ruptures, il a fallu expérimenter successivement 4 critères, dont le dernier, le critère ordinal, donne aujourd'hui provisoirement satisfaction.

Il s'agissait de trouver un critère tenant compte à la fois du nombre K de catégories, de l'effectif N et en même temps établissant des relations d'ordre entre les discontinuités, donc définissant une structure d'ordre de ces ruptures.

Soit une série additive quelconque de raison r et de K termes :

$$a/a + r/ a + 2r/ \dots /a + ir/ \dots /a + (K-2)r/ a + (K-1)r.$$

Posons les rapports suivants .

$$\frac{a + (K-1)r - a}{a + (K-2)r - a} = \frac{K-1}{K-2} \quad \text{et} \quad \frac{a + (K-1)r - a}{a + (K-1)r - (a - r)} = \frac{K-1}{K-2}$$

et définissons comme suit le critère ordinal :

Dans une séquence ordonnée quelconque d'effectif N et de K termes, tout intervalle entre l'effectif maximal E_{\max} et l'effectif de rang immédiatement inférieur $E_{\max-1}$, comme entre l'effectif minimal E_{\min} et l'effectif de rang immédiatement supérieur $E_{\min+1}$, peut être considéré comme une RUPTURE lorsque les rapports

$$\frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max-1} - E_{\min}} \quad \text{et} \quad \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} - E_{\min+1}}$$

sont strictement supérieurs à $\frac{K-1}{K-2}$,

Le rapport $\frac{K-1}{K-2}$ est appelé «**seuil de signification**».

Cette démarche ne peut pas être effectuée avec moins de 3 termes. Par exemple, pour une série de 4 termes, le seuil de signification

est égal à $\frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}$. Pour déceler des ruptures à l'intérieur d'une séquence ordonnée d'un nombre quelconque

de termes, , et pour déceler une structure d'ordre entre ces ruptures, nous aurons recours à un «arbre ordinal» construit ainsi :

Soit une séquence ordonnée quelconque, par exemple de 5 termes : a-b-c-d-e. Nous pouvons y rechercher l'existence éventuelle de ruptures entre a et b ainsi qu'entre d et e.

$$(\text{seuil} = \frac{5-1}{5-2} = \frac{4}{3}). \text{ Séparons cette série en}$$

deux séquences de 4 termes :

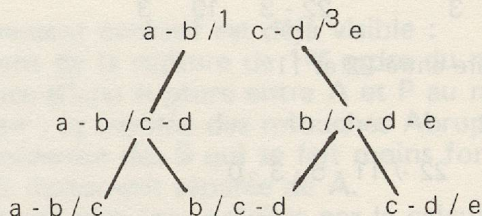
$$\text{-a-b-c-d et -b-c-d-e (seuil} = \frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}).$$

On peut y rechercher les ruptures entre a-b, c-d et b-c, d-e.

De même avec 3 séquences de 3 termes :

$$\text{-a-b-c, -b-c-d et -c-d-e- (seuil} = \frac{3-1}{3-2} = 2)$$

Regroupons ces 6 séries sur un «arbre ordinal», et marquons-y les ruptures trouvées :



Par exemple la rupture se trouvant en a-b/c et b/c-d peut être appliquée à a-b/c-d.

S'il s'en trouve une en b/c-d-e, on peut de même la faire «remonter» en a-b/c-d-e. Elle sera dite de 1^{er} ordre car elle se trouve à tous les niveaux de l'arbre ordinal. Alors que si, par exemple, on en trouve une seconde en c-d/e au bas de l'ordre (séquence de 3 termes), celle-ci sera dite de «3^e ordre», car elle ne se trouve qu'à un niveau de l'arbre.

Exemple numérique :

(structure modale, niveau 4)

$$22 - 11 - 5 - 3 - 0$$

$$22 - 11 - 5 - 3$$

$$11 - 5 - 3 - 0$$

$$22 - 11 - 5$$

$$11 - 5 - 3$$

$$5 - 3 - 0$$

Appliquons le critère ordinal à chacune de ces séquences partielles :

$$\text{Pour } 22 - 11 - 5 : \frac{22 - 5}{11 - 5} = \frac{17}{6} > 2 \quad \text{et} \quad \frac{22 - 5}{22 - 11} = \frac{17}{11} < 2$$

Rupture entre 22 et 11

$$\text{Pour } 11 - 5 - 3 : \frac{11 - 3}{5 - 3} = \frac{8}{2} > 2 \quad \text{et} \quad \frac{11 - 3}{11 - 5} = \frac{8}{6} < 2$$

Rupture entre 11 et 5

Pour 5 - 3 - 0 :

$$\frac{5-0}{3-0} = \frac{5}{3} < 2 \quad \text{et} \quad \frac{5-0}{5-3} = \frac{5}{2} > 2$$

Rupture entre 3 et 0

Pour 22 - 11 - 5 - 3 :

$$\frac{22-3}{11-3} = \frac{19}{8} > 2 \quad \text{et} \quad \frac{22-3}{22-5} = \frac{19}{17} < 2$$

Rupture entre 22 et 11

Pour 11 - 5 - 3 - 0 :

$$\frac{11}{5} > \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad \frac{11}{11-3} = \frac{11}{8} < \frac{3}{2}$$

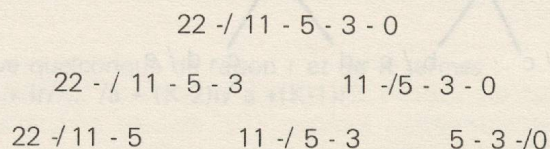
Rupture entre 11 et 5

Pour 22 - 11 - 5 - 3 - 0 :

$$\frac{22-0}{11-0} > \frac{4}{3} \quad \text{et} \quad \frac{22-0}{22-3} = \frac{22}{19} < \frac{4}{3}$$

Rupture entre 22 et 11

Reportons ces ruptures sur l'arbre ordinal :

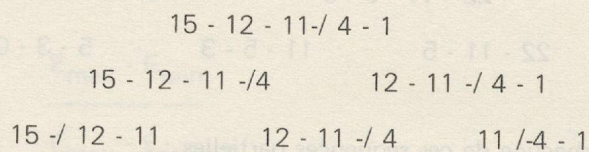


Nous pouvons donc hiérarchiser les ruptures ainsi :

Niv. 4 : 22 /¹ 11 /² 5 - 3 /³ 0.

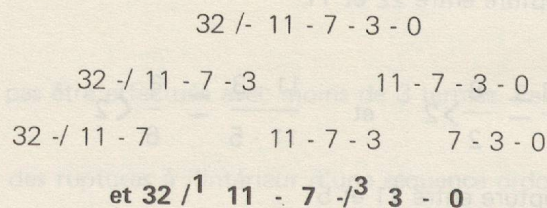
La rupture existant entre 22 et 11 sera dite de 1^{er} ordre, celle entre 11 et 5 de 2^e ordre et celle entre 3 et 0 de 3^e ordre.

De même, construisons l'arbre ordinal pour le niveau 6 :

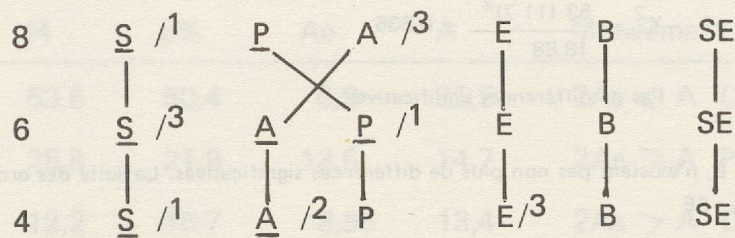


On y calcule les ruptures suivantes : **15 /³ 12 - 11 /¹ 4 - 1**

Pour le niveau 8, on obtient :



6.1.3. Les résultats peuvent être regroupés en un «tableau des séquences structurales» :



L'observation de ce tableau amène les remarques suivantes :

— l'ensemble de l'industrie sur les 3 niveaux possède une certaine stabilité puisqu'il n'existe qu'une seule inversion, et est caractérisé par la dominance de la catégorie S et la très faible importance des catégories E, B, SE.

— cependant un mouvement évolutif est déjà visible :

l'inversion A - P, le déplacement de la rupture de 1^{er} ordre du niv. 8 au niv. 6, l'existence de 3 catégories majeures au niv. 6 et l'existence d'une rupture entre A et P au niv. 4 sont des faits concordants et caractéristiques de ce mouvement : la montée des retouches Abruptes provoque un certain regroupement au niv. 6 (au détriment de la dominance des S qui se fait moins forte), et se poursuit jusqu'au niv. 4 où la catégorie P devient mineure et nettement séparée de A.

Ces résultats visuels seront plus loin précisés par le calcul statistique.

Signalons enfin que P. Boutin (cf. BOUTIN 1976 p. 68) a récemment proposé des solutions graphiques pour définir ces ruptures, à partir d'un «pseudo-diagramme en bâton», préférable selon lui au bloc-diagramme. Mais il n'apporte pas de solution originale vraiment satisfaisante, aussi n'en tiendrons-nous pas compte.

Note : Les dernières recherches de G. Laplace et M. Livache (cf. LAPLACE + LIVACHE 1975 pp 8-12) ont permis de trouver un **critère de contingence** fixant les ruptures dans une séquence structurale basé sur la loi statistique théorique du CHI-2, utilisée à partir du tableau de contingence suivant :

a	b	a+b
c	d	c+d
n	n	2n

où a et b sont les effectifs observés de deux catégories d'une même séquence, et c et d les complémentaires de ces deux effectifs par rapport à l'effectif total n.

L'indicateur d'écart donné par la formule (établie par G. Laplace) $\chi^2 = \frac{n(a-b)^2}{(a+b)(c+d)}$ mesure le degré de signification des écarts à la

loi de distribution théorique du CHI-2, et prend le sens d'une rupture lorsque la probabilité P sera inférieure à 0,05. Lorsque l'un des effectifs théoriques est inférieur à 10, on utilise la formule de la loi binomiale qui donne directement la probabilité P.

Par exemple, la suite au niveau 8 :

S32 - P11 - A7 - E3 - B = SE = 0 N = 53
permet de calculer les ruptures :

S	P	
32	11	43
21	42	63
53	53	106

$$\chi^2 = \frac{53(32-11)^2}{(32+11)(21+42)} = 8,62$$

L'indicateur d'écart $X^2 = 8,62$ étant supérieur au $\chi^2_{0,01} = 3,841$ et la probabilité étant comprise entre 0,01 et 0,001, la différence est dite très significative et est marquée par deux traits obliques //.

— ou encore entre P et A :

P	A	
11	7	18
42	46	88
53	53	106

$$\chi^2 = \frac{53 (11-7)^2}{18.88} = 0,535$$

Pas de différences significatives.

Entre A et E, et entre E et B, n'existent pas non plus de différences significatives. La suite des ordres pourra donc s'écrire :

S // P - A - E - B = SE

6.2. FREQUENCES

En calculant pour chaque couche le pourcentage de chaque catégorie par rapport à l'effectif de la couche, (par exemple S niv. 8 : $\frac{32}{53} = 0,603$ c'est-à-dire 60,3 %) on établit le **tableau structural des fréquences**.

Dans celui-ci sont indiqués, pour chaque catégorie :

f8, f6, f4 — les fréquences à chacune des couches

p % — la «fréquence théorique», c'est-à-dire le pourcentage des effectifs théoriques par rapport à l'effectif total.

(par exemple : S : $\frac{69}{137} = 0,5036$. C'est-à-dire : 50,4 %)

Ae — l'«amplitude des extrêmes», définie par la différence entre f8 et f4.

A — l'amplitude absolue définie par la différence entre la fréquence la plus forte et la fréquence la plus faible.

— le mode de mouvement de chaque catégorie de retouches, définit ainsi :

Ae = A = 0 Stabilité

Ae = 0, A ≠ 0 oscillation

Ae ≠ 0, A ≠ 2 Ae < A Oscillation dégressive ou progressive

2 Ae > A Progression ou dégression oscillante

Signalons encore que dans ce tableau les catégories sont rangées selon l'ordre de décroissance défini par p.

6.2.1. Tableau structural des fréquences

	f8	f6	f4	p%	Ae	A	Mouvement
S	60,4	34,9	53,6	50,4	6,8	25,5	$2Ae < A$ Oscillation dégressive
A	13,2	27,9	26,8	21,9	13,6	14,7	$2Ae > A$ Progression oscillante
P	20,75	25,6	12,2	15,7	8,55	13,4	$2Ae > A$ Dégression oscillante
E	5,66	9,3	7,3	7,3	1,64	3,64	$2Ae < A$ Oscillation progressive
B	0	2,3	0	0,7	0	2,3	Oscillation
SE	0	0	0	0	0	0	Stabilité

On constate à première vue qu'il sera intéressant de tester les associations S + P et A + E. (Y a-t-il association entre les mouvements progressifs et dégressifs ?)

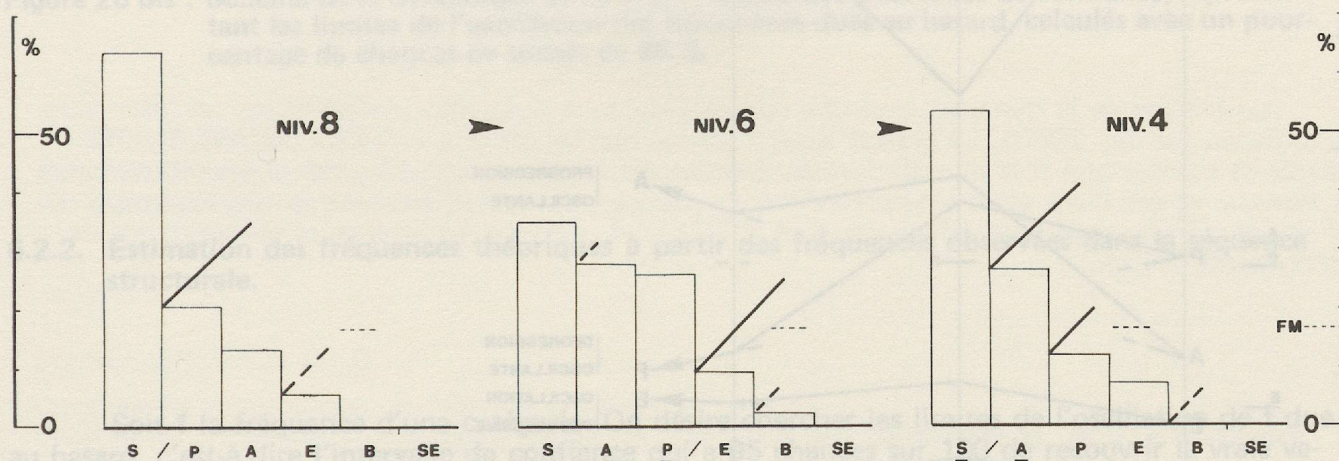


Figure 26 : Histogramme des séries modales, selon l'échelle ordinale.

F M = fréquence moyenne = $100/6 = 16,7 \%$

Traits obliques = ruptures selon le critère ordinal

Modes soulignés = catégorie majeure (fréquence supérieure à F M)

Voir texte : tableau structural des fréquences, § 6.1.)

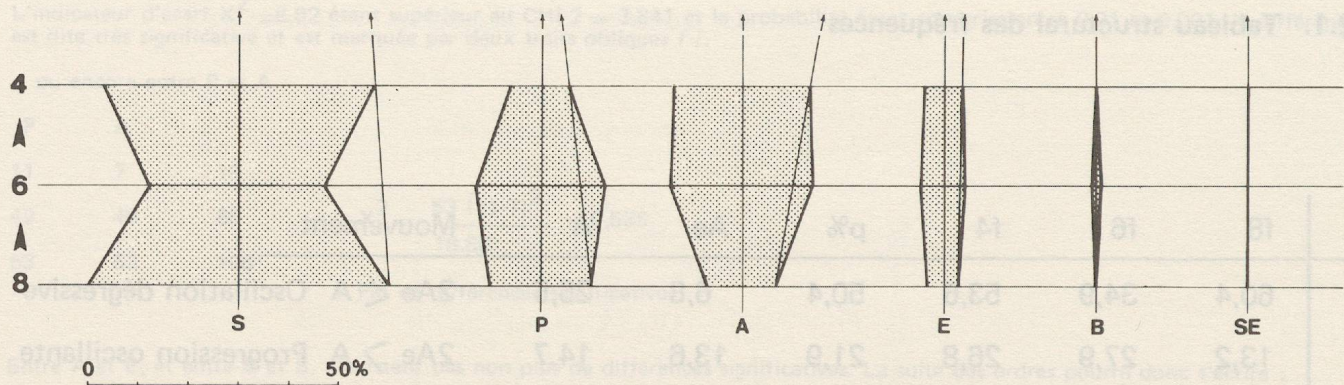


Figure 27 : Schéma évolutif des séries modales.

La largeur de la figure pour chaque mode et chaque couche correspond à la fréquence de ce mode dans le niveau considéré. La domination oscillante de la catégorie S (outils à retouche simple) est particulièrement bien visible, de même que la symétrie des mouvements des outils à retouches plate et abrupte.

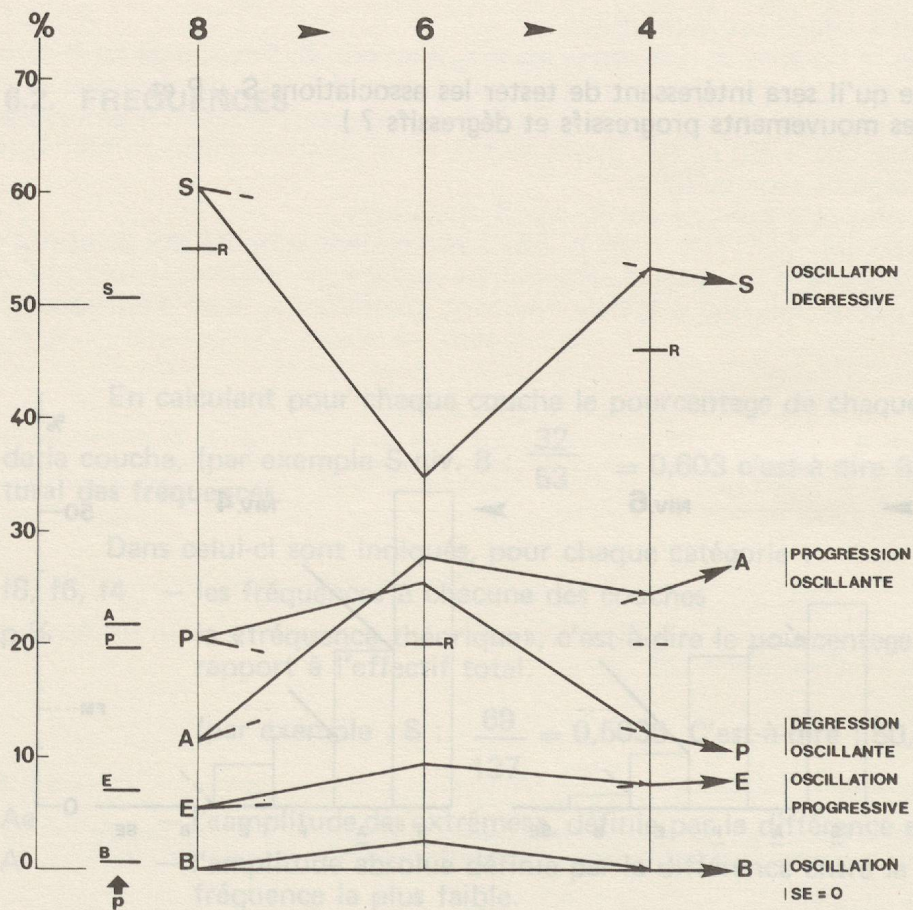


Figure 28 : Schéma de la dynamique structurale modale.

R = ruptures de 1^{er} ordre selon le critère ordinal

p = fréquences théoriques = pourcentage des effectifs théoriques par rapport à l'effectif total. (Par exemple, $P_s = 69/137 = 0,5036$, c'est-à-dire 50,4 %).

L'oscillation dégressive des Simples est significative.

La progression des Abrupts entre les niveaux 8 et 6 et la dégression des Plats entre les niveaux 6 et 4 sont également des mouvements significatifs.

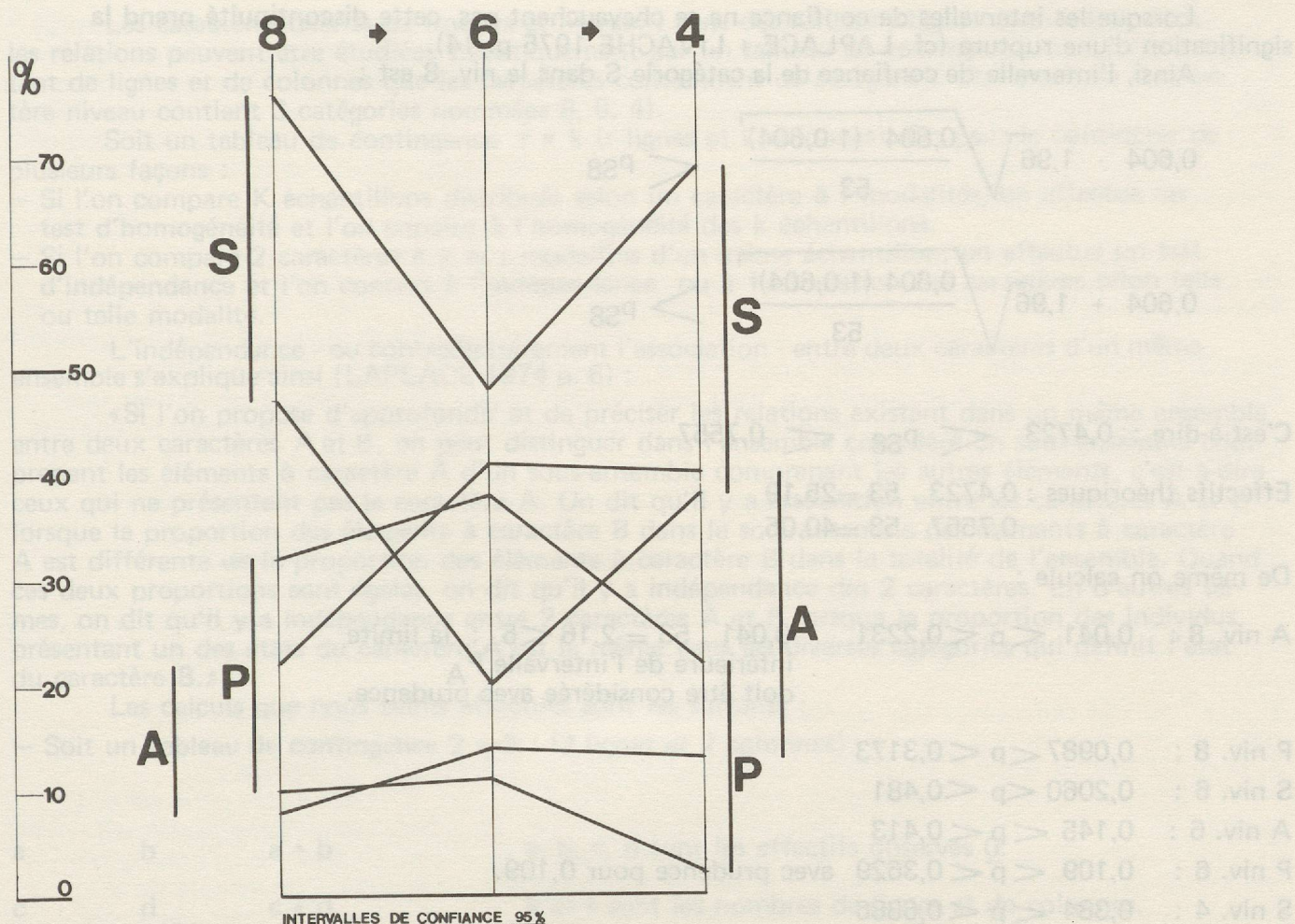


Figure 28 bis : Schéma de la dynamique structurale modale des intervalles de confiance, représentant les limites de l'oscillation des fréquences dues au hasard, calculés avec un pourcentage de chances de succès de 95 %.

6.2.2. Estimation des fréquences théoriques à partir des fréquences observées dans la séquence structurale.

Soit f la fréquence d'une catégorie. On désire chercher les limites de l'oscillation de f due au hasard, c'est-à-dire l'intervalle de confiance qui a 95 chances sur 100 de recouvrir la vraie valeur inconnue de p . Cette fréquence réelle p est donnée selon le calcul des probabilités par la formule :

$$f - 1,96 \sqrt{\frac{f(1-f)}{N}} < p < f + 1,96 \sqrt{\frac{f(1-f)}{N}}$$

(formule valable seulement si les effectifs théoriques sont supérieurs à 10, ou à la rigueur supérieurs à 5).

Lorsque les intervalles de confiance ne se chevauchent pas, cette discontinuité prend la signification d'une rupture (cf. LAPLACE + LIVACHE 1975 p. 14).

Ainsi, l'intervalle de confiance de la catégorie S dans le niv. 8 est :

$$0,604 - 1,96 \sqrt{\frac{0,604 (1-0,604)}{53}} < p_{S8}$$

$$0,604 + 1,96 \sqrt{\frac{0,604 (1-0,604)}{53}} > p_{S8}$$

C'est-à-dire : $0,4723 < p_{S8} < 0,7557$

Effectifs théoriques : $0,4723 \cdot 53 = 25,19$

$0,7557 \cdot 53 = 40,05$

De même on calcule :

A niv. 8 : $0,041 < p < 0,2231$

$0,041 \cdot 53 = 2,16 < 5$: la limite inférieure de l'intervalle P_A doit être considérée avec prudence.

P niv. 8 : $0,0987 < p < 0,3173$

S niv. 6 : $0,2060 < p < 0,481$

A niv. 6 : $0,145 < p < 0,413$

P niv. 6 : $0,109 < p < 0,3629$ avec prudence pour 0,109.

S niv. 4 : $0,384 < p < 0,6886$

A niv. 4 : $0,1324 < p < 0,4036$

P niv. 4 : $0,021 < p < 0,2221$ avec prudence pour 0,021.

Le schéma de la dynamique structurale modale peut donc être complété par les intervalles de confiance (cf. fig. 28bis). La grande largeur de ces bandes est due au faible nombre d'outils analysés et montre que si la domination des Simples est incontestable, l'inversion des mouvements des Abrupts et des Plans est à interpréter avec prudence. La rupture existant au niv. 8 entre S et P est plus importante que celle entre S et A au niv. 4, puisque les intervalles de confiance ne s'y chevauchent pas.

6.3. PRESENTATION SOMMAIRE DE L'OUTIL STATISTIQUE

La théorie des probabilités ayant construit des lois théoriques, des modèles de distribution de variables quantitatives dans un ensemble, on peut chercher à calculer les écarts existant entre une distribution observée selon ce modèle et une distribution théorique. Une de ces lois théoriques, la loi du CHI-2, permet par un test dit du CHI-2 de comparer une distribution observée et une distribution théorique, plus précisément de tester leur conformité ou leur non-conformité. De même, on peut comparer entre elles des distributions observées de variables qualitatives, la théorie du CHI-2 permettant de tester soit l'hypothèse de l'homogénéité de plusieurs distributions, soit l'hypothèse d'indépendance de deux variables.

Les caractères décrits ici (modes et niveaux) sont des caractéristiques **qualitatives** dont les relations peuvent être étudiées statistiquement par un **tableau de contingence** comportant autant de lignes et de colonnes que les caractères contiennent de catégories. (Par exemple le caractère niveau contient 3 catégories nommées 8, 6, 4).

Soit un tableau de contingence $r \times k$ (r lignes et k colonnes). On peut le considérer de plusieurs façons :

- Si l'on compare K échantillons distribués selon un caractère à r modalités, on effectue un **test d'homogénéité** et l'on conclut à l'**homogénéité** des k échantillons.
- Si l'on compare 2 caractères à k et r modalités d'un même échantillon, on effectue un **test d'indépendance** et l'on conclut à l'**indépendance** ou à l'**association** des caractères selon telle ou telle modalité.

L'indépendance - ou contradictoirement l'association - entre deux caractères d'un même ensemble s'explique ainsi (LAPLACE 1974 p. 6) :

«Si l'on propose d'approfondir et de préciser les relations existant dans un même ensemble entre deux caractères A et B , on peut distinguer dans l'ensemble considéré un sous-ensemble comprenant les éléments à caractère A d'un sous-ensemble comprenant les autres éléments, c'est-à-dire ceux qui ne présentent pas le caractère A . On dit qu'il y a **association** entre les caractères A et B lorsque la proportion des éléments à caractère B dans le sous-ensemble des éléments à caractère A est différente de la proportion des éléments à caractère B dans la totalité de l'ensemble. Quand ces deux proportions sont égales, on dit qu'il y a **indépendance** des 2 caractères. En d'autres termes, on dit qu'il y a indépendance entre 2 caractères A et B lorsque la proportion des individus présentant un des états du caractère A est la même dans les diverses catégories qui définit l'état du caractère B .»

Les calculs que nous avons effectués sont les suivants :

- Soit un **tableau de contingence** 2×2 : (2 lignes et 2 colonnes)

a	b	$a + b$	a, b, c, d sont les effectifs observés O .
c	d	$c + d$	k et r sont les nombres de lignes et de colonnes.
$a + c$	$b + d$	$a+b+c+d = N$	

* Nombre de degré de liberté : $(k-1)(r-1) =$ ici $(2-1)(2-1) = 1$.

* **Effectifs théoriques d'homogénéité ou d'indépendance absolue C** :

Par exemple pour la première case :

$$a' = \frac{(a+c)(a+b)}{N}$$

* **Ecart** : différences $O - C$

* **Contingence quadratique ou indicateur d'écart X^2** :

(mesure de l'écart entre distribution observée et distribution théorique)

$$X^2 = \text{Somme} \frac{(O - C)^2}{C}$$

$$\text{c'est-à-dire : } X^2 = \frac{a^2}{a'} + \frac{b^2}{b'} + \frac{c^2}{c'} + \frac{d^2}{d'} - N$$

$$= \frac{(ad - bc)^2 \cdot N}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)} \quad (\text{pour un tableau } 2 \times 2)$$

«L'homogénéité de deux ensembles ou l'association de deux caractères seront d'autant plus grands que les écarts, donc la contingence quadratique, seront élevés. (...) Les tables du CHI-2 de Pearson (cf. appendice) indiquent, pour chaque valeur de CHI-2, la probabilité pour que la valeur de CHI-2 soit atteinte par X^2 observé uniquement par l'effet du hasard. On admet généralement 0,05 (5%) comme valeur de la probabilité P au-dessous de laquelle les divergences entre effectifs observés et effectifs théoriques ne sont plus attribués au hasard de l'observation. La différence est dite alors significative» (LAPLACE 1974 p. 25).

Conditions d'application : les effectifs théoriques calculés doivent être au moins égaux à 5. On peut admettre cependant un effectif théorique compris entre 3 et 5. L'effectif total N doit être supérieur à 20.

Les petits échantillons (l'un au moins des effectifs est petit, l'effectif total N est compris entre 20 et 40) peuvent être soumis quand même au test du CHI-2 par les règles suivantes : (On peut mesurer le degré d'association, mais non la signification. On s'expose à ne déceler que des différences importantes, mais celles qui sont décelées sont valables, sous réserve des conditions de représentativité de l'échantillon).

1) Calcul du X^2 habituel : si les différences sont non significatives, (homogénéité) le test est valable sans plus.

2) Si le X^2 est proche du seuil de signification, on pratique la «correction de Yates» :

$$* \quad X^2 = \frac{N (I_{ad} - bcI - N/2)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$$

Si le X^2 corrigé obtenu est très au-dessous ou très au-dessus du seuil de signification (3,84 pour les tableaux 2x2) le test est valable.

3) Si le X^2 corrigé obtenu est proche de 3,84, on pratique la «méthode de Fischer» :

Soit un tableau de contingence formé par 4 effectifs a, b, c, d dont le plus petit est a. La probabilité P selon laquelle l'écart entre un X^2 observé et un CHI-2 théorique sera significatif (il y aura alors désaccord entre les faits observés et l'hypothèse d'indépendance ou d'homogénéité) se calcule directement : il est égal à la somme des P calculés pour toutes les valeurs de a' comprises entre a et 0 (a' étant un effectif fictif : en gardant les mêmes totaux marginaux, on fait varier cet effectif de a à 0 dans la première case), avec la formule :

$$* \quad P = \frac{(a+b)! (a+c)! (b+d)! (c+d)!}{N! a! b! c! d!}$$

(Soit i un nombre entier compris entre 0 et l'infini.

i! = i factoriel = produit de tous les nombres compris entre 1 et i.

Ex. : i = 5 : i! = 5.4.3.2.1 = 120)

$$* \text{ Coefficient d'association : } Q = \frac{a.d - b.c}{a.d + b.c} \quad \text{varie de -1 à +1.}$$

Q = 0 : indépendance parfaite

Q = -1 : association parfaite

$$* \text{ Carré de contingence de Pearson : } PHI^2 = \frac{X^2}{N} = \frac{(ad - bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$$

$$* \text{ Coefficient de «corrélation des points» : } PHI = \sqrt{PHI^2}$$

— Dans les tableaux de contingence où r ou/et k sont sup. à 2 :

* PHI^2 est remplacé par le coefficient de contingence :

$$C^2 = \frac{X^2}{N + X^2}$$

* Nombre de degré de liberté = $(k-1)(r-1)$

Les effectifs théoriques C d'homogénéité ou d'indépendance absolue dans chaque case du tableau de contingence se calcule de la même manière : produit des totaux marginaux correspondants, divisé par l'effectif total. Les écarts sont de même les différences entre effectifs observés O et effectifs théoriques C : $O - C$.

* D'où : $X^2 = \text{Somme des } \frac{(O - C)^2}{C}$ ou $X^2 = \text{Somme des } \frac{O^2}{C} - N$

Les tables du CHI-2 de Pearson permettent alors de tester de la même manière les hypothèses d'homogénéité et d'indépendance.

6.4. UTILISATION DE L'OUTIL STATISTIQUE

6.4.1. Etude globale 8 — 6 — 4.

Tableau de contingence à 3 lignes et 3 colonnes :

Caractère niveau : 8, 6, 4.

Caractère mode : S — A — P+E+B (regroupements nécessaires pour que les effectifs théoriques soient supérieurs à 5).

Degré de liberté : $(3-1)(3-1) = 4$.

Hypothèse nulle H_0 : les 3 séries modales 8, 6 et 4 à 3 catégories S, A et P+E+B sont homogènes (leur répartition est homogène dans le tableau).

Exemple du calcul du X^2 :

Contenu des 2 cases S-8 et S - X^2_8 :

	8	
		écart $O - C = 5,31$
S	32 = O effectif observé	$C = \frac{69.53}{137} = 26,69$
		$C = \text{effectif théorique}$ d'homogénéité absolue

$$x_{8}^2$$

S Contingence quadratique : $x_{S8}^2 = \frac{(0 - c)^2}{c}$

$$\frac{5,31^2}{26,69} = 1,06$$

Alors : $X^2 = \text{Somme des } x_{ij}^2 \text{ pour } i = 8, 6, 4.$
 $j = S, A, P+E+B$

Tableau de calcul du X^2 :

	8	6	4	N	x_8^2	x_6^2	x_4^2	x_T^2
S	+5,31 32 26,69	-6,66 15 21,66	+1,35 22 20,65	69	1,06	2,05	0,09	3,19
A	-4,6 7 11,6	+2,58 12 9,42	+2,2 11 8,98	30	1,82	0,71	0,45	2,98
P+E+B	-0,7 14 14,70	+4,07 16 11,93	-3,37 8 11,37	38	0,03	1,39	1,0	2,42
TOTAL	53	43	41	137	2,91	4,15	1,54	<u>8,60</u>
$X^2 = 8,60$ et $CHI_{-24} 0,05 = 9,488.$ Hypothèse d'homogénéité acceptée !								

$P = 0,05$ étant choisi comme seuil de signification, la table de Pearson donne, en fonction du nombre de degré de liberté, l'indicateur d'écart quadratique CHI-2. (Par exemple ici $\text{CHI-2}_{4,0,05} = 9,488$).

* Si X^2 est inférieur au CHI-2, il n'y a pas de différences significatives et les écarts entre la distribution observée et la distribution théorique d'homogénéité sont attribués au hasard.

* Si X^2 est supérieur au CHI-2, il existe une différence significative au seuil de 5 %. Les écarts n'étant pas dus au hasard, on rejette l'hypothèse d'homogénéité (ou, dans un autre cas, d'indépendance de deux caractères) et on admet l'hypothèse inverse d'inhomogénéité des séries (ou d'association des caractères).

Cette probabilité P peut être variée : la table donne en plus les CHI-2 pour une série de P allant de 0,001 à 0,99. Par exemple, si l'hypothèse nulle H_0 est exacte, la probabilité pour que X^2 atteigne ou dépasse CHI-2 est de 0,05 si l'on prend $\text{CHI-2} = 9,488$. Cependant, une zone de prudence est à admettre entre 0,05 et 0,10.

Ici, $X^2_4 = 8,60$. La table nous donne :

$\text{CHI-2}_{4,0,05} = 9,488$ et $\text{CHI-2}_{4,0,10} = 7,779$.

1^{er} cas : seuil à 0,05 : X^2 inférieur au CHI-2. L'hypothèse d'homogénéité est acceptée. (Si H_0 est acceptée, X^2 a 5 chances sur 100 d'atteindre ou dépasser 9,488).

2^{ème} cas : seuil à 0,10 : X^2 supérieur au CHI-2. L'hypothèse d'homogénéité est alors rejetée et l'on accepte l'hypothèse contraire d'inhomogénéité.

Les statisticiens recommandant par expérience d'admettre comme seuil de signification 0,05 ou même mieux 0,02, nous admettrons ici l'hypothèse d'homogénéité, mais avec prudence.

Cela signifie que la répartition des modes de retouche (hélas limitée à ces 3 catégories) est homogène avec prudence dans les 3 couches 8, 6 et 4. (Les mouvements évolutifs des différents modes sont donc quand même légèrement liés entre eux).

Dans le tableau précédent, on constate que la série S possède l'écart quadratique le plus élevé (3,19). Il sera donc intéressant de tester l'homogénéité des séries modales 8, 6 4 à 2 catégories

S et nonS = A + P + B + E : (tableau 2 x 3)

$X^2 = 6,42$ supérieur au $\text{CHI-2}_{2,0,05} = 5,991$.

L'hypothèse d'homogénéité est rejetée et l'on admet l'hypothèse alternative de répartition inhomogène.

L'instabilité de la catégorie S des outils à retouche simple peut être interprétée comme significative d'un mouvement différentiel caractéristique de l'évolution du complexe industriel néolithique récent d'Yvonand.

Si l'on restreint volontairement l'étude aux seuls modes S, A et P, on peut dresser un tableau de contingence permettant de tester l'homogénéité des 3 séries 8, 6 et 4 à 3 caractères : L'indicateur d'écart obtenu X^2 est de 8,09. X^2 inférieur au CHI-2. Homogénéité acceptée.

De même on peut étudier la répartition dans les 3 couches des couples A - nonA, S - A, S - P, et A - P :

A - nonA : $X^2 = 3,82$, inf. au $\text{CHI-2} = 5,991$. Homogénéité acceptée.

S - A : $X^2 = 2,35$. Homogénéité acceptée.

(les mouvements de ces 2 catégories ne sont pas liés sur les 3 couches)

S - P : $X^2 = 3,968$. Homogénéité acceptée.

A - P : $X^2 = 3,03$. Homogénéité acceptée.

Ainsi, le tableau structural des fréquences (figure 28) peut se compléter par l'apport de l'adjectif «significative» à l'oscillation dégressive du mode simple, les 5 autres mouvements n'étant pas significatifs.

Cependant, comme tous les mouvements sont marqués par une oscillation plus ou moins forte, il paraît intéressant d'étudier les passages entre les couches 8 et 6 et entre les couches 6 et 4.

6.4.2. Etude globale 8 – 6.

2ème exemple du calcul du χ^2 :

Hypothèse nulle H_0 : les séries modales 8 et 6 à 3 catégories

S, A et P + E + B sont homogènes

Hypothèse alternative H_1 : la répartition de ces 2 catégories dans le tableau est inhomogène.

Tableau de contingence et de calcul du χ^2 :

	8	6	N	χ^2_8	χ^2_6	χ^2_T
S	+6,06 32 25,94	-6,05 15 21,05	47	1,42	1,74	3,16
A	-3,49 7 10,49	+3,49 12 8,51	19	1,16	1,43	2,59
P+E+B	-2,56 14 16,56	+2,56 16 13,44	30	0,396	0,49	0,88
TOTAL	53	43	96	2,976	3,66	<u>6,63</u>
$\chi^2_2 = 6,63$ supérieur au $\text{CHI-2}_{2, 0,05} = 5,991$						

Les différences entre le χ^2 constaté et le CHI-2 théorique ne peuvent pas être attribuées au hasard, mais sont **significatives**. On admet donc l'hypothèse alternative H_1 d'**inhomogénéité des 2 séries modales 8 et 6**. Un phénomène évolutif important se passe donc entre les niveaux 8 et 6. Néanmoins, on peut constater la relative disparité entre les catégories S et A et la catégorie P+E+B si l'on considère les sommes des écarts réduits χ^2_T .

On peut donc construire un tableau de contingence 2 x 2 en réduisant les catégories modales à S+A et P+E+B. Le χ^2 obtenu étant inférieur au $\text{CHI-2}_{2, 0,05} = 3,841$, l'hypothèse d'homogénéité des séries 8 et 6 est acceptée.

On peut donc admettre qu'entre 8 et 6 deux mouvements sont significatifs de l'évolution, la chute des outils à retouche simple et la montée des outils à retouche abrupte.

6.4.3. Etude globale 6 — 4.

Le tableau de contingence des 2 séries 6 et 4 à 3 catégories S, A et P+E+B permet de calculer un $X^2 = 3,983$ nettement inférieur au CHI-2 théorique de 5,991. L'hypothèse d'homogénéité de ces 2 séries est donc acceptée. De même, en restreignant l'étude aux 3 catégories modales S, A et P, le X^2 obtenu étant de 3,61 inférieur au CHI-2 de 5,991, l'homogénéité est acceptée avec prudence.

Une première conclusion peut donc être formulée ainsi : le dynamisme évolutif le plus fort se situe entre les niveaux 8 et 6, plus précisément dans les mouvements des modes simple et abrupt, alors que les catégories modales se répartissent de manière homogène entre les niveaux 6 et 4.

La recherche des liaisons entre ces mouvements évolutifs peut être encore affinée par l'étude des associations entre deux séries modales ou entre une série et toutes les autres par des tableaux de contingence 2 x 2.

6.4.4. Etude des associations 2x2 8 — 6.

L'étude des tableaux de contingences 2x2 d'une catégorie relativement à toutes les autres dans les 2 séries 8 et 6 est résumée par le tableau suivant :

	X^2	PHI ²	PHI	Q	Ordre des PHI
S — Non S	6,174	0,064	+0,253	0,48	5
A — Non A	3,23	0,03	-0,18	-0,44	4
P — Non P	0,313	0,003	-0,057	-0,135	1
E — Non E	0,465	0,004	-0,069	-0,26	2
B — Non B	1,245	0,01	-0,114	—	3

Ce tableau amène les remarques suivantes :

L'homogénéité la plus forte (autrement dit l'indépendance du caractère par rapport aux autres) se trouve dans le tableau de contingence de P et Non P, ainsi que de E et non E. Cela confirme les conclusions précédentes selon lesquelles seuls S et A jouaient un rôle important dans cette évolution.

Le coefficient d'association de A — Non A (-0,44) montre que l'homogénéité de ces séries est faible, c'est-à-dire à accepter avec prudence (X^2 proche du CHI-2); de même le Q relativement faible de S — Non S, à mi-chemin entre l'indépendance et l'association parfaite, montre que l'inhomogénéité de ces 2 séries ($X^2 = 6,174$ sup. au CHI-2) n'est pas très forte. La colonne des PHI permet de sérier les couples, de donner un ordre dans les homogénéités : ainsi le couple P — Non P est le plus homogène suivi de E, B et A. Cet ordre peut être précisé en cherchant les ruptures ordinales existant dans cette série : 180 /¹ 114/² 69 - 57. La force de l'homogénéité de P et Non P est encore accentuée par rapport aux autres couples.

Les relations entre les différents modes peuvent encore être précisées par les calculs des χ^2 (tests d'homogénéité de la répartition de deux catégories dans deux couches différentes) et sont résumées par le tableau suivant :

P	P-A	0,716 +0,13	χ^2 PHI					
E	E-A	0,078 +0,055	E-P	0,108 -0,06				
B	B-A	0,56 -0,168	B-P	0,958 -0,204	B-E	0,15 -0,14		
S	<u>S-A</u>	<u>4,24</u> +0,28	<u>S-P</u>	<u>2,09</u> +0,17	<u>S-E</u>	<u>1,7</u> +0,18	S-B	0,127 +0,05

A

P

E

B

Les 3 lignes supérieures de cases de ce tableau constitue, avec la case S-B non représentative vu le faible nombre de burins, le noyau, l'unité de l'industrie des couches 8 et 6. Au contraire les rapports de S (qui est en « association » avec tous les autres caractères) sont plus riches en renseignements : l'homogénéité des séries S-P et S-E est à accepter avec prudence (les χ^2 sont proches des CHI-2). La catégorie S est donc plus ou moins liée avec les A, P, et E. Les 3 PHI représentant ces couples peuvent s'ordonner en la suite 28 / 18 - 17 avec une rupture entre 28 et 18. La modification des S « influence » donc d'abord et surtout les Abrupts, puis les Ecaillés et enfin les plats.

Ce qui est confirmé par la comparaison des coefficients d'association Q :

$$Q_{SA} = 0,57, \quad Q_{SP} = , \quad Q_{SE} = 0,48.$$

Exemples de calculs de χ^2 avec corrections :

	8	6		
S	32	15	47	$\chi^2_{\text{normal}} = \frac{(32.12 - 15.7)^2 \times 66}{47.19.27.39} = 5,46$
A	7	12	19	
	39	27	66	$\chi^2_{\text{sup à CHI-2 : inhomogénéité à vérifier}}$

$$\chi^2_{\text{Yates}} = \frac{((ad - bc) - N/2)^2 \cdot N}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)} = \frac{(279-33)^2 \cdot 66}{940329} = 4,24$$

χ^2 4,24 est toujours supérieur au CHI-2 $\chi^2_{1, 0,05} = 3,81$

L'inhomogénéité des 2 séries 8 et 6 à caractères S et A est acceptée.

	6	4		
S	15	22	37	χ^2 Yates = 4,90 proche de $\chi^2_{2, 384}$
B	1	0	1	Vérification par la méthode de Fischer :
	16	22	38	$P = \frac{37! 22! 16!}{38! 22! 15!} = \frac{16}{38} = 0,4210$

La table de Pearson nous donne pour $P = 42,1 \%$ un χ^2 de env. 0,8 nettement inférieur au $\chi^2_{2, 384}$: l'hypothèse d'homogénéité est acceptée.

6.4.5. Etude des associations 2 x 2 6 – 4.

Les mêmes procédés de calcul permettent de composer le tableau suivant :

	χ^2	PHI	Q	Ordre des PHI
S – Non S	<u>3,0</u>	-0,188	-0,367	
A – Non A	0,012	+0,012	0,0001	1
P – Non P	<u>2,439</u>	+0,170	0,424	4
E – Non E	0,10	+0,035	0,13	2
B – Non B	0,96	+0,107	—	3

L'homogénéité des séries 6 et 4 à 2 caractères S et Non S est acceptée avec prudence, tout comme celle des séries 6 et 4 aux caractères P et Non P. La série ordonnée des PHI possède une rupture et s'organise ainsi : $P + P - B + B \neq 1 \quad E + E - A + A$.

Fait particulier, alors que dans le passage 8 – 6, le couple A – NonA jouait un rôle important (A étant «lié» à S), ici, son χ^2 et son Q très faible le place en tête des homogénéités. L'inversion de A à P est à nouveau mise en évidence, quoique moins nettement que dans les tableaux de la dynamique structurale.

Le calcul des χ^2 des couples de modes pris 2 à 2 ne montre qu'une seule homogénéité, celle du couple S – P, les autres χ^2 étant tous très faible. La progression des Simples est donc «liée» à la dégression des Plats, bien que cette liaison ne soit pas très forte. ($\chi^2 = 4,23$, et $S = -0,28$).

6.4.6. Test d'homogénéité des progressions — dégressions.

Le tableau structural des fréquences (cf. fig. 28) permet de diviser les mouvements principaux (S,A,P,E) en 2 catégories différentes, les progressions et les dégressions. On est donc conduit à tester l'homogénéité des 3 séries 8, 6 et 4, des 2 séries 8 et 6, et des 2 séries 6 et 4, toutes ces séries étant réparties selon 2 catégories A+E (progressions) et S+P (dégressions).

— Pour les séries 8, 6, 4, le X^2 obtenu de 4,8 est inférieur au CHI-2 et l'hypothèse d'homogénéité est acceptée avec prudence.

— Pour les séries 8 et 6, $X^2 = 5,01$ supérieur au $\text{CHI-2}_{1, 0,05}$, et l'on retient l'hypothèse alternative d'inhomogénéité.

— Pour les séries 6 et 4, $X^2 = 0,262$, on constate une répartition fortement homogène.

Ici aussi l'on remarque l'importance évolutive du passage 8—6 par rapport au passage 6—4. Les progressions et les dégressions, si elles se répartissent de manière homogène (mais avec prudence) sur l'ensemble de l'outillage, sont «liées» entre les niveaux 8 et 6, ce fait étant évidemment dépendant de l'inhomogénéité des séries S et NonS.

6.5. SYNTHÈSE ET CONCLUSION DE L'ÉTUDE DE LA STRUCTURE MODALE

6.5.1. Tableau résumé des calculs statistiques :

3 séries modales 8, 6 et 4 :

3 catégories S,A,P+E+B :	Homogénéité avec prudence !
3 catégories S,A,P :	Homogénéité avec prudence !
2 catégories S,nonS :	Inhomogénéité : le mouvement de la catégorie S est dit significatif
2 catégories A,nonA :	Homogénéité
2 catégories S et A :	Homogénéité
2 catégories S et P :	Homogénéité
2 catégories A et P :	Homogénéité
2 catégories A+E, S+P :	Homogénéité avec prudence !

<p>2 séries modales 8 et 6 :</p> <p>3 catégories S,A,P+E+B : Inhomogénéité !</p> <p>2 catégories S+A, P+E+B : Homogénéité : S et A ont des mouvements significatifs</p> <p>2 catégories A+E, S+P : Inhomogénéité !</p>	<p>2 séries modales 6 et 4 :</p> <p>3 catégories S,A,P+E+B : Homogénéité avec prudence !</p> <p>3 catégories S,A,P : Homogénéité</p> <p>2 catégories A+E, S+P : Homogénéité forte</p>
<p>2 catégories :</p> <p>S-nonS : inhomogénéité !</p> <p>A-nonA : homogénéité + prudence</p> <p>P-nonP : homogénéité la + forte</p> <p>E-nonE : homogénéité</p> <p>B-nonB : homogénéité</p>	<p>2 catégories :</p> <p>S-nonS : homogénéité + prudence !</p> <p>P-nonP : homogénéité + prudence !</p> <p>A-nonA : homogénéité la + forte</p> <p>E-nonE : homogénéité</p> <p>B-nonB : homogénéité</p>
<p>2 catégories :</p> <p>S — A : inhomogénéité !</p> <p>S — P : homogénéité + prudence !</p> <p>S — E : homogénéité + prudence !</p> <p>S — B : forte homogénéité</p> <p>Autres couples de modes : fortes homogénéités</p>	<p>2 catégories :</p> <p>S — P : inhomogénéité.</p> <p>S et P ont des mouvements significatifs.</p> <p>Autres couples de modes : fortes homogénéités</p>

6.5.2. Tableaux de la dynamique structurale :

	8	6	4
S	Dégression significative	Progression significative	
A	Progression significative	Dégression non sign.	
P	Progression non sign.	Dégression significative	
E	Progression non sign.	Dégression non sign.	
B	Progression non sign.	Dégression non sign.	
SE	Stabilité non sign.	Stabilité non sign.	

	8	6	4	p%	Ae	A			
S	<u>60,4</u>	+	(<u>34,9</u>)	+	<u>53,6</u>	50,4	6,8	25,5	Oscillation dégressive significative
A	(13,2)	-	<u>27,9</u>	-	<u>26,8</u>	21,9	13,6	14,7	Progression oscillante
P	<u>20,7</u>	-	<u>25,6</u>	-	(12,2)	19,7	8,55	13,4	Dégression oscillante
E	(5,66)	9,3	7,3	7,3	1,64	3,64	Oscillation progressive		
B	0	2,3	0	0,7	0	2,3	Oscillation		
SE	0	0	0	0	0	0	Stabilité		
<p>p % : <u>S</u> / ¹ <u>A</u> <u>P</u> / ² <u>E</u> <u>B</u> <u>SE</u></p> <p>Les mouvements A et P peuvent être appelés «mi-significatifs» *</p>									

* Note : ces mouvements pourraient également être appelés «partiellement significatifs».

Dans ce tableau, chaque mouvement différentiel significatif, isolé par le test du CHI-2, est représenté par le signe (-), à l'occasion cumulé (+) lorsque le mouvement est reconnu significatif à la fois dans l'ensemble de l'industrie et dans les 2 passages évolutifs différents. Les fréquences des catégories majeures sont soulignées et les ruptures trouvées dans le tableau des séquences structurales sont exprimées par un trait horizontal, tandis que de nouvelles ruptures sont calculées entre les différentes fréquences catégorielles de chaque catégorie remises dans l'ordre décroissant, et isolant ou non une fréquence — signe () — . La suite des p %, qui permet de présenter une moyenne des ruptures et des catégories majeures, est l'expression essentielle, la plus condensée, des caractéristiques modales de l'ensemble de l'industrie lithique d'Yvonand-4.

Ces différents tableaux, d'une grande richesse de renseignements, non seulement permettent de préciser de manière significative les interprétations effectuées d'après les tableaux des séquences structurales et des fréquences, mais en plus résument toute la dynamique structurale modale de l'industrie.

Néanmoins, l'absence de beauté littéraire étant un obstacle à leur compréhension, reprenons nos conclusions et résumons -les d'après un ordre d'exposition plus logique en articulant notre étude selon le schéma suivant :

- a) étude des caractéristiques du niveau 8
- b) » » » du niveau 6
- c) » » » de l'évolution de 8 à 6
- d) » » » du niveau 4
- e) » » » de l'évolution de 6 à 4
- f) » » » de l'évolution de 8 à 4 (vue d'ensemble)
- g) » » » globales (moyenne des 3 industries)

6.5.3. Caractéristiques du niveau 8.

Forte domination des Simples, puis des Plats (catégories majeures) alors que les Abrupts et les Ecaillés sont faiblement représentés.

6.5.4. Caractéristiques du niveau 6.

Relative homogénéité (au sens non statistique du terme) du groupe des catégories majeures S, A et P dominant nettement (rupture) les catégories mineures. (voir figure 23 et 26).

6.5.5. Caractéristiques de l'évolution de 8 à 6.

La catégorie Simple subit une importante dégression significative d'un mouvement différentiel caractéristique, tandis que la catégorie A, en «association» avec S, subit une forte progression également significative. Sur l'ensemble de l'outillage, les deux séries 8 et 6 ont une répartition inhomogène; les caractères modaux sont donc en association. Les 2 catégories progression et dégression (sur l'ensemble des 3 couches) sont également inhomogènes en 8 - 6. La catégorie P, stable et restant majeure, est tout-à-fait indépendante de ce mouvement, puisque les séries 8 et 6 réparties en P et Non P possèdent le plus fort degré d'homogénéité. Ce phénomène est interdépendant de l'étalement des blocs constaté dans les histogrammes de la figure 23 (groupes et classes).

6.5.6. Caractéristiques du niveau 4.

Domination des Simples sur le reste de l'outillage, suivie d'une domination secondaire des Abrupts sur les Plats et les Ecaillés, catégories mineures, ces derniers prenant une certaine ampleur puisqu'ils se placent avec les plats entre deux ruptures secondaires.

6.5.7. Caractéristiques de l'évolution de 6 à 4 .

L'inversion A — P, fait dominant en 8—6, est confirmée puisqu'A, malgré une légère dégression reste catégorie majeure et est séparée par une rupture de P. Mais, alors que les Simples progressent à nouveau (ce qui est dû, comme nous le verrons au chapitre suivant, à la montée d'un nouveau type d'outils, les grattoirs), c'est la forte dégression des Plats qu'il faut mettre en évidence. En effet, alors que les séries 6 et 4 sur l'ensemble des catégories comme sur les seules catégories S, A, P sont homogènes, seuls les couples S et P, S et Non S, et P et Non P ont une répartition inhomogène ou homogène avec prudence. Cette dégression des Plats est donc «liée» à la remontée des Simples, cette liaison pouvant être considérée comme le seul fait évolutif significatif. La catégorie A ne joue plus un rôle important du point de vue évolutif par rapport aux autres puisque c'est le couple A — Non A qui possède la plus forte homogénéité.

6.5.8. Caractéristiques de l'évolution de 8 à 4 (vue d'ensemble).

Les trois séries modales 8, 6 et 4, réparties en trois catégories S, A, P+E+B ou S, A, P, ont une répartition homogène avec prudence. La stabilité d'ensemble que l'on constate est donc toute relative, puisque, lorsqu'on détaille l'information, on voit que le mouvement des Simples est significatif : son mouvement, une oscillation dégressive, est une caractéristique majeure de l'évolution de notre complexe industriel. Les autres mouvements sont relativement indépendants entre eux, mais parfois en association avec l'oscillation des Simples. Il est intéressant de noter que le dynamisme évolutif le plus fort, la poussée la plus conséquente, s'est fait entre les couches 8 et 6 (inhomogénéité d'ensemble) par la montée des Abrupts provoquant l'inversion de P à A, alors qu'entre les niveaux 6 et 4, l'évolution est plus faible, la structure modale tendant à se stabiliser et les Simples reprenant leur nette domination et les Plats dégressant inversement.

Les caractéristiques plus fines de l'évolution de l'outillage sur les 3 couches sont données par le tableau de la dynamique structurale et visualisées par le schéma de la fig. 28.

Les oscillations parfois importantes qui affectent les mouvements de tous les modes sont marquées dans ce tableau par la recherche de ruptures entre les fréquences d'un même mode (fréquences mises entre parenthèses). Fait intéressant, c'est à chaque fois la fréquence la plus faible qui est isolée des autres, en tendant à faire apparaître les mouvements comme symétriques :

Ainsi, du niv. 8 au niv. 4 :

E, d'abord faible (f8 isolée) progresse et se stabilise

A, d'abord faible (f8 isolée) progresse et se stabilise

P, fort, est stable entre 8 et 6 puis dégresse (f4 isolée)

S, fort en 8, dégresse (f6 isolée) puis progresse pour réatteindre la même fréquence qu'au départ.

6.5.9. Caractéristiques globales.

Enfin, un petit jeu purement intellectuel consistant à regrouper artificiellement les 3 couches pour en établir la moyenne permet de caractériser l'industrie au niveau modal par la suite :

S /¹ A P /² E B SE

Les outils à retouche Simple forment la moitié de l'outillage (50,4 %), les outils à retouches Plate et Abrupte constituent un groupe important (41,6 %) relativement homogène (2 catégories identiques), les outils à retouche Ecaillée (7 %) un groupe très mineur, tandis que les outils à retouches Burin et Surélevée sont quasiment inexistantes.

6.6. COMPLEMENT : DISTANCE DU CHI-2 ET DENDROGRAMME

Les «distances» existant soit entre les couches soit entre les catégories (ordres par exemple) d'un même niveau structural peuvent être calculées par plusieurs procédés. L'un d'entre eux, la **distance du CHI-2**, nommé ainsi par le mathématicien Benzecri par analogie avec les calculs statistiques du CHI-2, permet de représenter graphiquement et hiérarchiquement ces distances (cf. BERTIER - BOUROCHE 1975, et LAPLACE 1975 pp 22-24).

Soit un tableau de contingence $r \times k$ à r lignes et k colonnes :

	1	...	j	j' ... k	
1					
:					
i		n_{ij}	$n_{ij'}$		$n_{i.}$
i'		$n_{i'j}$	$n_{i'j'}$		$n_{i'..}$
:					
r					
		$n_{.j}$	$n_{.j'}$		$n_{..}$

n_{ij} exprime le nombre d'observations présentant à la fois les deux caractères i et j ;

$n_{i.}$ représente la somme de toutes les observations présentant le caractère i , j variant de 1 à k :

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^k n_{ij};$$

$n_{.j}$ représente la somme de toutes les observations présentant le caractère j , i variant de 1 à r :

$$n_{.j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}$$

$n_{..}$ est l'effectif total : $n_{..} = \left(\sum_{i=1}^r + \sum_{j=1}^k \right) n_{ij}$

La distance du CHI-2 entre deux modalités sérielles i et i' est donnée par la formule :

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^k \frac{n_{.j}}{n_{..}} \cdot \left(\frac{n_{ij}}{n_{i.}} - \frac{n_{i'j}}{n_{i'.}} \right)^2$$

De même entre 2 modalités sérielles j et j' :

$$d^2(j, j') = \sum_{i=1}^r \frac{n_{i.}}{n_{..}} \cdot \left(\frac{n_{ij}}{n_{.j}} - \frac{n_{ij'}}{n_{.j'}} \right)^2$$

Pour la structure modale d'Yvonand 4, le tableau de contingence se construit ainsi :

	S	A	P	E	B	
8	32	7	11	3	0	53
6	15	12	11	4	1	43
4	22	11	5	3	0	41
	69	30	27	10	1	$n_{..} = 137$

$$\text{Par exemple, } d^2(8,6) = \frac{137}{69} \cdot \left(\frac{32}{53} - \frac{15}{43} \right)^2 +$$

$$\frac{137}{30} \cdot \left(\frac{7}{53} - \frac{12}{43} \right)^2 + \frac{137}{27} \cdot \left(\frac{11}{53} - \frac{11}{43} \right)^2 + \frac{137}{10} \cdot \left(\frac{3}{53} - \frac{4}{43} \right)^2$$

$$- \frac{137}{1} \cdot \left(\frac{0}{53} - \frac{1}{43} \right)^2 = 0,3260$$

$$\text{D'où : } \sqrt{d^2} = d = 0,5709$$

$$\text{et : } d(6,4) = 0,4986$$

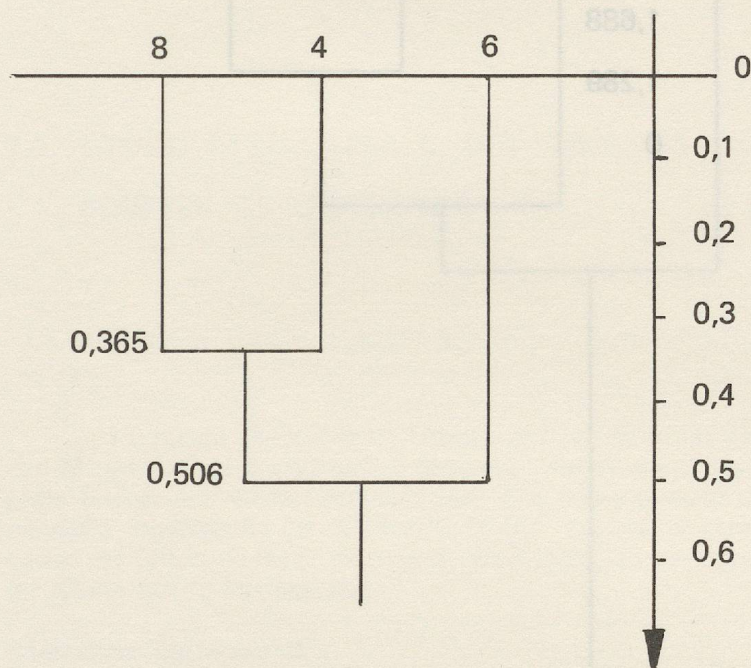
$$d(8,4) = 0,3646$$

On constate que la distance la plus courte se situe entre les niveaux 8 et 4 (ces 2 niveaux se ressemblent le plus), et la plus grande entre 8 et 6 (le passage de 8 à 6 est plus important que celui de 6 à 4).

Le procédé de calcul que nous avons choisi ensuite s'appelle «**algorithme ascendant de l'ultramétrie supérieure minimale**». Il consiste à regrouper les deux séries présentant la plus courte distance, à reconstituer un nouveau tableau de contingence (ici à 2 lignes au lieu de 3) et à recalculer les nouvelles distances obtenues, le procédé étant répété jusqu'à obtention d'une matrice à deux modalités.

Ici, on trouve : $d(8+4, 6) = 0,506$

On construit alors un **dendrogramme** de la manière suivante :



«Ce dendrogramme se présente comme un arbre de classification associé à une échelle de distance ultramétrique, et figure, de ce fait une hiérarchie stratifiée indicée. Deux séries (ou catégories) figurant les feuilles de l'arbre se ressembleront d'autant plus que le premier noeud qui les relie est plus élevé dans l'arbre». (LAPLACE 1975 p.28).

En partant du même tableau de contingence, on peut aussi calculer les distances non plus entre les niveaux, mais entre les ordres, les résultats pouvant être exprimés à l'aide d'une matrice des distances :

d	S	A	P	E	B
S	0	0,502	0,428	0,421	1,6888
A		0	0,4333	0,163	1,318
P			0	0,272	1,289
E				0	1,296
B					0

La colonne des B présente de fortes distances à cause de la très faible valeur de cet ordre (1 outil sur 137).

La plus faible distance étant $d(A,E) = 0,163$, on regroupe A et E, on construit un nouveau tableau de contingence et on obtient une nouvelle matrice des distances :

	A+E	S	P	B
A+E	0	0,478	0,339	1,311
S		0	0,428	1,688
P			0	1,289
B				0

De même en regroupant A, E et P :

	A+E+P	S	B
A+E+P	0	0,416	1,282
S		0	1,688
B			0

et :

	A+E+P+S	B
A+E+P+S	0	1,587
B		0

Le dendrogramme peut donc se construire ainsi :

